This is a digital copy of a book that was preserved for generations on library shelves before it was carefully scanned by Google as part of a project to make the world's books discoverable online.

It has survived long enough for the copyright to expire and the book to enter the public domain. A public domain book is one that was never subject to copyright or whose legal copyright term has expired. Whether a book is in the public domain may vary country to country. Public domain books are our gateways to the past, representing a wealth of history, culture and knowledge that's often difficult to discover.

Marks, notations and other marginalia present in the original volume will appear in this file - a reminder of this book's long journey from the publisher to a library and finally to you.

Usage guidelines

Google is proud to partner with libraries to digitize public domain materials and make them widely accessible. Public domain books belong to the public and we are merely their custodians. Nevertheless, this work is expensive, so in order to keep providing this resource, we have taken steps to prevent abuse by commercial parties, including placing technical restrictions on automated querying.

We also ask that you:

+ *Make non-commercial use of the files* We designed Google Book Search for use by individuals, and we request that you use these files for personal, non-commercial purposes.

+ *Refrain from automated querying* Do not send automated queries of any sort to Google's system: If you are conducting research on machine translation, optical character recognition or other areas where access to a large amount of text is helpful, please contact us. We encourage the use of public domain materials for these purposes and may be able to help.

+ *Maintain attribution* The Google "watermark" you see on each file is essential for informing people about this project and helping them find additional materials through Google Book Search. Please do not remove it.

+ *Keep it legal* Whatever your use, remember that you are responsible for ensuring that what you are doing is legal. Do not assume that just because we believe a book is in the public domain for users in the United States, that the work is also in the public domain for users in other countries. Whether a book is still in copyright varies from country to country, and we can't offer guidance on whether any specific use of any specific book is allowed. Please do not assume that a book's appearance in Google Book Search means it can be used in any manner anywhere in the world. Copyright infringement liability can be quite severe.

About Google Book Search

Google's mission is to organize the world's information and to make it universally accessible and useful. Google Book Search helps readers discover the world's books while helping authors and publishers reach new audiences. You can search through the full text of this book on the web at `http://books.google.com/`

Over dit boek

Dit is een digitale kopie van een boek dat al generaties lang op bibliotheekplanken heeft gestaan, maar nu zorgvuldig is gescand door Google. Dat doen we omdat we alle boeken ter wereld online beschikbaar willen maken.

Dit boek is zo oud dat het auteursrecht erop is verlopen, zodat het boek nu deel uitmaakt van het publieke domein. Een boek dat tot het publieke domein behoort, is een boek dat nooit onder het auteursrecht is gevallen, of waarvan de wettelijke auteursrechttermijn is verlopen. Het kan per land verschillen of een boek tot het publieke domein behoort. Boeken in het publieke domein zijn een stem uit het verleden. Ze vormen een bron van geschiedenis, cultuur en kennis die anders moeilijk te verkrijgen zou zijn.

Aantekeningen, opmerkingen en andere kanttekeningen die in het origineel stonden, worden weergegeven in dit bestand, als herinnering aan de lange reis die het boek heeft gemaakt van uitgever naar bibliotheek, en uiteindelijk naar u.

Richtlijnen voor gebruik

Google werkt samen met bibliotheken om materiaal uit het publieke domein te digitaliseren, zodat het voor iedereen beschikbaar wordt. Boeken uit het publieke domein behoren toe aan het publiek; wij bewaren ze alleen. Dit is echter een kostbaar proces. Om deze dienst te kunnen blijven leveren, hebben we maatregelen genomen om misbruik door commerciële partijen te voorkomen, zoals het plaatsen van technische beperkingen op automatisch zoeken.

Verder vragen we u het volgende:

+ *Gebruik de bestanden alleen voor niet-commerciële doeleinden* We hebben Zoeken naar boeken met Google ontworpen voor gebruik door individuen. We vragen u deze bestanden alleen te gebruiken voor persoonlijke en niet-commerciële doeleinden.

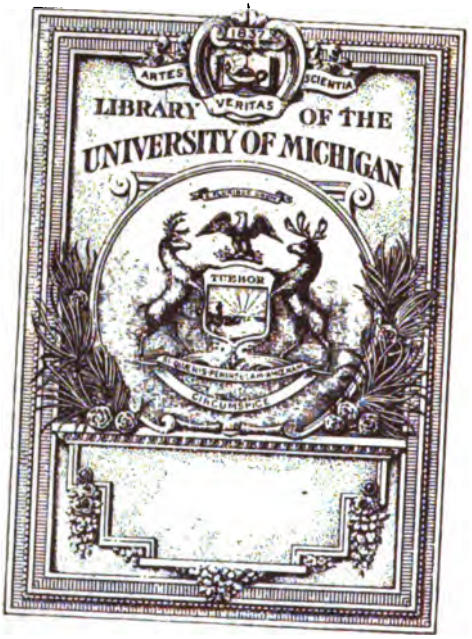
+ *Voer geen geautomatiseerde zoekopdrachten uit* Stuur geen geautomatiseerde zoekopdrachten naar het systeem van Google. Als u onderzoek doet naar computervertalingen, optische tekenherkenning of andere wetenschapsgebieden waarbij u toegang nodig heeft tot grote hoeveelheden tekst, kunt u contact met ons opnemen. We raden u aan hiervoor materiaal uit het publieke domein te gebruiken, en kunnen u misschien hiermee van dienst zijn.

+ *Laat de eigendomsverklaring staan* Het “watermerk” van Google dat u onder aan elk bestand ziet, dient om mensen informatie over het project te geven, en ze te helpen extra materiaal te vinden met Zoeken naar boeken met Google. Verwijder dit watermerk niet.

+ *Houd u aan de wet* Wat u ook doet, houd er rekening mee dat u er zelf verantwoordelijk voor bent dat alles wat u doet legaal is. U kunt er niet van uitgaan dat wanneer een werk beschikbaar lijkt te zijn voor het publieke domein in de Verenigde Staten, het ook publiek domein is voor gebruikers in andere landen. Of er nog auteursrecht op een boek rust, verschilt per land. We kunnen u niet vertellen wat u in uw geval met een bepaald boek mag doen. Neem niet zomaar aan dat u een boek overal ter wereld op allerlei manieren kunt gebruiken, wanneer het eenmaal in Zoeken naar boeken met Google staat. De wettelijke aansprakelijkheid voor auteursrechten is behoorlijk streng.

Informatie over Zoeken naar boeken met Google

Het doel van Google is om alle informatie wereldwijd toegankelijk en bruikbaar te maken. Zoeken naar boeken met Google helpt lezers boeken uit allerlei landen te ontdekken, en helpt auteurs en uitgevers om een nieuw leespubliek te bereiken. U kunt de volledige tekst van dit boek doorzoeken op het web via `http://books.google.com`


ARTES
VERITAS
SCIENTIA
LIBRARY OF THE
UNIVERSITY OF MICHIGAN
TUEBOR

QA
1
.W8
A2

Wiskunstige verlustiging op de zinspreuk: "Een onvermoeid arbeid komt alles te boven", Amsterdam.

WISKUNSTIGE VERLUSTIGING,

IN EENE

AANEENSCHAKELING

VAN

UITGELEEZENE VOORSTELLEN,

MET DERZELVER

ONTBINDINGEN.

DOOR HET

GENOOTSCHAP DER MATHEMATISCHE

WEETENSCHAPPEN,

ONDER DE SPREUK:

EEN ONVERMOEIDE ARBEID KOMT ALLES TE BOVEN.

EERSTE DEEL.

Te AMSTERDAM,

Gedrukt voor Rekening van 't GENOOTSCHAP, en zyn te bekomen by P. G. GEYSBEEK, op de hoek van de Prinsegragt en Egelantierstraat.

M DCC XCIII.

K. Bes Tiel

NAAMLYST

DER HEEREN

LEDEN

DES

GENOOTSCHAPS,

ZO ALS DEZELVEN VAN TYD TOT TYD ZYN VERKOREN.

BESTIERDERS

UIT DE HONORAIRE LEDEN.

JOHANNES SCHILLING, Directeur over de Stads Werken, en Stads Landmeeter te Amsterdam.

MEINDERT WIARDI, Schepen en Vroedschap der Stad Haarlem.

BESTIERDERS

UIT DE ORDINAIRE LEDEN.

JOHANNES BERNARDUS NOORDINK,

JOANNES VAN DER PAARDT,

BAREND KNEGTJES,

Alle te Amsterdam.

Reclass. 12-18-29 T.E.N.

JACOB DE JONG, te Middelie.

JOHANNES TE VELTRUP, te Haarlem.

JACOB KNEPPEL, te Wormerveer.

HARMANUS RAKERS PIETERSZ., Penningmeester.

JEAN CORRECH, Boekhouder.

ARNOLD. BAST. STRABBE, eerste Secretaris.

* * * * * * * * * * * * * *, tweede Secretaris en algemeen Correspondent.

CORRESPONDENTEN.

MARTEN JELLEN ZUIDHOF, voor Groningen en Ommelanden, te Veendam.
FEDDER KARSTENS, te Hamburg.
JOHANN LANGE, te Bremen.
CORNELIS HOKKE, te Kortgene in Noord-Beveland.
JACOB CLAUSET, te Brunisse.
DIRK FOLKERS, te Embden.
JOHANN ISAAC BERGHAUS, te Cleve.
JOHANNES TE VELTRUP, te Haarlem.
JACOB DE GELDER, te Rotterdam.

GAR-

GARRELT JACOBS BOUMAN, te Wener in Oostvriesland.

GERRIT VERBOON, te Schiedam.

JAN VERSCHOOR H. z., te Gouda.

JOHANNES LINDEMAN Jansz., te Vlaardingen.

RYN VISSCHER, te Purmerende.

CORNELIS VAN DIEST, in 's Hage.

HENDRIK ROOS, voor geheel Oost-Indiën, te Batavia.

HONORAIRE LEDEN.

JOHANNES SCHILLING, Directeur over de Stads Werken, en Stads Landmeeter te Amsterdam.

JOHANNES DE WILDE, Makelaar te Amsterdam.

CHRISTIAAN BRUNINGS, Inspecteur generaal van 's Lands Rivieren, op den huize Zwanenburg.

CORNELIUS CONSTANTINUS VAN VALKENBURG, te Haarlem.

MEINDERT WIARDI, Schepen en Vroedschap der Stad Haarlem.

HENRICUS HENSUMA, Secretaris te Mydrecht.

ORDINAIRE LEDEN.

ARNOLD. BAST. STRABBE, Mathematicus en Leermeester in de Wis- en Sterrekunde te Amsterdam, Lid van het Genootschap ter verbreiding der Mathematische Weetenschappen te Hamburg, SECRETARIS des Genootschaps.

JAN BOLTEN, geadmitteerd Landmeeter voor de Ed. Hoven van Gelderland, Holland en Utrecht, &c. Architect, Lid van het Genootschap ter verbreiding der Mathematische Weetenschappen te Hamburg; en Gecommitteerde tot de commissie der Werktuig- en Scheikunde van den Oeconomischen tak, Classis Amsterdam.

HARMANUS RAKERS PIETERSZ., Leermeester der Wiskunde te Amsterdam, Lid van het Genootschap ter verbreiding der Mathematische Weetenschappen te Hamburg; PENNINGMEESTER des Genootschaps.

JOHANNES TE VELTRUP, Leermeester der Wiskunde te Haarlem; Lid van het Genootschap ter verbreiding der Mathematische Weetenschappen te Hamburg; CORRESPONDENT des Genootschaps.

MARTEN JELLEN ZUIDHOF, Mathematicus; Schoolmeester en Voorzanger te Veendam; Lid van het Genootschap ter verbreiding der Mathematische Weetenschappen te Hamburg; CORRESPONDENT des Genootschaps.

SIMON WILDEBOER WILLEMSZ., Beminnaar der Mathematische Weetenschappen te Bergen in Kennemerland.

JOSUA REITSMA, Beminnaar der Mathematische Weetenschappen in de Bedykte Schermeer.

CORNELIS BREEVILT, Mathematicus en Leermeester der Wiskunde te Hoorn; Lid van het Genootschap ter verbreiding der Mathematische Weetenschappen te Hamburg.

JOHANNES LOMANS, Beminnaar der Mathematische Weetenschappen te Haarlem.

FEDDER KARSTENS, Banquier te Hamburg, Lid van het Genootschap ter verbreiding der Mathematische Weetenschappen te Hamburg; CORRESPONDENT des Genootschaps.

JACOBUS ACQUOY, Beminnaar der Mathematische Weetenschappen te Amsterdam.

JEAN CORRECH, Beminnaar der Mathematische Weetenschappen te Amsterdam; Lid van het Genootschap ter verbreiding der Mathematische Weetenschappen te Hamburg; BOEKHOUDER des Genootschaps.

MATTHIAS VON DRATELN, Beminnaar der Mathematiſche Weetenſchappen te Hamburg; Honorair Lid van het Genootſchap ter verbreiding der Mathematiſche Weetenſchappen te Hamburg.

JOHANN LANGE, Beminnaar der Mathematiſche Weetenſchappen te Bremen; Lid van het Genootſchap ter verbreiding der Mathematiſche Weetenſchappen te Hamburg; CORRESPONDENT des Genootſchaps.

PAULUS ROMOND, Beminnaar der Mathematiſche Weetenſchappen te Amſterdam.

SIEWERT BAARS, Beminnaar der Mathematiſche Weetenſchappen te Amſterdam.

NICOLAAS WEEBER, Beminnaar der Mathematiſche Weetenſchappen te Amſterdam.

GARRELT JACOBS BOUMAN, Mathematicus; Organist en Schoolmeester te Wener in Oostfriesland; Lid van het Genootſchap ter verbreiding der Mathematiſche Weetenſchappen te Hamburg; CORRESPONDENT des Genootſchaps.

JOHANNES PIETER MARCHANT, Konst- en Kostſchoolhouder te Bodegraaven, Lid van het Genootſchap ter verbreiding der Mathematiſche Weetenſchappen te Hamburg.

ALBERT VRYER, Leerling der Doopsgezinden te Wormerveer; Lid van het Genootschap ter verbreiding der Mathematische Weetenschappen te Hamburg.

KLAAS VAN LIENEN, Beminnaar der Mathematische Weetenschappen te Bergen in Kennemerland.

JAN SWITSER DE JONGE, Beminnaar der Mathematische Weetenschappen te Purmerende.

JACOB KNEPPEL, Beminnaar der Mathematische Weetenschappen te Wormerveer.

ARY ALBLAS, Beminnaar der Mathematische Weetenschappen te Hoorn; Lid van het Genootschap ter verbreiding der Mathematische Weetenschappen te Hamburg.

RYN VISSCHER ADRIAANSZ., Beminnaar der Mathematische Weetenschappen te Purmerende; CORRESPONDENT des Genootschaps.

MATTHEUS VAN DYK, Beminnaar der Mathematische Weetenschappen te Schiedam.

DIRK FOLKERS, Leermeester der Wiskunde te Embden; CORRESPONDENT des Genootschaps.

GEURT FOLKERS, Leermeester der Wiskunde te Leer in Oostfriesland.

JAN WITT-BOLS, Beminnaar der Mathematische Weetenschappen te Enkhuizen.

GERRIT SPYKER, Beminnaar der Mathematische Weetenschappen te Oostwoud.

JACOBUS DEN DEKKER WILLEMSZ., Beminnaar der Mathematische Weetenschappen, enz. te Amsterdam.

JACOBUS ENGELMAN, geadmitteerd Landmeeter in 's Hage.

COENRAAD WERTZ, Beminnaar der Mathematische Weetenschappen te Amsterdam; Lid van het Genootschap ter verbreiding der Mathematische Weetenschappen te Hamburg.

CORNELIS HOKKE BARENDSZ., Beminnaar der Mathematische Weetenschappen te Kortgeene in Noord-Beveland; CORRESPONDENT des Genootschaps.

PIETER GROOTES, Koopman en Beminnaar der Mathematische Weetenschappen te Wormerveer.

PIETER VAN BRECHT, Beminnaar der Mathematische Weetenschappen, en geadmitteerd Landmeeter der Graaflykheid van Zeeland, te Nieuwerkerk in Duiveland.

JACOBUS APPEL, Beminnaar der Mathematische Weetenschappen te Oosterland in Duiveland.

LOUIS SCHUT, Beminnaar der Mathematische Weetenschappen te Monnikendam.

JACOB CLAUSET, Beminnaar der Mathematische Weetenschappen te Brunisse; CORRESPONDENT des Genootschaps.

AN-

ANDREAS GRÜNING, Catechiſeer, Schryf- en Rekenmeester te Altona.

JAN PAUW, Beminnaar der Mathematiſche Weetenſchappen te Oldemerkt.

JOHANN ISAAC BERGHAUS, Mathematicus en Leermeester der Wiskunde te Cleve; CORRESPONDENT des Genootſchaps.

JAN VERSCHOOR H. z., Schout van Crimpen op den Yssel te Gouda; CORRESPONDENT des Genootſchaps.

GERRIT SCHUT, Beminnaar der Mathematiſche Weetenſchappen te Sloterdyk; Lid van het Genootſchap ter verbreiding der Mathematiſche Weetenſchappen te Hamburg.

CORNELIS VAN DIEST, Leermeester der Wiskunde in 's Hage; CORRESPONDENT des Genootſchaps.

JACOBUS BURNUR, Beminnaar der Mathematiſche Weetenſchappen te Haarlem.

NICLAAS AKER, Beminnaar der Mathematiſche Weetenſchappen te Scharwoude.

JACOB DE GELDER, Mathematicus en Leermeester der Wiskunde te Rotterdam; CORRESPONDENT des Genootſchaps.

JACOBUS HOUTHUYSEN, Mr. Timmerman en Makelaar te Amſterdam.

JAN VAN TWISK, Beminnaar der Mathematiſche Weetenſchappen te Hoogkarſpel.

JA-

JACOBUS JOHANNES NOOD, Beminnaar der Mathematiſche Weetenſchappen in de Beverwyk.

PIETER SCHELTES, Beminnaar der Mathematiſche Weetenſchappen te Oosterblokker.

BOUDEWYN PEEREBOOM, Beminnaar der Mathematiſche Weetenſchappen te Purmerende.

MEES BAZENDYK, Beminnaar der Mathematiſche Weetenſchappen te Leerdam.

THOMAS TROÏN, Beminnaar der Mathematiſche Weetenſchappen te Amſterdam.

JAN RUITER, Beminnaar der Mathematiſche Weetenſchappen te Vianen.

JOANNES VAN DER PAARDT, Beminnaar der Mathematiſche Weetenſchappen te Amſterdam, Lid van het Genootſchap ter verbreiding der Mathematiſche Weetenſchappen te Hamburg.

CHRISTIAAN FRIEDRICH SCHARNBERG, Leermeester der Wiskunde te Hamburg; Lid van het Genootſchap ter verbreiding der Mathematiſche Weetenſchappen te Hamburg.

JOHANN HERMANN GRÜNENDAHL, geprivilegeerd Schryf- en Rekenmeester in 't Nieuwe Werk vóór Hamburg; Lid van 't Genootſchap ter verbreiding der Mathematiſche Weetenſchappen te Hamburg.

JOHANNES BERNARDUS NOORDINK, Beminnaar der Mathematiſche Weetenſchappen te Amſterdam.

CORNELIS DE HAAS, Beminnaar der Mathematiſche Weetenſchappen te Marken buiten.

JACOB DE JONG, Beminnaar der Mathematiſche Weetenſchappen te Middelie.

JAN VISSER, Beminnaar der Mathematiſche Weetenſchappen te Nieuwendam.

JOHANNES LINDEMAN JANSZ., Beminnaar der Mathematiſche Weetenſchappen te Vlaardingen; CORRESPONDENT des Genootſchaps.

JAN JACOB DE MEINERTZHAGEN, Beminnaar der Mathematiſche Weetenſchappen te Utrecht.

JAN CHRISTIAAN BRILL, Lieutenant-Ingenieur in dienſt van den Staat te Doesburg.

GERRIT VAN DER PAAUW, Beminnaar der Mathematiſche Weetenſchappen te Haarlem.

CORNELIS SMEER, Beminnaar der Mathematiſche Weetenſchappen te Schiedam.

PIETER SMEER, Beminnaar der Mathematiſche Weetenſchappen te Schiedam.

FRANS SMEER, Beminnaar der Mathematiſche Weetenſchappen te Rotterdam.

REEMT FEIKES FOLKERS, Beminnaar der Mathematiſche Weetenſchappen in de Wildervank.

ARIE ROOS, Beminnaar der Mathematiſche Weetenſchappen in de Bedykte Schermeer.

BARTHOLOMEUS VAN HEYNINGEN, Beminnaar der Mathematiſche Weetenſchappen te Amſterdam.

MAURITZ ADRIAAN DE SAVORNIN LOHMAN, Jur. Utr. & Philosop. Stud. te Groningen.

JAN JACOB BOUWENS, Capitein-Ingenieur in dienst van den Staat te Groningen.

PIETER HOUTTUYN G. z., Beminnaar der Mathematische Weetenschappen te Hoorn.

ADRIANUS KAMSTEEG, Beminnaar der Mathematische Weetenschappen te Rotterdam.

JACOBUS CATHARINUS CORNELIS DEN BEER POORTUGAAL, Koopman, mitsgaders Beminnaar der Mathematische Weetenschappen te Schiedam.

GERRIT VERBOON, Beminnaar der Mathematische Weetenschappen te Schiedam; CORRESPONDENT des Genootschaps.

JOHANNES KUIPERS, Beminnaar der Mathematische Weetenschappen te Zuidlaren.

BAREND KNEGTJES, Beminnaar der Mathematische Weetenschappen te Amsterdam.

KLAAS FREDRIK JASPER MORRIEN, Beminnaar der Mathematische Weetenschappen te Amsterdam.

CORNELIS STEENHUIS, Deurwaarder op het Comptoir der beschreevene Middelen te Medemblik.

LUCAS KOOPS, Beminnaar der Mathematische Weetenschappen te Amsterdam.

LAURENS BELY, Beminnaar der Mathematiſche Weetenſchappen te Almelo.

CORNELIS OTTEN, Beminnaar der Mathematiſche Weetenſchappen te Vianen.

WILLEM CORNELIS BAKKER, Secretaris in de hooge en vrye Heerlykheid Purmerland en Ilpendam te Purmerland.

LOUIS SCHUT GERRITSZ., Beminnaar der Mathematiſche Weetenſchappen te Purmerland.

KLAAS SMIT, Beminnaar der Mathematiſche Weetenſchappen te Amſterdam.

A. CROISET, Capitein-Ingenieur in dienst van den Staat te Arnhem.

H. TIDDENS, Lieutenant-Ingenieur in dienst van den Staat te Hasſelt in Overyſel.

CHRISTIAAN BRUNINGS JUNIOR, Inſpecteur van Rhynland, mitsgaders Schout en Secretaris van Sparendam te Sparendam.

HENDRIK GHELE, Beminnaar der Mathematiſche Weetenſchappen te Haarlem.

PIETER CALIS, Beminnaar der Mathematiſche Weetenſchappen in de Bedykte Schermeer.

JACOB ARNOLD HESSELINK, Extraordinair Ingenieur in dienst van den Staat te Doesburg.

JOHANNES KOST, Extraordinair Ingenieur in dienst van den Staat te Sluis in Vlaanderen.

ADRIANUS VERDAM, geädmitteerd Landmeeter voor de Ed. Hoven van Holland en Utrecht te Mydrecht.

HENDRIK VAN VOORST, Beminnaar der Mathematiſche Weetenſchappen te Thamen aan den Amſtel.

DANIEL BRAUBACH, Openbaar Leeraar der Zeevaartkunde te Bremen.

CARSTEN MARTENS, Beminnaar der Mathematiſche Weetenſchappen te Bremen.

WILLEM LIGTHART, Beminnaar der Mathematiſche Weetenſchappen te Gouda.

EVERT JOANNES LE FRANCQ VAN BERKHEY, Beminnaar der Mathematiſche Weetenſchappen te Abcoude.

GERRIT VAN DER PLAAT PIETERSZ., Beminnaar der Mathematiſche Weetenſchappen te Loeneſ.

PIETER VAN ZONSBEEK, Mr. Metzelaar en Beminnaar der Mathematiſche Weetenſchappen te Vlaardingen.

WILLEM VAN OSSELEN, Mr. Molenmaaker en Timmerman, mitsgaders Beminnaar der Mathematiſche Weetenſchappen te Vlaardingen.

HENDRIK ROOS, Beminnaar der Mathematiſche Weetenſchappen te Batavia; CORRESPONDENT des Genootſchaps.

PIETER KOOPS, Beminnaar der Mathematiſche Weetenſchappen te Medemblik.

VER-

WISKUNSTIGE VERLUSTIGING,

IN EENE

AANEENSCHAKELING

VAN

UITGELEEZENE VOORSTELLEN

I. VOORSTEL.

Door A. B. STRABBE.

Gegeeven zynde een ſtuk houts AB, dat door een ander *verticaal* ſtuk houts gedragen wordt, vraagt men naar de ſtelling van een Schoor *m n*, van eene *gegeevene lengte*, die zodanig tuſſchen beiden geplaatst worde, dat het ſtuk houts AB de mogelyk grootſte ondersteuning hebbe?

II. VOORSTEL.

Door H. DRESSELHUIS.

In eenen Cirkel, wiens middellyn doet *a*, is een *Parabool* geſchreeven, zo groot als mogelyk is:

men vraagt naar deszelfs *Abſciſſe*, *Ordinaat*, *Parameter* en Inhoud?

III. VOORSTEL.

Door C. Breevilt.

Men begeert een Driehoek ABC te beſchryven, zodanig, dat indien een lyn BD den tophoek B in twee gelyke deelen, en den *Baſis* AC in D ſnydt, de zyde AB, gemelde lyn BD, en het deel van den *Baſis* CD gelyk zyn aan drie gegeevene lynen P, Q en R.

IV. VOORSTEL.

Door P. van Brecht.

Van eenen rechthoekigen Driehoek is de ſom der drie zyden 12, en de Inhoud 6. Vraage naar ieder zyde byzonder?

V. VOORSTEL.

Door G. Schut.

De Ouderdom van twee myner Vrienden is zodanig, dat wanneer men hunne Jaaren te ſaamen addeert, de ſom een *Quadraat* zy, wiens Wortel het verſchil van hunne Jaaren is; en zo men hunne Jaaren ieder byzonder *quadrateert*, en die *Quadraaten* dan te ſaamen addeert, zo komt 'er mede een *Quadraat*, welks Wortel 35 is. Vraage naar iedere Ouderdom?

VI.

VI. VOORSTEL.

Door M. JELLEN.

Gegeeven zynde $a + b = 12$, en $a^3 + 9b^3 a - 6a^2 b = 1568$. Vraage naar de Waarden van a en b, niet alleen door Teerlings-, meer voornaamelyk door Vierkants-Vergelykinge? (*a*)

VII. VOORSTEL.

Door Denzelfden.

Gegeeven zynde $x^4 - 18x^3 - 18x^2 - 18x + 1 = 0$. Vraage naa alle derzelver Wortelen?

VIII. VOORSTEL.

Door H. L. BRONIUS.

A heeft van B gekocht eenige Goederen, bedragende te ſaamen 5000 Guldens, onder Conditie, dat hy denzelve zal betaalen één Jaar daar na: dan A nu voorzien van geld, en het alsdan benoodigd zynde, biedt hem aan om een gedeelte terſtond te betaalen (dus één Jaar vooruit), met beding, dat hy dan het overige 8 maanden laater zal mogen betaalen. B accordeert deeze Conditie en vraagt, hoe veel hy dan vóór, en hoe veel na den tyd ontfangen moet; op dat geen van beiden ſchade kome te lyden?

IX.

(*a*) HALCKEN's *Zinnen-Conſtig*, N. 201.

IX. VOORSTEL.

Door J. BOLTEN.

By gelegenheid van het bedryf eens Kinderspels hod een Vlieger, aan een touw opgelaaten, eene geruime distantie van ons in de hoogte verheven staan; zo viel dan het gesprek of 'er met eenige mogelykheid zou te meeten zyn, eerst de distantie van een Vlieger A tot den Persoon, die in B stondt, ten tweeden de *perpendiculaire* hoogte, die deeze Vlieger A boven den grond was verheven; doch alzo het touw of de koord, daar deeze Vlieger mede werdt opgelaaten, gemeenlyk een ruime bogt hadt, door deszelfs eigene zwaarte, namen wy aanstonds een proef daarvan, en maakten juist in C, op de halve lengte van de koord of het Vliegertouw, een kleine dunne koord vast, die met zekere tekens in Voeten was afgedeeld; en daar op werdt de Vlieger opgelaaten; wanneer het dunne koordje uit C recht neder kwam te hangen tot op den grond, als CF, en bevonden dit koordje op de tekening van 100 Voeten *perpendicular* op den grond te komen; en wolke distantie van F tot de plaats, daar het Vliegertouw op den grond was vastgemaakt, als in B, was 230 Voeten; voorts konde ik meeten de hoek FBA te zyn 33 graden. Nu is de Vraag hoe veel de bogt der koorde was, hoe lang dezelve was, en naar de distantie van de plaats B tot den Vlieger in A, alsmede hoe veel dezelve *perpendicular* hoog stondt?

X. VOORSTEL.

Door J. TE VELTRUP.

A en B hebben eenige Guldens te deelen; als men het deel van A cubeert, en de uitkomst door het

Qua-

Quadraat des deels van B deelt, komt 4000, en zo men de Guldens van B quadrateert, en de uitkomst door de Guldens van A deelt, komt 250. Vraage hoe veel geld zy te deelen hadden?

XI. VOORSTEL.

Door C. PHILIPS *Jacobsz.*

In een Dorps-Logement met gezelschap in een Kamer zynde, welke haar uitzigt over eene kleine Rivier op den Kerktoren hadt, vroeg my een onder ons, wiens zitplaats vlak tegen over het Glasraam was, hoe groot het Beeld van den Toren op het Glas zoude zyn, als gesteld wordt, dat zyn afstand tot den Toren, als van A tot B, was 100 Voeten, als mede de hoogte des Torens BC = 100 Voeten; doch de afstand van zyn oog D tot het Glas EF = 6 Voeten, en laatstelyk de hoogte van zyn oog D boven des Torens Grondvlak BA = 6 Voeten bedroegen?

XII. VOORSTEL.

Door C. VAN DIEST.

Daar is een Driehoek ABC uit wiens hoek A een *perpendiculair* op BC getrokken is, lang 24. Indien AC − 4 = AB; en BD + 8 = DC is; zo is de Vraag hoe lang ieder zyde is?

XIII. VOORSTEL.

Door J. CLAUSET.

Eenige Regenten der *OEconomische* Schoolen, de Visitatie doende in een Meisjes-School, vereerden,

ten blyke van hun genoegen, aan elk Kind zo veel Stuivers min een halve, als zy Regenten daar waren; zynde het getal der Meisjes het *quadraat*-getal van de Regenten, en de uitdeeling bedroeg te ſaamen 5½ Guldens. Vraage hoe veel Regenten 'er waren?

XIV. VOORSTEL.

Door G. DIEPENHORST.

Van eenen rechthoekigen Driehoek zyn de *Quadraaten* der beide rechthoekszyden te ſaamen 164, en de beide rechthoekszyden te ſaamen vermeenigvuldigd, maaken ⅔ van het grootſte *Quadraat* dier rechthoekszyden uit. Vraage naar ieder zyde byzonder?

XV. VOORSTEL.

Door H. RAKERS.

Twee Perſoonen A en B hebben ieder eene zekere ſom Guldens. A die het meeste heeft, geeft aan B zo veel als B heeft; B nu het meeste hebbende geeft aan A weder zo veel, als A hadt overgehouden; A nu weder meer dan B hebbende, geeft weder aan B zo veel als B hadt overgehouden. Nu geeft B weder zo veel aan A, als A hadt overgehouden, dan weder A aan B, en eindelyk B weder aan A. Nu bevinden zy dat ieder evenveel Guldens heeft: men vraagt, hoe veel Guldens A en B ieder in den beginne gehad hebben, en wel in de kleinſte heele getallen, als mede naar het getal der Antwoorden?

XVI.

XVI. VOORSTEL.

Door C. PHILIPS *Jacobsz.*

Men vraagt naar den Meetkundigen Regel, om aan eenen rechten hoek ABC de gegeevene *Hypothenuſa* EG zodanig te voegen, dat dezelve met de twee rechthoekszyden AB, AC eenen rechthoekigen Driehoek maakt, wiens zyden om den rechten hoek aan elkander gelyk zyn?

XVII. VOORSTEL.

Door R. SWARTWOLT.

Iemand heeft een ſtukje Lands, hebbende de gedaante van eenen ſtomphoekigen Driehoek ABC, waar van de zyde AB is 20, AC 10, en BC 12 Roeden. Dewyl nu aan de zyde AC *een kleiner ſtukje* ACD *ligt, dat ſlegts door een Goot* van het eerſte is afgeſcheiden, ih de gedaante van eenen rechthoekigen Driehoek, waar door de ſtompe hoek van het eerſte tot eenen rechten hoek gemaakt wordt, zo koopt hy hetzelve de vierkante Roede voor één Gulden. Vraage wat hy daar voor geeven moet?

XVIII.

XVIII. VOORSTEL.

Door H. DRESSELHUIS.

Iemand huurt ettelyke achteréenvolgende dagen eenig Werkvolk: den eersten dag 1 man voor 1 dag, den tweeden 2 mannen voor 2 dagen, den derden 3 mannen voor 3 dagen, enz. tot aan het einde in dezelfde orde voortgaande: belooft elken Werkman dagelyks éénen Gulden. By slot van rekening wordt bevonden, dat de man, door elkander gerekend, $8\frac{1}{2}$ Guldens ontfangen heeft. Men vraagt hoe veel dagen hy uitging, hoe veel Werkvolk hy aannam, en welke de som der uitgetelde Guldens is?

XIX. VOORSTEL.

Door M. JELLENS.

Gegeeven zynde $ax^6 - bx^5 + cx^4 - 160x^3 + 120x^2 - dx + e = 0$; waar van de Teerlings-Wortel is $2x^3 - sx + t = 0$. Men vraagt naar alle de onbekende *Coëfficienten* van die Vergelykinge?

XX. VOORSTEL.

Door H. DRESSELHUIS.

Van eenen Driehoek gegeeven zynde de drie zyden AB = 65, AC = 75, en BC = 70 Roeden; te vinden eene zyde van het grootste *Quadraat*, dat in denzelven kan beschreeven worden. (*b*)

XXI.

(*b*) Zie M. WILLEMS, *Geom. Quest.* N. 91.

XXI. VOORSTEL.

Door A. VRYER.

Zeker Landmeeter heeft te meeten, eene onbegangkelyke, en byna ongenaakbaare, driehoekige Boschaadje, waar van hy met zyn Roeden-maat niets meeten, noch van eenigen hoek een anderen hoek beschouwen kan; terwyl zelfs het derde hoekpunt geen plaats voor een baaken toelaat, alleenlyk kan hy zo in AC als AB een stok planten, vermits de hoekpunten A en B hem, des benoodigd zynde, standplaats vergunnen. Vraage, hoe deeze Landmeeter, met het minste Veldwerk, het begeerde kan uitvoeren? (c)

XXII. VOORSTEL.

Door H. DRESSELHUIS.

Daar zyn vyf getallen, welker som is 285; de drie eersten staan in eene *Arithmetische*, de drie middelsten in eene *Harmonische*, en de drie laatsten in eene *Geometrische* reden. Zo men het laatste met het *quadraat* des eersten vermeenigvuldigt, en 't *product* door het middelste deelt, komt 'er een *quadraat*-getal, 't welk tot het 52 voudige van deszelven Wortel vergaard, gelyk is aan de som der vyf getallen, die men begeert te vinden?

XXIII.

(c) Dit is het XV *Voorstel* des I. Deels der *Kunst-Oeffeningen*, en wordt om redenen alhier wederom opgegeeven.

XXIII. VOORSTEL.

Door J. BOLTEN.

In het voorgaande IX. *Voorstel* de *perpendiculaire* hoogte van den Vlieger AG gevonden zynde, is gevolglyk ook bekend deszelfs afstand tot de plaats, daar het Vliegertouw op den grond was vastgemaakt. Wanneer men nu onderstelt, dat twee gelyke Lighaamen uit A worden losgelaaten, waar van het eene, door deszelfs zwaarte, *perpendiculair* den weg AG aflegt, en het andere langs een hellend vlak AB naar beneden snelt, zo vraagt men, hoe ver het eene Lighaam langs het hellend vlak zal gedaald zyn, wanneer het Lighaam dat *perpendiculair* valt in G komt: en hoe veel het eene eerder dan het andere deszelfs Loopbaane heeft afgeloopen?

XXIV. VOORSTEL.

Door M. JELLEN.

Vraage naar alle de *Octagonaal*-Wortelen uit deeze Stelkundige grootheden, $x^7 + 12^6 - 91x^5 - 1940x^4 - 9741x^3 - 17209x^2 - 5591x + 3780$, veronderstellende, dat, als men x voor de waarde des *Octagonaal*-Wortels stelt, dezelve alsdan met deeze gegeeven x van gelyke grootheid zy?

XXV. VOORSTEL.

Door J. TE VELTRUP.

Van een *Parallelogram* ABCD is de lengte AC=18, en de breedte AB=8; de zyde DC is verlengd tot in E, zodanig dat CE=10 is. Nu begeert men in de verlengde AB een punt F te vinden in dier voegen, dat

dat als men de rechte EF trekt, die de zyde AC in G snydt; alsdan de Driehoek AFG gelyk het genoemde *Parallelogram* zy.

XXVI. VOORSTEL.

Door R. SWARTWOLT.

Zo men stelt, dat de *Scheemda* 4 Duitsche Mylen ten Oosten van *Groningen* gelegen is; en die beide Plaatsen liggen op 53 Graaden 15 Minuten Noorder-Breedte of Pools-hoogte: dan is de Vraag, hoe veel de Uurklokken, naar beider Middaglyn welgaande, van elkander verschillen moeten?

XXVII. VOORSTEL.

Door H. DRESSELHUIS.

Zou het mogelyk zyn den waaren Vierkants-Wortel uit het getal 2 te vinden? (*)

XXVIII.

(*) De Heer J. WATTS zegt in zyne Verhandeling OVER DE OEFFENING EN BESCHAAVING VAN 'T VERSTAND, Hoofdstuk I. Reg. III. 3e Onderdeel: „ ARITHMO *is van kindsbeen af op een Kantoor geweest, en gelooft daarom, dat hy één der eerste Rekenmeesteren is. Maar onlangs yverig werkende, om den Vierkants-Wortel uit het getal 2 te vinden, was al zyn arbeid te vergeefs: na langen tyd zich in de* Decimaal-Rekeningen *vermoeid te hebben. bekende hy geen einde aan zulk een onderzoek te zyn: en echter leerde deeze doornige en verwarrende Vraage hem zo veel nederigheid, dat hy de onmogelykheid der Ontdekkinge niet durfde vaststellen enz.*"

XXVIII. VOORSTEL.

Door P. VAN BRECHT.

Gegeeven zynde den Vierkants-Wortel uit 1369 te zyn 37; hoe zal men hier door den Vierkants-Wortel uit 1681 vinden?

XXIX. VOORSTEL.

Door A. ALBLAS.

Welk is het kleinste getal, dat door 28, 29 en 15 achtervolgens gedeeld zynde, de overblyvende getallen zyn 14, 17 en 2?

XXX. VOORSTEL.

Door J. KNEPPEL.

Iemand neemt voor een zekeren tyd op Interest 375 Rd., à $\frac{1}{2}$ zo veel Pct. des Jaars Interest, als het getal der Maanden zyn; na den verloopen tyd kan hy niet betaalen, verzoekt derhalve om verlenging des tyds: de Crediteur geeft hem nog à zo veel Maanden tyd als de eerste maal; voor deezen tyd zoude hy echter 1 Pct. des Jaars Interest van de opgenomene som meer geeven, dan te vooren; na dit accoord bedraagt alzo de geheele betaaling in Capitaal en Interest 400 Rd., Vraage hoe veel Maanden 'er ieder maal bepaald zyn? (*d*)

XXXI. VOORSTEL.

Door M. JELLEMA.

Een langwerpig rechthoekig Vierkant stuks Lands, groot *a* Grazen, ieder van 400 vierkante Roeden, de Roede van 12 voeten, wordt door twee rechte scheidlynen, evenwydig met de zyden des Lands, en malkanderen dus rechthoekig doorsnydende, in vier ongelyke stukken verdeeld, waarvan het kleinste een recht *Quadraat*, *b* Grazen, en het grootste *c* Grazen houdt: men vraagt naar de grootte der twee andere stukken?

(*d*) M. JELLEMA, *Rekenkundige Byzonderheden.* N. 131.

XXXII. VOORSTEL.

Door R. SWARTWOLT,

Drie Smeden koopen eenen Slypsteen, houdende in zyne Middellyn 7 Voeten; met verdrag, dat de eerste, $\frac{1}{3}$ daarvan afgesleepen hebbende, den zelven aan den tweeden; en deeze, insgelyks $\frac{1}{3}$ afgesleepen hebbende, het overige $\frac{1}{3}$ aan den laatsten zal overlaaten. De Vraag is, hoe veel Voeten de Middellyn moet houden, na de eerste, en ook na de tweede afslyping?

XXXIII. VOORSTEL.

Door J. DE GELDER.

Van een Driehoek gegeeven zynde den *Perimeter* $2a$, de middellyn van den ingeschreeven Cirkel $2b$, en de middellyn van den omgeschreeven Cirkel c. De zyden te vinden?

XXXIV. VOORSTEL.

Door J. VAN DER OORT.

Iemand heeft twee Stukken Laken, het een getekend met A, het ander met B. Dezelve zyn van zodanige grootte, dat zo hy tot de vierkante Ellen van het stuk A addeert 95800 vierkante Ellen, en de som met de vierkante Ellen van het Stuk B vermeenigvuldigt, het *product* zy 13311000. Deeze Stukken laat hy krimpen, en krimpt A op 5 Ellen lengte 1 El, en op 2 Ellen breedte $\frac{1}{2}$ El; en B op 3 Ellen lengte $\frac{1}{17}$ El, en op 1 El breedte $\frac{1}{2}$ El. Na het krimpen bevindt hy de Stukken even groot te zyn, en zo hy dan de Ellen lengte van het Stuk A ad-

doet tot de Ellen Breedte van het Stuk B, komt 3481 Ellen, en de Ellen lengte van B tot de Breedte van A geaddeerd, doet 175 Ellen. Vraage wat iedere lengte voor 't krimpen geweest, en ook na 't krimpen gebleeven is? (*e*)

XXXV. VOORSTEL.

Door J. PAUW.

In eenen rechthoekigen Driehoek ABC, welks Inhoud is 60, wordt getrokken een lyn van de opstaande zyde uit D, tot op den *Basis* in E, maakende eenen anderen Driehoek DBE, waar van de schuinsche zyde DE doet 13. Zo nu AD en EC ieder doen 3, vraagt men naar de onbekende zyden der beide Driehoeken (*buiten Algebra, en zonder hoeken te berekenen*)?

XXXVI. VOORSTEL.

Door C. HOKKE.

A verkoopt aan B een Paerd voor eene zekere somme Ponden Vlaams, onder beding, dat B de *Karel-Lotery* (zynde in Zeeland eene belasting op den verkoop van Paerden à 8½ Pcto.) aan den Pagter moest betaalen. B verkoopt direct dat zelfde paerd aan C, en neemt op zich ook daar van de *Karel-Lotery* te zullen betaalen; B nu tweemaalen den Impost betaald hebbende, wint nog daarenboven 7 Ponden Vlaams. — Na eenigen tyd verkoopt C dat zelfde Paerd, zonder Winst of Verlies, aan D, onder conditie dat D de *Karel-Lotery* moet betaalen. De Pagter van ge-

(*e*) Dit is het 26ste Voorstel van G. E. BAKKER, achter *Brasser's Algebra*.

gemelden Inspect ontfangt van deeze drie Verkoopingen, voor zyn gerechtigd aandeel, eene somma van Ponden Vlaams, juist gelyk aan het ⅓ gedeelte van de eerste Koopsom, door A van B bedongen. Vraage naar de eerste, tweede en derde Koopsom van het Paerd, en hoe veel de Pagter voor zyn aandeel ontfangen heeft? *Door Arithmetica.*

XXXVII. VOORSTEL.

Door J. BOLTEN.

Eender heeft op de hoogte van 53 Graaden 43 Minuten op een effen Horizontaal Bord een Cirkel getrokken, en denzelven zeer naauwkeurig in 360 Graaden afgedeeld, de Minuten ook in acht genomen. 't Begin van den eersten Graad was op de Middaglyn; de Styl of Wyzer, die in 't middelpunt stondt, wees naar den Noordpool. Wanneer de schaduw op 226 Graaden 25 Minuten was, is de Vraag hoe laat het was? (*f*)

XXXVIII. VOORSTEL.

Door Denzelfden.

Op 't gemelde Bord werdt op eenen anderen tyd de Styl, die in 't middelpunt stondt, *perpendiculair* opgericht, lang zynde 1000 Deelen, en deszelfs schaduw was 987 Deelen, wyzende op 164 Graaden. Men vraagt naar de Zons Declinatie, en 't uur van den dag? (*g*)

XXXIX.

(*f*) HALCKEN's *Zinnen-Confect*, N. 525.
(*g*) *Ibid.* N. 526.

XXXIX. VOORSTEL.

Door M. JELLEN.

Twee getallen te vinden, van die natuur: dat, als men van hun *product* derzelver ſom aftrekt, dat de reſt 1 minder dan een *Pronik*-getal zy; en als men daar uit den *Pronik*-Wortel trekt, en van deezen *Pronik*-Wortel zyn eigen *Quadraat*-Wortel aftrekt, dat 'er dan nog een *Pronik*-getal overblyft, wiens Wortel 2 zy: maar als men de ſom der getallen en de ſom hunner Vierkanten verzaamelt, dat 'er dan 242 komt?

XL. VOORSTEL.

Door J. TE YELTRUP.

Daar zyn drie Scheepen, leggende by malkanderen in A, op 40 Graaden Noorder Breedte; dezelve gaan te gelyk onder Zeil, en neemen elk eene byzondere koers, die zy zo lang houden, tot dat zy op eene Breedte ſaamenkomen. Het middelſte Schip ſnydt den Koershoek van B en C in twee gelyke deelen, en zeilt zo lang tot dat het in D komt; zo dat het van B 16, en van C 24 Mylen komt te leggen, en de Scheepen B en C hebben te ſaamen 80 Mylen gezeild. Vraage, hoe veel Mylen elk Schip gezeild heeft?

XLI. VOORSTEL.

Door P. VAN BRECHT.

Men begeert een zyde van eenen gelykzydigen Driehoek, om een Cirkel, wiens *Diameter* 90 $\sqrt{3}$ doet, te vinden?

XLII. VOORSTEL.

Door het GEZELSCHAP *te* HOORN, *onder de Spreuk:* De Wiskunst ons doel.

Men begeert *n* getallen te vinden, waar van het eerste met de $\frac{1}{2}$ van alle de overigen, het tweede met de $\frac{1}{3}$ van alle de overigen, het derde met de $\frac{1}{4}$ van alle de overigen, het vierde met de $\frac{1}{5}$ van alle de overigen, enz. geduurig 6 opleevert?

XLIII. VOORSTEL.

Door J. CLAUSET.

Iemand Erfgenaam geworden zynde in eene Nalatenschap van $6\frac{1}{2}$ Tonnen Gouds, vraagde aan de Executeurs, hoe veel zyne Portie wel bedraagen zoude? Welke antwoordden, wanneer $4\frac{2}{3}$ van $5\frac{5}{8}$ deel aan de andere Erfgenaamen is uitgekeerd, dan is de rest uwe Portie. Vraage, hoe veel Guldens dezelve bedroeg?

XLIV. VOORSTEL.

Door D. AENMEY.

In de naastvoorgaande Week ging ik eens wandelen naar één myner Confraters, en zag by die gelegenheid een Haas in zyn Leger zitten; ik stelde daar op een paal, lang 5 Voeten: 12 Voeten nader gekomen zynde, stelde ik nog een paal van 3 Voeten, hebbende toen de koppen der paalen en den Haas recht tegen over malkanderen. Zo wanneer de Haas opliep, en in $\frac{1}{8}$ Minuut zo veel wegs aflegt, dat ik,

om hem langs de koppen der paalen te zien, de eerſte of voorſte paal 21 Duimen (van 12 in een Voet) hooger moest ſtellen, wordt gevraagd, hoe veel Roeden de Haas in een Uur loopt?

XLV. VOORSTEL.

Door G. DIEPENHORST.

Zo twee rechte lynen elkander in een Cirkel rechthoekig doorſnyden, dan zyn de *Quadraaten* van de vier ſtukken ſaamen even zo groot, als het *Quadraat* op den *Diameter*. Vraage naar 't Bewys?

XLVI. VOORSTEL.

Door H. L. BRONIUS.

Iemand heeft gekocht zekere Koopmanſchappen, te betaalen met Casgeld; doch de Verkooper verzoekt zyne betaaling in Banco, preſenteerende 2½ Pcto voor de Agio van 't Bankgeld, en voor de Tarra te laaten korten 10 ten 100, dat is: van 110 zal hy maar 100 betaalen, zo doende, zoude hy dan nog 16 ten 100 's Jaars winnen: maar de andere zegt neen, geeft my voor de Agio 3 Pcto, en voor de Tarra 12 ten 100, 't welk de Verkooper toeſtaat. Vraage, hoe veel hy dan nog ten 100 's jaars wint? (*h*)

XLVII.

(*h*) Zie den Aanhang van diverſe Questien door *Dirk de Hollander*, achter de *Cyfferkonst van David Kok van Enkhuizen*, ſom 15.

XLVII. VOORSTEL.

Door J. KREPPEL.

Iemand neemt op Rente □ 50 Rd. tegen □ Pcto 's Jaars; na 2 Jaaren wil hy het Capitaal met gemeene Interest afdoen. De Crediteur eischt echter, Interest op Interest; derhalve na derzelver accordeeringe moest hy 'er nog 2 Rd. 24 Gr. 2⅔ Zw. bydoen. Vraage hoe groot het Capitaal geweest is, en hoe hoog het Pcto. gerekend zy? (*i*)

XLVIII. VOORSTEL.

Door P. J. B. C. VAN DER AA.

Een Heer heeft een Stuk Lands, gereed om beplant te worden, 't welk hy tot een Bosch wil laaten beplanten. De Boer by hem gekomen zynde, om het aan te neemen, zoekt de Heer naar den Opdragtbrief, om de grootte te weeten; doch dezelve was door onachtzaamheid zeer beklad: men kon 'er niet van leezen, dan *lang* 450 *Roeden*, (de breedte was geheel beklad) *groot* △ 2 *Morgen*, △ 5 □ *Vierkante Roeden Rhynlandsch* De Boer gaat naar de Stad, om by iemand, die daaromtrent Papieren hadt, naar den Inhoud te vraagen: de Boer bleef ⊙ Dagen uit, en conditioneert te zullen hebben 1 □ Stuivers 's daags.

De

(*i*) M. JELLEN *Rekenkundige Byzonderheden*, N. 127.

De menschen die 'er aan werken gaan voort in eene *Arithmetische Progressie*, waar van de opgang 2, en de eerste *Term* 2 is, zo dat elken dag 2 man meer 'er aan werkt, en elk man 's daags 8 Vierkante Roeden beplant: zy krygen het af, op eenige Roeden na, in 5 ☾ Dagen, elken dag werken zy 10 uuren.

Als men de dagen, die de Boer uitbleef, *quadrateert*, en 'er 8 by vergaart, heeft men de breedte; de waarde van $\triangle + 3$ is $= \odot$; de waarde van ☾ is $= \odot - 1$, en de dagen of *Termen* der *Arithmetische Progressie*, 5 ☾, met 2 vermeenigvuldigd, en 1 'er bygedaan, is gelyk 6 maal de waarde van $\square$, meer 19 maal $\triangle$, meer 5 maal ☾; maar ☉, en 4 maal het gulde getal van 't Jaar na Christi Geboorte 1790, vermeenigvuldigd met 90, en 2 maal den Zonnen-Cirkel van 't zelve Jaar meer één 'er afgetrokken, is gelyk aan 't Jaargetal, waar in 't gebeurde, en zy beginnen op den zo veelsten van die Maand, als de laatste Paasch-Volle Maan zal zyn Anno 1790 (NB. dit laatste *Chronologisch* berekend).

Hoe lang is dan het Land? Hoe breed? Hoe groot? Hoe lang blyft de Boer uit? Hoe veel geeft die Heer 's daags? Hoe veel Lieden werken 'er aan in 't geheel? Wanneer beginnen zy? Op welk een dag der Week? Wanneer scheiden zy uit? Welk een dag der Week? (NB. De Zondagen zyn niet in de 5 ☾ dagen begreepen). Hoe veel is 't overschot? Hoe lang werken degeenen, die in de laatste *Termen* der *Progressie* 'er aan gewerkt hebben, over 't overschot? Hoe veel kost het dien Heer?

XLIX. VOORSTEL.

Door A. B. STRABBE.

Als een Horologie, dat op de Oppervlakte van de Aarde de uuren van den dag naauwkeurig aanwyst, op den top van zekeren Berg gebragt zynde, dagelyks 2 Minuten verachtert, begeert men te weeten, hoe hoog de Berg is?

L.

L. VOORSTEL.

Door J. DE GELDER.

Eene Vergelyking $x^n - Ax^{n-1} + Bx^{n-2} - Cx^{n-3} + Dx^{n-4} - \&c. = 0$ in eene andere $y^n - A'y^{n-1} + B'y^{n-2} - C'y^{n-3} + D'y^{n-4} - \&c. = 0$ te veranderen, zolang, dat de Wortel y der gezochte *Æquatie* eene *Functie* van den Wortel x der gegeevene *Æquatie* van de volgende gedaante zy: $\frac{l}{h}(x^m + ax^p + bx^q + cx^r + dx^s + \&c. + e)^p$, waar in m, p, q, r, s, en p heele ſtelſige getallen moeten zyn, terwyl l, h, a, b, c, d, e geheele of gebroken, ſtellige of ontkennende grootheden mogen zyn.

LI. VOORSTEL.

Door het GEZELSCHAP TE HOORN, *onder de Spreuk:* De Wiskunst ons doel.

Twee getallen te vinden, van welken de ſom, de ſom der Cuben, en de ſom der vyfde Magten tot elkander in reden ſtaan, als p, q en r, of 1, 19, en 421? (NB. *Men begeert in de Ontbinding van dit Voorſtel* x *en* y *te ſtellen, en hetzelve tot eene Vierkants-Vergelyking te brengen.*)

LII. VOORSTEL.

Door J. BOLTEN.

Daar is een Cirkel, wiens *Diameter* ZN is 30; dezelve is verlengd tot in C, doende CZ 6. Vervolgens is getrokken de lyn CD, welkers lengte is 20; dezelve ſnydt den Cirkel in E. Vraage naar CE, DE, en den *Perpendiculair* DH? (*k*)

LIII. VOORSTEL.

Door Denzelfden.

In de zelfde Figuur is gegeeven de lyn CD = 15, CE = 8, en de *Perpendiculair* DH = 9. Vraage naar den *Diameter* des Cirkels, en het verlengde CZ? (*l*)

LIV. VOORSTEL.

Door J. CLAUSET.

Een Vrouw koopt 12 Steen Vlas, verkoopt den Steen wederom voor 7 Guldens, en wint met 36 Daalders ½ der aangelegde ſom. Hoe veel heeft de Steen gekost? (*m*). *Door Arithmetica.*

LV.

(*k*) HALCKEN's *Zinnen-Confect*, N. 479.

(*l*) *Ibid.* N. 480.

(*m*) *Ibid.* N. 102.

LV. VOORSTEL.

Door J. DE GELDER.

Van een Driehoek ABC gegeeven zynde, de hoek A = 60 Graaden, de ſom der zyden = $2a$, en de Middellyn van den ingeſchreeven Cirkel = $2b$, de drie zyden van denzelven te vinden?

LVI. VOORSTEL.

Door Denzelfden.

De middellynen van de in- en omgeſchreeven Cirkels eens Driehoeks, en de Inhoud van dien Driehoek, a, $4b$ en P gegeeven zynde, de zyden te vinden?

LVII. VOORSTEL.

Door J. PAUW.

In eenen gelykbeenigen Driehoek ABC worden beſchreeven drie Cirkelen boven elkanderen, die elkander, gelyk ook de zyden des Driehoeks raaken. Zo nu de *Diameter* des grootſten Cirkels doet 20, en die des kleinſten $7\frac{1}{2}$, vraagt men naar den *Diameter* des middelſten Cirkels, als mede naar de zyden des Driehoeks?

LVIII. VOORSTEL.

Door het GEZELSCHAP TE HOORN, *onder de Spreuk*: De Wiskunst ons doel.

Indien het getal der Geboorenen tot dat der Stervenden is, als 112 tot 100, en het getal dergeenen die jaarlyks ſterven tot dat van het geheele Menschdom, als 1 tot 40, binnen hoe veel Jaaren zal dan het gantſche Menschlyk Geſlacht verdubbeld zyn?

LIX. VOORSTEL.

Door P. VAN BRECHT.

Daar is eene *Arithmetiſche Progresſie* van drie getallen; als men het eerſte en tweede met elkander vermeenigvuldigd, en tot dat *product* addeert des derden getals *Quadraat*, komt 'er 9088, en het tweede met het derde vermeenigvuldigd, komt 'er 4928. Vraage naar de getallen? (*n*)

LX. VOORSTEL.

Door J. TE VELTRUP.

Van eene opklimmende *Arithmetiſche Progresſie* is het verſchil der uiterſte Leden 55; maar wanneer deeze *Progresſie* nog 16 Leden wordt voortgezet, dan is het verſchil van de uiterſte Leden 195, en het getal des inhouds, of de ſom, van de eerſte *Progresſie*, met het getal des inhouds, of de ſom, van de uitgezette Leden vermeenigvuldigd; komt 992772. Vraage, naar ieders inhoud byzonder? (*o*)

LXI.

(*n*) L. VAN KEULEN *Konſtige Vraagen*, N. 60.
(*o*) H. MEISZNER *Kunſtketen*, Aanhang N. 117.

LXI. VOORSTEL.

Door Denzelfden.

Daar is eene *Arithmetiſche Progreſſie* van zes Leden; wanneer men multipliceert het eerſte Lid met het tweede, het tweede met het derde, het derde met het vierde, het vierde met het vyfde, het vyfde met het zesde; deeze vyf *Producten* het eene van het andere ſubſtraheert, *naamelyk het eerſte van het tweede*, het tweede van het derde, het derde van het vierde, en het vierde van het vyfde, en dan deeze vier verſchillen met elkanderen multipliceert, zo is het *Product* 27143424; maar wanneer men het zesde Lid multipliceert met het eerſte, het vyfde met het tweede, het vierde met het derde, en vervolgens het verſchil des eerſten en tweeden *Products* multipliceert met het verſchil des tweeden en derden *Products*, dan komt 'er 648. Vraage naar de gemelde *Progreſſie*? (*p*)

LXII. VOORSTEL.

Door P. Romond.

Men vindt by J. P. Graaman in zyn Licht des Koopmans, II. Deel, pag. 75, eenen algemeenen Regel, om de goude Cruſaden te berekenen.

De goude Cruſaden worden altoos aangenomen tot 21 Karaat 11½ Grein (1 Mark fyn doet in het Goud-Eſſay Gewigt 24 Karaat, 1 Karaat 12 Grein, 1 Grein 24 Klein-Grein), en tot een vasten Prys van ƒ 355 het

(*p*) H. Meyster's *Konſtkeſten*, Aanhang N. 119.

het Mark fyn. De Negotie geſchiedt met Pct. Opgeld.

Dezelve wordt aldus opgegeeven:

„ Maakt de Marken Bruto Goud altyd met 8 tot „ Oncen, en deeze verders met 40 tot halve-Pen- „ ningen; hier by 1 Pct., en verders uit deeze de „ helft, de ſom van deeze drie deelen zyn de be- „ geerde Guldens."

Men vraagt naar het Bewys van deezen Regel?

LXIII. VOORSTEL.

Door het GEZELSCHAP *te* HOORN, *onder de Spreuk*: De Wiskunst ons doel.

Men heeft n onderſcheidene getallen, als a, b, c, d, enz., van welken de ſom der *Trigonaalen* $= p$, en de ſom der *Decagonaalen* $= q$ is. Men begeert de ſom hunner *Coſiogonaalen* te vinden?

LXIV. VOORSTEL.

Door P. BRECHT.

Twee Perſoonen, als M en N, hebben gekocht een winkelrecht driehoekig ſtuk Lands, groot 96 Roeden, hetwelk zy verdeelen door eene Scheid-linie, getrokken uit den hoek C tot het punt D, in de langſte rechtshoekszyde AB, maakende BD

BD = BC, en bevonden de lengte van D tot aan den tophoek A nog lang te zyn 4 Roeden; betaalen daar voor ieder na rato zyns Lands. Indien men ieders ſom Guldens *quadrateert*, en deeze *quadraaten* ſaamen addeert by tweemaal de ſom Guldens, welke M, die het meeste Land heeft, moet betaalen, komt 'er 52272, en het verſchil der *quadraaten* hunner Guldens is 41472. Nu is de vraag naar de lengte der zyden van den Driehoek ABC ieder byzonder, als mede hoe veel Guldens ieder voor zyn aandeel moet betaalen? *Zonder Algebra.*

LXV. VOORSTEL.

Door Denzelfden.

Van eenen rechthoekigen Driehoek ABC, recht in B, is de *Baſis* BC een *Trigonaal*-getal; de ſchuinſche AC is den *Trigonaal*-Wortel uit BC langer dan BC, en AB is de helft van AC+BC. Vraage naar de drie zyden van den Driehoek ieder byzonder?

LXVI. VOORSTEL.

Door G. DIEPENHORST.

Iemand my vraagende naar den Geboortedag van één myner goede Vrienden, antwoordde ik hem dus: zo men het getal der maanden van het begin des Jaars optelt by den datum eener loopende maand, zo komt 'er 31, en het *quadraat* der maanden verſchilt van het *quadraat* des datums 589; en wanneer het Jaargetal ver-

vermeenigvuldigd wordt met de ſom der maanden, en den *Radix* van den hoeveelden dag der maand, dan komt 'er even zo veel, als of men het Jaargetal met den *Radix* van den dag der maand alleen vermeenigvuldigde, en dan 10350 daar by addeerde. Vraage op wat dag, in wat maand en Jaar myn Vriend géboren is?

LXVII. VOORSTEL.

Door J. TE VELTRUP.

Eene *Arithmetiſche Progreſſie* van vier *Termen* te vinden, zodanig, dat het verſchil tuſſchen het vermeenigvuldigde van den tweeden en derden, en dat van den eerſten en vierden *Term* gelyk een gegeeven getal *a* zy. De eerſte *Term* gelyk een *rationaal* heel getal gegeeven zynde, hoedanig moet het getal *a* genómen worden, op dat de *Termen rationaale* heele getallen zyn?

LXVIII. VOORSTEL.

Door SIMPLEX.

Als 10 maar 7 bedraagt, hoe veel zal dan het *Product* van 12 maal 12 zyn, door eene daadelyke vermeenigvuldiging?

LXIX.

LXIX. VOORSTEL.

Door JACOB BOLTEN JANSE.

In een Rechthoek *ABDE* is gegeeven een punt H. Wanneer dan uit de vier hoeken tot het zelfde punt H lynen getrokken worden, zullen de Quadraaten op AH en HE ſaamen genomen, gelyk aan de ſom der Quadraaten op HD en HB zyn. Vraage naar 't *Bewys?*

LXX. VOORSTEL.

Door Denzelfden.

In eenen gelykzydigen Driehoek ABC is een Cirkel P beſchreeven, en uit het Centrum *d* tot in den hoek ABC een lyn getrokken, welke den omtrek des Cirkels in *e*, en den hoek *ABC* in twee gelyke deelen ſnydt. Nu is gegeeven het ſtuk B*e* der lyn B*d* gelyk 21. Vraage naar den *Diameter*, Omtrek, en Inhoud des Cirkels P?

LXXI. VOORSTEL.

Door A. B. STRABBE.

Een gegeeven getal in tweeën te deelen, zodanig dat het Vermeenigvuldigde van de ſom der *Teerlingen* met de ſom der *Quadraaten* gelyk zy aan een ander gegeeven getal.

NB. P. VENEMA, uit wiens *Algebra* (*Vierk. Vogel.* No. 40) ik dit Voorſtel heb overgenomen, zegt dat men noodzaakelyk, om tot eene Vierkants-

Vergelykinge te komen, $x+y$ en $x-y$ voor de deelen moêt ſtellen, alzo anders de Vergelykinge hooger zal loopen; dan daar ik by de overzieninge en verbeteringe des vyfden Druks van dat Werk, op pag. 141, juist het tegendeel beweerd heb, vraag ik in deezen naar de Oplosſing van dit Voorſtel, in de onderſtelling dat x en y de deelen zyn, zonder tot eene hoogere Vergelyking dan het Vierkant te komen? (*)

LXXII. VOORSTEL.

Door J. de Jonge.

Daar is een getal, als men hetzelve verheft tot een *Trigonaal*, dan komt 'er zo veel, als of men 't getal met deszelfs *Pronik* vermeenigvuldigde, en het komende door 20 deelde. Vraage naar hetzelve getal?

LXXIII. VOORSTEL.

Door G. Schut.

Van den Driehoek ABC is bekend, den hoek $A = 59^{\circ}\ 29'$, de *Baſis* $BC = 14$, en het verſchil der opſtaande zyden AB, AC, zynde $BK = 2$. Vraage naar AB en AC?

LXXIV.

(*) Daar het feilen menschlyk is, zal niemand door dezen misgreep VLAMMA wegens onkunde kunnen berispen; maar ik zeg rond uit, en zal het des noods te zyner tyd bewyzen, dat zy, die waanen, dat hy niet geweeten heeft wat *irrationaale* getallen zyn, hunne eigene onkunde verraaden, en tot het Ezels-geſlacht behooren.

LXXIV. VOORSTEL.

Door H. DRESSELHUIS.

De Meet- en Rekenkunst bepaalen wel de maat
Van 't Lichaam, dat gestolkt in zyne wanden staat;
Maar wordt niet op deeze aard 't recht door het krom verslonden,
Hoe wordt de rechte maat dan van het krom gevonden?
Van stok of steen of plant, van levend dier of mensch,
Of eenig lid van 't Lyf? 'tis CURIOSUS wensch:
Wen gy zyn zucht voldoet, hy zal de Wiskunst eeren;
Ja! uit nieuwsgierigheid die zelf wel willen leeren.

LXXV. VOORSTEL.

Door J. J. BERGHAUS.

Uit twee gegeevene punten A en B, in den grootsten Cirkel EF op de Oppervlakte eens Kegels, eenen Driehoek ABC te tekenen, waar van de top C in eenen anderen gegeeven Cirkel valt, en zodanig, dat de Inhoud van dien Driehoek de mogelyk grootste zy?

LXXVI. VOORSTEL.

Door J. VERTON.

Zo men 72 Potten koopt, op conditie, dat men voor de twee eerste één Penning zal betaalen, en verder elke 2 Potten met 2 Penningen vermeerderen;

ren; terwyl men bovendien op het gheel nog 15 Stuiv. zal opleggen. Hoe veel is de Winst, wanneer men elke Pot voor 2 Stuiv. verkoopt?

LXXVII. VOORSTEL.

Door G. SCHUT.

Van eenen rechthoekigen Driehoek ABC gegeeven zynde de ſom der zyden = 12, en haar vermeenigvuldigde = 60, vraagt men naar elk der zyden in 't byzonder?

LXXVIII. VOORSTEL.

Door JAN RUYTER.

Op een' Graf te *Jouwer* in Friesland ſtaat dit Graffchrift:

Klaas Lieuwes Popma ligt hier begraaven. Zyne Ouderdom, toen hy ſtierf, by de helft der Jaaren Ghristi geaddeerd, komt 878 $\frac{549}{730}$, en het één vierde van zyne Jaaren met de Jaaren Christi gemultipliceerd, komt 17159 $\frac{19391}{26645}$. De Vraag is wanneer hy geſtorven is, en hoe oud hy was?

LXXIX. VOORSTEL.

Door H. DRESSELHUIS.

Men begeert te weeten, welk eene betrekking de *Parameter*, *Abſciſſe*, en grootſte *Applicaat* (of *Baſis*) van

van een *Parabool* tot de middellyn der ingeschreevenen Cirkels hebben?

LXXX. VOORSTEL.

Door JAN PAUW.

Van drie Steeden A, B en C vertrekken gestadig drie Posten naar de Stad D; van *A* heeft men 'er toe noodig 28 uuren, van *B* 19 uuren, en van *C* 15 uuren: verders weet men, dat van A om de 28 uuren, van *B* om de 19 uuren, en van C om de 15 uuren een Post afgaat. Zo nu in de Stad D vier Herbergen zyn, daar deeze aankomende Posten logeeren, naamelyk, dat de eerste aankomende Post zyn intrek neemt in E, de tweede in F, de derde in G, de vierde in H, en de vyfde dan wederom in E, en zo vervolgens by de beurt om; en dat uit ieder Stad de eerste Post was afgegaan den 14 Maart 1777, 's avonds ten 6 uuren, zo gebeurt het, dat 'er naauwlyks een vierendeel Jaars verloopen is, of 'er arriveert een Post uit een der Steeden; één uur na deezen wederom een, en 3 uuren na den laatstgenoemden wederom een; Men vraagt in welke maand, wat *datum*, en hoe laat het was by ieder *arrivement*, en in welke Herberg ieder deezer Posten, volgens den ordinairen tour, zynen intrek moest neemen?

NB. Wanneer 'er twee Posten te gelyk, en in het zelfde oogenblik, in de Stad D arriveeren, neemen zy beide hunnen intrek in die Herberg, welke als dan aan de beurt legt. (q)

LXXXI.

(q) Dit Voorstel is opgegeeven in de *Examen van de Helder*, gehouden den 26 September 1778. Examinator

LXXXI. VOORSTEL.

Door J. J. BERGHAUS.

Een man van 60 Jaaren, die 10000 Guldens bezit, gelooft nog 20 Jaaren te leeven. Hy doet dit Capitaal op Interest tegen 5 ten honderd 's Jaars; nu begeert hy te weeten, hoe veel hy ieder Jaar verteeren kan, op dat 'er na 20 Jaaren niets meer van het geheele Capitaal overig zy, en dus zyn vermogen met het leven eindige?

Dit Voorstel is reeds opgegeeven in de *Kunst-Oefeningen* van dit Genootschap I. *Deel*, *pag.* 19, *Voorstel* 78, en in de Ontbindingen van dat Deel *pag.* 114 *& seq.* door *Algebra* opgelost; doch de Opgeever eischt in deezen de Oplossing door *Arithmetica.*

LXXXII. VOORSTEL.

Door P. BRECHT.

Van een Driehoek ABC is gegeeven AB $=$ 43, BC $=$ 27 $+\sqrt{}$ 24 $-\sqrt{}$ 195, en AC $=$ 27 $-\sqrt{}$ 24 $+\sqrt{}$ 195 Roeden. Vraage naar deszelfs Inhoud?

LXXXIII. VOORSTEL.

Door M. JELLEN.

De drie *Termen* van eene met 3 opgaande *Arithmetische Progressie*, saamen vermeenigvuldigd, geeven een allerkleinst getal. Vraage naar de *Progressie*?

LXXXIV.

Jacob de Nieuwe, Schoolmeester en Voorzanger te Colandsoog.

LXXXIV. VOORSTEL.

Door Denzelfden.

Gegeeven zynde $x^4 - 4x^3y + 5xy^3 - 2y^4 = 0$, en $x^3 + 16xy = 1584$. Vraage hoe veel x en y doet?

LXXXV. VOORSTEL.

Door J. DE JONGH.

Daar zyn twee getallen in *proportione ſubtripla ſubſeſqui altera*, waar van de ſom der Pronikken, vermeenigvuldigd met het kleinſte getal, 252$\frac{1}{2}$ maal het grootſte getal uitdoevert. Vraage naar de getallen?

LXXXVI. VOORSTEL.

Door G. SCHUT.

Vier koopen te ſaamen een Schip, en de ſom, die de eerſte daar toe betaalt, met de $\frac{1}{2}$ der andere drie, is de waarde van het Schip; ook is de ſom des tweeden met de $\frac{1}{3}$ der andere drie, als mede de ſom des derden met de $\frac{1}{4}$ der andere drie, en eindelyk de ſom des vierden met de $\frac{1}{5}$ der andere drie, telkens de waarde van het Schip. Zo nu het Schip koſt *f* 3600, hoe veel geld heeft dan ieder daar toe betaald? (*r*)

LXXXVII. VOORSTEL.

Door C. PHILIPS JACOBSZ.

Welke is de Meetkundige Regel, om uit een plat ſtuk Lood een hollen Kegel te maaken?

LXXXVIII.

(*r*) J. VAN DER SCHOOTEN, *Geſelſchaps-Rekening*, Bl. 19.

LXXXVIII. VOORSTEL.

Door Denzelfden.

Welke is de Meetkundige Regel, om uit een plat ſtuk Lood eene holle vierzydige Piramide te maaken, zodanig dat 'er maar eene ſaamenvoeging aan gevonden wordt?

LXXXIX. VOORSTEL.

Door P. Brecht.

Onze Timmerman *C. Uil* heeft gekocht een party Deelen, wier getal beſtaat uit drie Cyfferletteren, het ſtuk voor 16 ſtuivers, hy liet het beloop derzelve door my berekenen, doch liet, uit wantrouwen, of myne rekening wel goed was, het nog eens door zynen knegt *Maarten* doen: dan deeze ſtelde de achterſte letter van 't getal Deelen daar de voorſte, en de voorſte daar de achterſte moest ſtaan; behoudende de middelſte zyne eigene plaats, en bekwam door dien weg 79 Guld. 4 Stuiv. meer dan ik, die 't wel gerekend had. De Baas, dit verſchil zien te, laat het wederom doen door zynen knegt *Cornelis*, deeze plaatst de middelſte letter daar de achterſte, en de achterſte daar de middelſte moest ſtaan, waar door hy 7 Guld. 4 Stuiv. minder kreeg dan ik. Ten laatſten moest door order van den Baas de knegt *Johannes* het nog eens uitrekenen; dan deeze zette het getal der Deelen wel goed, maar ſtelde ieder Deel op 61, in plaats van 16 Stuivers, waar door hy 297 Guld. honger kwam, dan ik. Nu vraag ik den Rekenaaren hoe veel Deelen 'er geweest zyn?

XC.

XC. VOORSTEL.

Door J. KNEPPEL.

Iemand doet op Rente 550 Rd. tegens zekere P. C. Intrest, ontfangt na 8 jaaren aan Capitaal en Intrest te ſaamen 921 Rd. 50 Groot 4 $\frac{4753146}{8378125}$ Schwaaren, Intrest op Intrest gerekend zynde. Vraage hoe veel P. C.'s jaars hy gewonnen heeft? (*s*)

NB. Een Rd. is 72 Groot, een Groot is 5 Schwaaren.

XCI. VOORSTEL.

Door A. B. STRABBE.

Twee Torens, welkers ſpitſen gétekend zyn met B en D, ſtaan 600 Voeten van elkander: tuſſchen dezelve ſtaat iemand in eene rechte lyn in A, en hoewel de Toren D 20 Voeten hooger is dan de Toren B, ſchynen zy echter in zyn oog even hoog te zyn. Wanneer nu de beide gezichtlynen AB en AD eenen hoek van 108 Graaden in A beſluiten, zo is de vraag: hoe hoog iedere Toren is, en hoe ver hy van elke Toren heeft geſtaan? N. B. *Het antwoord wordt naar Wiskundige volkomenheid begeerd.* (*t*)

XCII. VOORSTEL.

Door C. PHILIPS Jz.

Hoe zal men *Geometricè* een voorgeſteld Vierkant ABCDA in Perſpectief overbrengen?

XCIII.

(*s*) M. JELLEN *Rekenkundige Byzonderheden*, *No.* 126.
(*t*) P. HALKEN, *Solvirter Meisznerianiſche Kunst-Spiegel*, *Appendix No.* 27.

XCIII. VOORSTEL.

Door S. GRAAF.

Iemand begeerig zynde myn ouderdom te weeten, antwoorde ik: myn ouderdom beſtaat in een tweeletterig getal, waar van de laatſte letter de grootſte is: zo men de eerſte multiplicéert met 2, en de laatſte met 3, verſchillen de Producten 25; en de laatſte letter tot een Pronik verheven zynde, is deeze Pronik 10 meer, dan 10 maal het verſchil der letteren. De vraag is naar mynen ouderdom?

XCIV. VOORSTEL.

Door A. VRYER.

Daar wordt voorgeſteld een Cirkelboog, in twee ſtukken gedeeld, de *Sinus* van het eene ſtuk *is* gegeeven $= a$, en van het andere ſtuk $= b$, de *Radius* is $= 1$. Men vraagt naar de *Sinus* van den geheelen Boog?

XCV. VOORSTEL.

Door J DE JONG.

Twee Kooplieden koopen te ſaamen eenige ponden meer dan B: de ſom der ponden van A is een Pronik-getal, en die van B $15\frac{1}{2}$ maal deszelfs Wortel. Hoe veel heeft ieder gekocht?

XCVI.

XCVI. VOORSTEL.

Door H. DRESSELHUIS.

Zo men de zes eerſte getallen eener *Arithmetiſche Progreſſie*, met de eenheid beginnende en opklimmende; op alle mogelyke wyzen door zes andere getallen u, v, w, x, y, z vermeenigvuldigt; de zes *producten* van elke vermeenigvuldiging afzonderlyk vergaart; hun ſom trekt van n; dan resteert 'er een getal, 't welk men door p, het overſchot der eerſte deeling door q, der tweede door r, en derde door s deelt; de *Quotienten* wyzen naar orde aan, door welke getallen der *Progreſſie* men u, v, w en x vermeenigvuldigde; het overſchot der laatſte of vierde deeling is het *Multiplicandum* van y, waar door dat van z met een openbaar wordt. Men begeert te vinden de kleinſte geheele getallen voor de *Multiplicanten*, het getal waarvan men trok, en de *Diviſoren*?

TOEGIFT.

Kunstvrienden! in *de proef* van *'s Embdenaars geduld*
Vindt men een drietal der vermaakelyke Vraagen,
Wier *fondament* gy hier en meer ontdekken zult:
Wen u 't ontbinden van dit Voorſtel mogt behaagen.

XCVII. VOORSTEL.

Door J. DE GELDER.

Het getal a ($= 12$) in drie deelen te deelen, zodanig: dat de ſom van de *Quadraaten* deezer deelen

b (= 50) is, en de ſom der *Producten* van het eerſte en derde, en van het tweede en derde c (= 35) zy?

XCVIII. VOORSTEL.

Door J. VAN DER OORT.

Een Stuurman zeilt van 50 Graaden Noorder Breedte en 3 Graaden Lengte tuſſchen 't Zuid en 't Ooſten, tot op 44 Graaden Noorder Breedte. Van daar zeilt hy wederom tuſſchen het Oost en 't Noorden, op de zelfde Breedte daar hy eerst afgevaaren was, en 20 Graaden Lengte, zynde omtrent de *Sorlez*. Zo nu zyne gezeilde verheid op de eerſte koers ſtaat tot de gezeilde verheid op de tweede koers, als 8 tegen 11; vraage wat koers en verheid hy t'elkens gezeild heeft? (*a*)

XCIX. VOORSTEL.

Door M. JELLEN ZUIDHOF.

Gegeeven zynde $ax^6 - bx^5 + cx^4 - 160x^3 + 120x^2 - dx + e = 0$; waar van de Teerlingswortel is $2x^3 - sx + t = 0$. Vraage naar alle de onbekende *Coëfficienten* deezer Ver gelykinge?

C.

(*a*) J. A. VAN DAM *Navigatie*, 50 Beſluit. Exemp. No. 48.

C. VOORSTEL.

Door J. DE GELDER.

Van vier grootheden in eene *Geometriſche Progreſſie* is de ſom der *Cuben b* (=585), en het geduurig vermeenigvuldigde a^2 (= 64). Welke zyn die grootheden.

CI. VOORSTEL.

Door J. SWITSER, JANSZ.

Bekend zynde van een Driehoek ABC de zyden AB 13, BC 15, en de *Baſis* AC 14; nu is de *Baſis* AC verlengd tot in Q, doende CQ 21; de hoek CQE is recht, en QE doet 10: de lyn ED getrokken zynde, valt D in den *Baſis* AC, en ED ſnydt BC in O, ook doet DC 3. Men vraagt naar den Inhoud van den Driehoek DOC?

CII. VOORSTEL.

Door C. PHILIPS J. Z.

Welke is de Meetkundige Regel, om, door ſaamenvoeging van agt ſtukken, eenen cirkelronden Bol voort te brengen?

CIII. VOORSTEL.

Door het GEZELSCHAP TE HOORN, *onder de Spreuk*: De Wiskunst ons doel.

Eenige rationaale rechthoekige Driehoeken van gelyken Inhoud te vinden.

CIV. VOORSTEL.

Door H. DRAESELHUIS.

Van een Katrolbalk, ſteekende uit den Gevel van een Pakhuis, is gegeeven de dikte horizontaal 6 en verticaal 8 duimen, de afſtand der katrol van den muur 3 voeten, en 't gewigt, welk aan den balk kan worden opgehaald, zonder dien te breeken, 600 ℔: de vraag is hoe veel men met een ſoortgelyk katrol, aan eenen anderen balk van even ſterk hout, kan ophaalen; als dezelve is horizontaal 9, verticaal 12 duimen of 1 voet, en de afſtand der katrol van den muur 4 voeten?

CV. VOORSTEL.

Door Denzelfden.

Men begeert te weeten, hoedanig men een Katrolbalk, als in 't voorgaande Voorſtel, verticaal moet veranderen, als de horizontaale dikte gelyk is; op dat de kracht

kracht des houts in alle deelen evenredig zy aan den laſt, dien het heeft te draagen?

CVI. VOORSTEL.

Door Denzelfden.

Van eenen vierkanten Balk, in de gedaante eener afgekorte Piramide, lang 40 voeten, is eene zyde op het dikſte einde 18, en op het dunſte einde 12 duimen, of 1 voet: deezen begeert men in twee ſtukken te zaagen, dusdanig; dat de geheele Balk zy tot het afgeſneeden ſtuk aan het dunſte einde, als 8 tot 5, of 2 tot 1. De vraag is naar de dikte des houts op de plaats der doorſnyding, en hoe lang het afgeſneeden ſtuk zal zyn?

CVII. VOORSTEL.

Door M. JELLEN ZUIDHOF.

Men vraagt, hoedanig a, b, c, d moeten genomen worden, op dat $\frac{25a + 28b + 63c + 105d}{20}$ het allerkleinſte getal voorbrengt; alles in heele getallen.

CVIII. VOORSTEL.

Door Denzelfden.

Gegeeven zynde $x^4 - 18x^3 - 18x^2 - 18x + 1 = 0$, vraagt

vraagt men naar alle de Wortelen van deeze Vergelykinge?

CIX. VOORSTEL.

Door H. VEEN.

Iemand doet op Intrest aan A zeker Kapitaal 9 maanden lang à zeker P. C. 's jaars. aan B 500 Rd. minder à $\frac{1}{2}$ P C. 's jaars meer dan A, eenige maanden lang. Nu betaalt B 7 Rd. 13 Gr. $2\frac{1}{2}$ Schwaaren meer Intrest dan A, en 't *product* der beide procenten doet $24\frac{11}{18}$; ook is de Intrest van beide te ſaamen 185 Rd. 22 Gr. $2\frac{1}{2}$ Schwaaren. Vraage naar ieders Capitaal en P. C. van ieder; ook hoe lang B het geld heeft gehad? (y)

CX. VOORSTEL.

Door J. BOLTEN.

Van eenen rechthoekigen Driehoek is gegeeven de ſom van de *Quadraaten* der zyden = 338, en het verſchil der *Cuben* van de *Hypothenuſa* en den *Baſis* = 2072. Hoe veel doet elke zyde van deezen Driehoek? (*)

CXI.

(y) M. JELLEN *Rekenkundige byzonderheden* No. 125, pag. 97.

(*) Het oogmerk dat de Opgeever door dit en de volgende Voorſtellen bedoelt, is om de meenigvuldige klagten over de moeijelykheid der opgegeevene Voorſtellen, door ſommige Leden gedaan, voor te komen, en den min kundigen ook iets tot hunne verlustiging, onder hun bereik vallende, ter oeffening voor te ſtellen. Alle Leden genoegen te geeven is het doelwit der *Beſtierderen*.

CXI. VOORSTEL.

Dit en de twaalf volgende Voorſtellen door A. CORRESPONDENT.

De nagelaatene Goederen van N. N. beloopen te ſaamen eene zekere ſomme Guldens, en worden geërfd als volgt: te weeten $\frac{1}{5}$ by Vreemden (die *ab inteſtato* niet gerechtigd waren) en dus den X^en^ Penn. ſubject; $\frac{1}{3}$ by des Overleedene Huisvrouw, en dus den XV^en^ *Penn.* ſubject (volgens Placaat van den 29 July *en* den 27 September 1743 op de Collateraale Succeſſien). Zo nu de Xe Penn. beloopt een zekere ſom; de XVe Penn. *f* 233 : 6 : 12 minder, en de XXe Penn. half zo veel als de Xe Penn.; en in alles daar voor betaald wordt *f* 1516 : 13 : 4; vraage hoe veel de nagelaaten ſom was?

CXII. VOORSTEL.

De nagelaatene Goederen van N. N. beloopen te ſaamen eene zekere ſomme Guldens, en worden geërfd by een *Broeder*, (die daar toe *ab inteſtato* gerechtigd was) voor $\frac{1}{4}$; zynde dus den XX^en^ Penn. ſubject; en de reſteerende $\frac{3}{4}$ parten by Vreemden, en dus den X^en^ Penn. ſubject: zo de Xe Penn. 6 maal zo veel is als de XXe Penn., zo vraagt men, niet alleen naar de nagelaatene ſomme; maar ook hoe veel elk geërfd heeft?

CXIII. VOORSTEL.

N. N. transporteert een Huis by verruiling aan A, tegens 3 Morgen Lands, door A getransporteerd

aan N.N.; zo A, volgens Taxatie, pog 80 Guldens moet toegeeven; en te saamen voor 't Transport voor den XLen Penn. betaald wordt f 149 : 10 : — (volgens Plaçaat van den 9 May 1744), vraage hoe veel 't Huis en 't Land elk byzonder geëxteerd is?

CXIV. VOORSTEL.

N. N. transporteert aan de publieke Armen van de Stad A drie loose Rentebrieven, ten Comptoire van A, ten naame van B, na cours voor 80 ten honderd; waar van de LXXXe Penn. betaald moet worden (volgens Plaçaat van den 9 May 1744), en bedraagt f 45. Vraage hoe groot zyn die Obligatien in Capitaal geweest?

CXV. VOORSTEL.

Iemand heeft betaald voor de ordinaire en half-extraordinaire Verponding de somma van f 139 : 17 : 8. Vraage hoe hoog is de ordinaire Verponding?

CXVI. VOORSTEL.

In de Generaliteits Lotery is op een quart, een agtste, en een zestiende Lot, ieder een Prys getrokken. Zo de korting van 't quart Lot is 12 PCto, en de zuivere ontfangst f 440; als mede de korting op 't $\frac{1}{8}$ Lot 10 pCto, en de zuivere ontfangst f 11 : 5 : — en eindelyk de korting op 't $\frac{1}{16}$ Lot mede 10 PCto., en de zuivere ontfangst f 56 : 10 : —, vraage, hoe veel was het heel Lot van elken getrokkenen Prys?

CXVII. VOORSTEL.

Eene Actie in de O. Ind. Compagnie is groot 500 ℔ Vlaams oud Capitaal: zo dezelve waardig was ƒ 15000 in Banco nieuw Capitaal; en de Uitdeeling was tegens 25 PCto oud Capitaal (waar van de 100ste Penn. gekort wordt), vraagt men hoe veel de zuivere ontfangst ten 100 nieuw Capitaal beloopt?

CXVIII. VOORSTEL.

In zeker Contract van Overleeving zyn 208 Portien, welke te saamen hebben gefourneerd een Capitaal van 33000 Guldens, en de Uitdeeling is gesteld voor de langstleevenden tegen 5 ten 100 ieder 's jaars. Zo men nu jaarlyks voor de onkosten van directie, enz. rekent 600 Guldens, en dat 'er, 't een jaar door 't ander, 6 Portien afsterven, vraagt men, hoe veel jaaren 'er moeten verloopen, dat elk der langstleevenden 150 Guldens voor Uitdeeling kan genieten?

CXIX. VOORSTEL.

De Quote van Overyssel gesteld zynde op ƒ 3 : 11 : 5 in elke 100 Guldens te moeten opbrengen, en begroot wordende op 108000 Contribuanten, dan is de Vraag: hoe veel moet die Provincie dan opbrengen in den Millioenen; en wat moet ieder, hoofd voor hoofd, daar toe contribueeren?

CXX. VOORSTEL.

A heeft even zo veel Dertiend'halven, als B Zest-halven, maakende te saamen in somma 9 Guldens. Vraage hoe veel heeft ieder?

CXXI. VOORSTEL.

A heeft zo veel quart-Rykdaalders, en B zo veel Zest'halven, dat ze beide even ryk zyn. Vraage, hoe veel heeft ieder op 't minst?

CXXII. VOORSTEL.

A heeft zo veel gouden Ryders
Als B halve Ryders hadt:
'K vraag hoe veel hielt dan wel yders
Goudbeurs in? als beider schat
51 ℳ Vlaams was waardig;
Rekent dit eens kort en vaardig?

CXXIII. VOORSTEL.

Twee Arbeiders A en B hebben ieder het volle Jaar door gewerkt. A wint zo veel in 4 als B in 5 Weeken; maar verteert aan kostgeld zo veel in 8 als B in 9 Weeken. Zo zyn A ten einde van 't Jaar 13 Guld. meer heeft verteerd, dan B, en echter nog ƒ 49 : 8 : — meer dan B overhoudt, vraagt men hoe veel elk in 't Jaar gewonnen en verteerd heeft?

CXXIV. VOOR-

CXXIV. VOORSTEL.

Door J. den Dekker *Willemsz.*

Een Mr. Timmerman moet een zolder leggen met $\frac{1}{4}$ Duims planken, lang 18 Voet, en door malkander breed 10 Duim (de Voet tot 12 Duim gerekend). Zo nu de Zolder 20 Voet breed en $8\frac{1}{2}$ Voet lang is, vraagt men hoe veel planken hy daar toe van nodden heeft? (*w*).

CXXV. VOORSTEL.

Door J. B. Noordink.

Men begeert een gouden Ryder zodanig in Guldens, Stuivers en Penningen te verdeelen, dat men eens zo veel Stuivers als Penningen, en eens zo veel Guldens als Stuivers heeft?

CXXVI. VOORSTEL.

Door G. Schut.

Een Ambagtsman heeft 4 Knechts: hy voor zyn Persoon kan met zyn eigene handen 12 Guld., doch ieder Knecht 8 Guldens 5 Stuiv. 's Weeks verdienen, waar van hem het derde deel toekomt. Na verloop van een Jaar bevindt hy, dat zyne Huishouding hem in alles 956 Guldens heeft gekost. Vraage, hoe veel heeft hy in dat Jaar overgewonnen?

CXXVII.

(*w*) J. van der Boom *Bouwkonstige Rekeninge* pag. 206. N. 9.

CXXVII. VOORSTEL.

Dit en het volgende Voorstel door J. BOLTEN.

Divideert □1 □1600 door □403, dat 'er 95 □ in 't *Quotiënt* komt, en □99 overblyvé of resteere. Vraage, hoe men de uitgelaatene of verzweegene letteren, die alle gelyk zyn, zal vinden (*x*)?

CXXVIII. VOORSTEL.

Vindende geteekend deeze vier volgende: *f* △19□
□3△
45△□
9△□2

28△□2

Zo nu de Cyfferletter gedekt door △ de eenheid verschilt met □, en dit alleen bekend is; hoe zal men kunnen ontdekken welke de gedekte Cyfferletteren zyn?

CXXIX. VOORSTEL.

Dit en de vyf volgende Voorstellen door J. ACQUOY.

Een Gierigaard heeft een Capitaal van *f* 63000, alles in Lyfrente-Brieven, waar van hy Interest trekt tegen 8 PCto 's jaars, doch vreezende, dat hy in zyne ouderdom tot armoede zoude kunnen komen, zet hy den ontfangenen Interest direct wederom uit op Lyfrente, tegens denzelven Interest. Vraage, als dit 24 Jaaren duurt, hoe groot dan zyn eenigheit Capitaal zal zyn (*y*).

CXXX. VOOR-

(*x*) N. 91. Aanhang van H. MEISZNERS *Kunstketen.*

(*y*) A. VAN DIEPENBEEK *Wisk. Rekenk.* p. 135. *Voorst.* 11.

CXXX. VOORSTEL.

Een Edelman zer Jagt zynde, heeft een Haas op 't ſpoor, die *vooruit is* 246 Hondeſprongen; maar de Hond doet 4 ſprongen tegen dat de Haas 5 ſprongen doet; doch 5 Hondeſprongen zyn zo groot als 7 ſprongen van den Haas. Vraage, hoe veel ſprongen de Hond doen moet, om by den Haas te zyn (z).

CXXXI. VOORSTEL.

Geſteld zynde dat de Hond in 5000 ſprongen een Myl wegs, waar van 'er 15 in een Graad begreepen zyn, aflegt, hoe veel ſprongen zal hy dan moeten doen, om den gantſchen Aardbol rond te ſpringen? — en met hoe veel ſprongen zou de Haas den omtrek des Aardbols afmeeten?

CXXXII. VOORSTEL.

A heeft op Intreſt genomen van B een zeker Capitaal tot 4½ pCto in 't Jaar: na eenigen tyd wil A niet meer dan 3 pCto in 't Jaar geeven; zo nu B dit toeſtaat, 't welk op het Capitaal *f.* 60 Intereſt jaarlyks minder bedraagt, vraagt men hoe groot het eerſte Capitaal in 't begin geweest is, en nu zyn moet, om alle Jaaren even zo veel Inkomſten als te vooren te hebben?

CXXXIII. VOORSTEL.

A heeft van *f* 6000, tot 3½ pCto in 't Jaar, in een

(z) *Ibid.* pag. 230. *Vraag.* 7.

een zekeren tyd *f* 168: 15: — Rente ontfangen: B heeft van eene ſom, die 3 maanden langer uitſtaat tot 3½ pCto in 't Jaar, *f* 28: 15: — minder Interest bekomen dan A. Men vraagt naar het Capitaal van B, en den tyd van A?

CXXXIV. VOORSTEL.

Als eens vier Dorpen aan Contributie moesten opbrengen *f* 2150: —; het Dorp A ½ meer dan B, en B ⅓ meer dan C, en C ¼ meer dan D. Vraagt men hoe veel ieder Dorp daar toe zoude moeten betaalen?

CXXXV. VOORSTEL.

Dit en het volgende Voorſtel door M. JELLEN ZUIDHOF.

In een voornaame Schans liggen 109 Mannen ter Bezetting, waarvan dagelyks 9 Mannen op Commando uitgaan, en de overige 100 tot bewaaring der Plaats blyven. Nu houden zy daar in deeze orde: dat 'er telkens, zo wel by de terugblyvenden, als uitgaanden, één Perſoon verändert wordt; de vraag is, hoe meenigmaal zy, volgens deeze ſchikking, anders op commando kunnen gaan?

CXXXVI. VOORSTEL.

Gegeeven zynde twee *rationaale Quadraaten*, uitgedrukt door deeze grootheden: $x^3 + 27x^2 + x = \square$, en $3a^2 + 2\frac{1}{4} = \square$; men vraagt naar de Waarde van x en a.

CXXXVII.

(*a*) MEINSMA's *Kunſtſpiegel*, Appendix N. 9.

CXXXVII. VOORSTEL.

Door het GEZELSCHAP TE HOORN, *onder de spreuk:* De Wiskunst ons doel.

Een Boog te vinden, wiens *Sinus*, *Tangens* en *Secans* in eene *Arithmetische Progressie* staan?

CXXXVIII. VOORSTEL.

Dit en het volgende Voorstel door H. DRESSELHUIS.

Een Bombardier, stellende zyn stuk op 15 Graaden, bevindt dat de bombe vliegt 180 Roeden: de vraag is hoe hoog hy hetzelve moet stellen, om met gelyke lading 280 Roeden ver te schieten?

CXXXIX. VOORSTEL.

Volgens de Tafelen van den Heer STEENSTRA ligt *Amsterdam* op 52 Graaden 23 Minuten Noorder Breedte, en 21 Graaden 31 Minuten Lengte; *Canton* in China op 23 Graaden 8 Minuten Noorder Breedte, en 129 Graaden 35 Minuten Lengte: men vraagt naar den afstand dier beide Steeden?

CXL. VOORSTEL.

Dit en het volgende Voorstel door J. DE GELDER.

Van drie getallen in eene *Harmonische Progressie* is de som *a* (26), en de som der *Quadraaten b* (244). Welke zyn die getallen?

CXLI. VOORSTEL.

Van zeven getallen in eene *Arithmetische Progressie* zyn de sommen der eerste, tweede en derde magten tot elkander als p, q, r, (in getallen als 1, 5, 28). Welke zyn die getallen?

CXLII. VOORSTEL.

Door J. PAUW.

Iemand is schuldig aan zynen Vriend eene zekere som, te betaalen over 4 maanden; nog *f* 400 over 5 maanden; nog het dubbeld van de eerste som over 7 maanden, en 4 maal zo veel als de eerste som over 8 maanden; doch rekent, als hy dit Capitaal door elkander betaalt in $6\frac{4}{5}$ maanden, dat zyn Vriend daar mede voldaan is. Vraage naar de drie onbekende Capitaalen? (*door Arithmetica.*)

CXLIII. VOORSTEL.

Dit en de drie volgende Voorstellen door J. ACQUOY.

Een Heer wil een stuk Lands, dat lang is 85 en breed 40 Roeden, met Boomen beplanten, die van elkander zullen staan 5 voeten, als hy voor elken Boom moet geeven een Zestehalf, vraage hoe veel Ducaaten van *f* 5: 5:— zal hy hier voor moeten tellen? NB. De Voet is 12 Duim.

CXLIV. VOORSTEL.

Een Rentenier geeft aan een Koopman zeker getal Guldens tegen één Stuiver Interest per Maand van de Gulden: na 6 Maanden bedraagt de Interest $\frac{3}{4}$ van het Capitaal. Vraage hoe veel de hoofdsom bedraagt? (*b*)

CXLV.

(*b*) H. MEISZNER's *Roozenkrans*, het 54 Roosje.

CXLV. VOORSTEL.

Iemand is schuldig 2000 stuks Silesiër Sluijers; gereed te betaalen; maar doordien zyn Cas niet breed voorzien is, zo wordt hem toegestaan om in vyf keeren 3 maanden na elkander te betaalen, naamelyk de eerste Pay over 3 maanden, en telkens het $\frac{1}{5}$ der hoofdsom met 6$\frac{1}{2}$ percent Interest 's Jaars; overzulks is daar voor in alles betaald *f* 6300. Vraage hoe veel Guldens heeft het stuk contant gekost? (*c*)

CXLVI. VOORSTEL.

Iemand is schuldig een zeker getal Guldens, contant te betaalen; komt met zyn Crediteur overeen, om hetzelve in 2 Jaaren, naamelyk alle half jaaren $\frac{1}{4}$ des Capitaals met de verloopen Interest daarvan, te voldoen, (welke Interest zo veel percent in 't Jaar is, als of men de Guldens der Hoofdsom door 360 divideert) en de Interest bedraagt te saamen *f* 200. Vraage hoe veel is de Interest de eene reis meer als de andere? (*d*)

CXLVII. VOORSTEL.

Door C. Philips Jacobsz.

Van een gelykzydig vierkant stuk Lands *ABCDA* wordt een vierdedeel *A* behouden: het overige wordt geschonken aan vier Persoonen, zodanig dat hunne deelen niet alleen gelyken Inhoud hebben, maar ook dat hunne gedaante of figuur onderling gelyk is. Men vraagt, hoedanig (*Geometrice*) de deellynen kunnen ingericht worden, om aan het oogmerk te voldoen?

CXLVIII.

(*c*) *Idem* het 56 Roosje.
(*d*) *Idem* het 57 Roosje.

CXLVIII. VOORSTEL.

Dit en de drie volgende Voorſtellen door J. DE GELDER.

Een Kegel te bepaalen, die onder eene gegeeven Oppervlakte (de *Baſis* daar onder begreepen) den mogelyk grootſten Kloot influit?

CXLIX. VOORSTEL.

De lengte van den Boog eener *Ellips* te bepaalen?

CL. VOORSTEL.

Het getal der Deelers van de Grootheid $a^m b^n c^p$ enz. is gelyk aan $(m+1)\times(n+1)\times(p+1)$ enz. Men vraagt naar het bewys hier van?

CLI. VOORSTEL.

Het getal 2 heeft deeze merkwaardige eigenſchap: dat $\sqrt{(2+\sqrt{(2+\sqrt{(2+\sqrt{(2+\text{enz. } ad. inf.)})})})}=2$. Men vraagt hier van het bewys? (*e*)

CLII. VOORSTEL.

Door het GEZELSCHAP TE HOORN, *onder de ſpreuk*: De Wiskunst ons doel.

Twee Boogen te vinden, welkers *Sinuſſen* tot elkander in reden zyn, als p tot q, en hunne *Tangenten* als r tot s.

CLIII.

(*e*) Vide *Opera Omnia* BERNOUILLI, Tom. I.

CLIII. VOORSTEL.

Dit en het volgende Voorstel door J. RUITER.

Een Arbeider, 40 weeken gewerkt hebbende, hadt overgewonnen 28 Rykdaalders min het loon van 3 weeken arbeids, en bevondt dat hy verteerd hadt 8 Rykdaalders meer dan het geen hy hadt overgewonnen, *plus* het loon van 11 weeken arbeids. Vraage hoe veel Guldens hy 's weeks verdiende?

CLIV. VOORSTEL.

Een Koopman koopt 4 Kaazen, weegende te saamen 102 ℔, en bevindt dat het ½ van de eerste, het ⅔ van de tweede, het ¾ van de derde, en het ⅘ van de vierde alle aan elkander gelyk zyn. Nu is de vraag hoe veel iedere Kaas gewogen heeft?

CLV. VOORSTEL.

Dit en de drie volgende Voorstellen door A. CORRESPONDENT.

Iemand heeft twee zakjes geld; in 't eene zyn 12 stukken goudgeld, en in 't ander 12 stukken zilvergeld: zo in 't eene 3 goude stukken minder, en in 't andere 3 zilvere stukken meerder waren, dan was elk zakje even veel waardig; maar nu is 't eene *f* 25:4:— meer waardig dan 't andere. Nu wordt gevraagd niet alleen wat elk stuk, maar ook wat elk zakje waardig was?

CLVI. VOORSTEL.

Een Cassier heeft drie zakjes geld, inhoudende N°. 1, 100 Daalders, N°. 2 houdt in 100 Goudguldens, en N°. 3 houdt in 100 Guldens. Nu begeert

hy, dat zyn Boekhouder ieder N°. even gelykwaardig zal maaken, mits dat elk zakje 100 ſtukken moet inhouden. Vraage hoe hy dit verrichten kan op alle mogelyke wyzen?

CLVII. VOORSTEL.

Een hoog bejaard Man belegt ten Comptoire A 1000 Guldens op Lyfrenten tegen 10 ten honderd in 't Jaar, en laat de Renten op dezelve conditie by 't Capitaal ſtaan, ten voordeele van zyne Erfgenaamen: het Comptoir A ſtelt de 1000 Guldens Capitaal terſtond uit tegen 3 ten 100 in 't Jaar Interest op Interest. Zo nu de belegger na 8 Jaaren komt te overlyden, vraage hoe veel Lyfrenten de Erfgenaamen ontfangen? — en wat voordeel heeft het Comptoir daar by gehad?

CLVIII. VOORSTEL.

Een Boer ſtaande met drie manden Appelen ter markt, alle ſtreecken vol en van eenerlei gedaante, maar ongelyk in grootte; de mand A is boven wyd 2, onder $1\frac{1}{2}$ en hoog $2\frac{1}{2}$ voet; de mand B is boven wyd $2\frac{1}{2}$, onder 2 en hoog 3 voet; de mand C is boven wyd 3, onder $2\frac{1}{2}$ en hoog $3\frac{1}{2}$ voet: Zo hy de mand A verkoopt voor een Daalder, en de andere manden na rato, vraagt men hoe veel hy voor de manden B en C ieder byzonder ontfangen heeft?

CLIX. VOORSTEL.

Door J DE GELDER.

Indien ABC een rechthoekige Driehoek is, recht in B; en waar van de rechthoekszyden AB en BC zyn, en men trekt uit B een lyn BD tot aan de *Hypothenuſa* AC, en uit het punt D de lyn DE rechthoekig op BC; dan wordt binnen den Driehoek ABC een

een andere rechthoekige Driehoek BDE gevormd. Naardien nu een oneindig aantal zulke Driehoeken op deeze wyze kunnen gevormd worden, en het uit de eenvoudige inspectie der Figuur zelve blykt, dat onder alle die Driehoeken een grootste moet zyn, vraagt men hoe dezelve bepaald kan worden?

CLX. VOORSTEL.

Dit en de twee volgende Voorstellen door het Gezelschap te Hoorn, *onder de Spreuk:*
De Wiskunst ons doel.

Een Vader testateert, dat zyne Kinderen zyne Nalaatenschap in deezer voegen zullen deelen: de oudste zal hebben $\frac{1}{a}$ deel van het geheele Capitaal, en daarenboven b Guldens. De tweede zal hebben $\frac{1}{a}$ deel van de Rest, en daarenboven $b + c$ Guldens. De derde zal hebben $\frac{1}{a}$ deel van de Rest, en daarenboven $b + 2c + d$ Guldens; de vierde $\frac{1}{a}$ deel van de Rest, en daarenboven $b + 3c + 3d$ Guldens; de vyfde $\frac{1}{a}$ deel der Rest, en daarenboven $b + 4c + 6d$ Guldens, en zo vervolgens. By het overlyden des Vaders de Nalaatenschap deelende, bevinden zy dat hun aller Erfportien, van den oudsten af, in eene *Arithmetische proportie* opklimmen; vraage hoe veel Kinderen 'er geweest zyn, wat de Vader heeft nagelaaten, en hoe groot leders Erfportie geweest is?

CLXI. VOORSTEL.

Twee Voerstraalen eens *Paraboels* met de Pees, die zelfs einden saamenvoegt, gegeeven zynde, de waarde der *Parameters* te bepaalen?

CLXII. VOORSTEL.

In een ronde Kuip, hoog 16 en wyd over 't kruis 40 duimen, is op het midden van den bodem een stuk gelds gelegd, Iemand een einde wegs van de Kuip afstaande, ziet, over de zyde naar hem toegekeerd, juist aan de tegenoverzyde in deszelfs kimmen. Vraage tot welke hoogte de Kuip met water gevuld moet worden, op dat hy in den zelfden stand het voorn. stuk gelds zal kunnen zien?

CLXIII. VOORSTEL.

Door SIMPLEX.

Gegeeven $17x^2 + 1$ een *rationaal Quadraat*, vraage naar de waarde van x in heele getallen?

CLXIV. VOORSTEL.

Dit en de twee volgende Voorstellen door J. BOLTEN.

De vriendschap wordt ten sterksten op de proef gesteld wanneer iemand in nood is, en gebrek aan penningen heeft. Het gebeurde A dat zyne penningen niet toereikende waren, om zyne geaccepteerde Wisselbrieven op den behoorlyken tyd te voldoen. Daar op begeeft hy zich by zyne vrienden B, C, D en E, zeggende hem benoodigd te zyn *f* 1274. Deeze neemen te saamen raad; de een kan meer geeven dan de ander, en schikken het zodanig dat B en C zodanige sommen fourneeren, waar van het vermenigvuldigde

24231 bedraagt; ook is het vermeenigvuldigde der door C en D gefourneerde penningen 106641, en dat der penningen door D en E gefourneerd 75429. Wat heeft elk bygebragt? *Door Arithmetica.*

CLXV. VOORSTEL.

Deel 11 in twee zodanige *rationaale* deelen, dat wanneer dezelve de *Cathetus* en *Basis* van eenen rechthoekigen Driehoek zyn, de daar uit ontstaane *Hypothenusa* ook *rationaal* zy? (*f*)

CLXVI. VOORTEL.

Deel 11 in twee zodanige *rationaale* deelen, dat wanneer dezelve de *Basis* en de *Hypothenusa* van eenen rechthoekigen Driehoek zyn, de daar uit ontstaane *Cathetus* ook *rationaal* zy?

CLXVII. VOORSTEL.

Dit en de drie volgende Voorstellen door J. VISSER.

Daar is een Cirkel; wiens Diameter doet 18; nog is 'er een gelykzydige Driehoek ABCX waar van iedere zyde mede doet 18, en de Cirkel begrypt drie zyden van den Driehoek, naamelyk van de eene zyde zo veel lengte als van de andere. Vraage naar ieder zyde des Driehoeks, afgesneeden in den Cirkel, te weeten GH, IK, LM? (*g*)

CLXVIII.

(*f*) MEISZNERS *Kunstketen*, *Aanhang* N. 282.
(*g*) A. B. STRAEBE *Appendix*, N. 129.

CLXVIII. VOORSTEL.

Een Emmer, in de gedaante van eene afgekotte *Conus*, is van boven over zyn *Diameter* wyd 14 duim, onder 9 duim, en diep 18 duimen. Vraage naar derzelver inhoud?

CLXIX. VOORSTEL.

Zo men nu den voorgemelden Emmer met Koemelk wilde vullen ter hoogte van 16 duimen, vraagt men hoe veel zwaarte melk men daar toe noodig zoude hebben; weetende dat een *Cubic*-Duim melk bedraagt 5 Drachmen en 20 Grein?

CLXX. VOORSTEL.

Voorgegeeven drie Scheepen A, B en C in Zee by malkanderé zynde in 't punt D, van waar A zeilt West 30 Mylen, C Oost 64 Mylen, en B Zuiden, tot dat de hoek ABC is 90 Graaden. Vraage hoe veel Mylen het Schip B gezeild heeft? (*h*)

CLXXI. VOORSTEL.

Door J. DEN DEKKER *Willemsz.*

Hoe veel Kogels van een Duim *Diameter* heeft men noodig om een langwerpig vierkanten Bak, die 2½ Voet lang, 1½ Voet breed, en 1 Voet hoog is, daar

(*h*) J. A. van Dam, *Besluitquestien*, N. 27.

daar mede te vullen? — en hoe veel is de *ligbaamlyke* Inhoud des Baks grooter, dan de Inhoud der Massa van alle de Kogels te saamen? of, dat het zelfde is, hoe veel bedraagt de leedige ruimte, die 'er in 't algemeen tusschen alle de Kogels, door hunne rondheid, overblyft? NB. *De Voet tot* 12 *Duimen gerekend.*

CLXXII. VOORSTEL.

Door A. B. STRABBE.

Welke zyn de Waarden van x en y in de Vergelykingen $x^{\frac{x+y}{n}} = y$, en $y^{\frac{x+y}{m}} = x$? (*i*)

CLXXIII. VOORSTEL.

Dit en de drie volgende Voorstellen door J. DE JONGH.

Daar is eene *Harmonische Progressie* van 3 *Termen*; welkers som doet 69, en het vermeenigvuldigde van den eersten met den tweeden *Term* doet 280. Vraage naar de *Progressie*?

CLXXIV. VOORSTEL.

Van een rechthoekigen Driehoek ABC staat AC in reden tot AB, als 8 tot 15, en zo men AB met AC vermenigvuldigt, en het *Product* door 't verschil, zo veel AB meerder dan AC is, dividéert, komt in 't *Quotient* 34½. Vraage naar iedere zyde des Driehoeks? (*k*)

CLXXV.

(*i*) VENEMA *Algebra*, Editie van 1789, Deel. N. 17.
(*k*) K. H. GIETERMAKER *Schatkamer*, IV Boek N. 16.

CLXXV. VOORSTEL.

Onlangs gevraagd zynde naar mynen ouderdom, antwoordde ik: myn Jaarental bestaat uit twee Letteren, waar van de achterste 2 grooter is dan de voorste. Zo men de eerste verheft tot een *Pronik*, en de tweede tot een *Trigonaal*, zo is 't verschil tusschen *Pronik* en *Trigonaal* zo veel, als of men de som van 't vierkant der getallen deelde door 5. Vraage naar mynen ouderdom?

CLXXVI. VOORSTEL.

In eenen rechthoekigen Driehoek ABC is AB 2 maal zo veel, en nog 5 meer, dan AC. Indien men AB multipliceert met AC, komt 43 + √ 1800. Vraage naar ieder zyde byzonder? (l)

CLXXVII. VOORSTEL.

Door J. SWITSER *Jansz.*

In zekere Troktafel zyn twee ballen A en H, die men begeert tegens malkander aan te stooten; maar alzo zulks in geen rechte lyn geschieden kan, door hindernis van het een of ander, zo vraagt men waar het stuitpunt C zal moeten zyn op den kant van de Tafel, om den bal met een stuit te raaken? hier toe heeft men gemeeten AB 24, en HD 16 Duimen; de *Perpendiculair* tusschen beiden op den kant van den Tafel BD is 30 Duimen.

CLXXVIII.

(l) Idem N. 50.

CLXXVIII. VOORSTEL.

Dit en de twee volgende Voorſtellen door J. DE GELDER.

Gegeeven zynde $a = b^{\frac{x}{y}}$, en $x + y = s$; de Waarden van x en y te bepaalen?

CLXXIX. VOORSTEL.

Men begeert een kenmerk te vinden, waar door men de *gewone Breuken*, die al, van die, welke niet volkomen in eenen *Decimaal*-Breuk kunnen uitgedrukt worden, onderſcheiden zal?

CLXXX. VOORSTEL.

Een Werkmeeſter moet in den hoek ACB van een Kamer een Porcelein-Kaſt maaken, waarvan de achterſte breedte DE hem bepaald wordt opgegeeven; de Zyſtukken DF en EG moeten elk met het achterſte ſtuk of beſchot DE eenen halven rechten hoek maaken; in elk der zyden DF en EG moeten twee, en aan de Deur of het voorſte Stuk FG zes Ruiten in de breedte zyn; —— de breedte van de *Stylpes* Dn, Fm, Gr, Es, enz., en de breedte der Latjes, waar in de Ruiten ſtaan, zyn bekend. Men vraagt, hoe men Meetkundig de afmeeting der zyden bepaalen zal, op dat de Ruiten, zo op de zyden als in het voorſte Stuk even groot zyn? (*)

CLXXXI.

(*) Dit Voorſtel (zegt de Opgeever) is my, door een myner Vrienden, over eenigen tyd ter oplosſing toegezonden.

CLXXXI. VOORSTEL.

Dit en het volgende Voorstel door A. CORRESPONDENT.

Iemand koopt ½ Vat Boter, weegende 80 ℔, voor zo veel Guldens als hy voor 5 Guldens ponden heeft. Vraage hoe veel hy daar voor betaald heeft?

CLXXXII. VOORSTEL.

Iemand vraagde B naar zynen Ouderdom: B antwoordde, het *Quadraat* van 's getal myner Jaaren is gelyk het *Trigonaal* getal der Jaaren van myn Broeder C, en dit *Trigonaal* getal vermenigvuldigd met myne Jaaren, komt 42875. Vraage hoe oud B en C waren? (*l*)

CLXXXIII. VOORSTEL.

Door J. PAUW.

Men legt over een Water AB, wyd 52 Voeten, een Brug, hoog boven gronds 12 Voeten, zodanig, dat de Opgang AC, de Brug CD, en de Afgang DB even groot zyn. Vraage naar de zelven? (*Buiten Algebra*)

CLXXXIV. VOORSTEL.

Door J. SWITSER JANSZ.

Vind vier getallen waar van de som is minder is dan het *Product*?

CLXXXV.

(*l*) Dit is de laatste van 't Examen te *Oeselmuiden* A°. 1784.

CLXXXV. VOORSTEL.

Dit en het volgende Voorstel door C. HOEKE BARENDSZ.

De nagelaatene Goederen van N. N. beloopen te saamen eene zekere somme Guldens, en worden geërfd by een Broeder (die daar toe *ab intestato* gerechtigd was) voor $\frac{1}{3}$, zynde dus den 20sten Penn. subject.; en de resteerende $\frac{2}{3}$ Parten by Vreemden, en dus den 10den Penn. subject. Indien de Broeder $\frac{1}{4}$, en de Vreemden de $\frac{3}{4}$ Part geërfd hadden, zoude de som van den 20sten en 10den Penning juist 100 Guld. minder bedragen hebben. Nu is de Vraag, hoe veel de nagelaaten som en iedere Erfportie geweest zyn? *Door Arithmeticus.*

CLXXXVI. VOORSTEL.

A en B, twee Leerlingen in de Stelkunst, geeven elkander dit Voorstel op te losen:

A zegt tegen B, als ik het aantal myner Duiten, die ik in myn Beurs heb, met 4 maal 7 multiplicere, en van dat *Product* 192 aftrek, dan rest er juist het *quadraat* van 't getal myner Duiten.

Ei! zegt B tegen A, dat zelfde Voorstel is ook op het getal myner Duiten applicabel, en nogthans weet ik, dat ik minder Duiten heb als gy. Vraagt hoe veel Duiten ieder hadt?

CLXXXVII. VOORSTEL.

Dit en het volgende Voorstel door M. J. ZUIDHOF.

Men heeft twee *Enneagonaal*-getallen 16 en 24, die 20 verschillen; daar toe begeert men twee andere te vinden, welkers verschil ook 20 is.

CLXXXVIII. VOORSTEL.

Men begeert het *Decagonaal*-getal 52 in twee andere *rationaale Decagonaal*-getallen te verdeelen? (m)

CLXXXIX. VOORSTEL.

Dit in de twee volgende Voorſtellen door A. CORRESPONDENT.

Eenige heldhaftige Officieren, ſtaande onder Commando van den roemruchtigen Veldheer *Bachus*, gezamentlyk eene Veldmaaltyd houdende, ontdekten door de Spions een Troup Franſchen, die in eene hinderlaag verſchanst lagen, en viermaal ſterker waren dan zy Officieren; echter beſloten zy hen kloekmoedig aan te vallen. By de eerſte onderneeming gelukte 't hen (naardien de Franſchen, dus onverwachts overvallen zynde, geen tegenſtand boden) zo veel Franſchen te doen ſneuvelen, als zy Officieren waren (zonder van hen één man te verliezen), waar door de magt der Franſchen, nu verminderd, nog maar drie maal ſterker was dan zy. Hier door aangemoedigd, waagden zy eenen tweeden aanval te doen, in welken de Franſchen één Officier bemagtigden; doch waar tegen zy wel 11 Franſchen hadden doen ſneuvelen, en waar door de magt der Franſchen nog maar tweemaal ſterker was, dan zy Officiers zich toen bevonden: waar op zy beſloten eene derde attaque te doen; doch waar in de Franſchen zich zo dapper weerden, dat zy 2 braave Officiers krygsgevangen maakten, maar daarentegen wel 10 Franſchen verloren; waar door de magten nu wederzyds even ſterk waren. En naardien hen de nacht overviel, werdt de Krygsraad geſloten, en geraadpleegd, of men de overige Franſchen zoude attaqueeren, of in bezetting houden:

(m) P. HALLENS *Zinnen-Confect* N. 276.

den: maar de Franſchen, dus verzwakt zynde, gaven zich over om naar welgevallen over hen te disponeeren; waarop eenpaarig beſloten werdt (naardien zy zeer vermoeid waren) om de overige Franſchen in bewaaring te houden, en de gevangene Officieren wederom in vryheid te herſtellen. —— Dus werdt deeze roemruchtige affaire met een aangenaam Veldmuzyk beſloten, en elk begaf zich naar zyne Tent ter rust. Nu wordt gevraagd, hoe veel Officiers daar geweest zyn? —— hoe ſterk de Franſchen in den beginne waren? en hoe veel 'er in bewaaring zyn gebleeven? als mede hoe veel Franſchen elk Officier heeft doen ſneuvelen? vooronderſtellende, dat elk Officier evenveel daar toe gedaan heeft. —— (Doch weet, dat in deezen Veldſlag geen druppel bloeds geſtort is, naardien 'er geen andere Krygswapenen gebruikt zyn, dan geladen Handpiſtolen, gevuld met Kardoesekruid van *Tabago*, en gevulde Handgranaaten van *Beaudeaux* en *Bourgogne*).

CXC. VOORSTEL.

Een Botertonnetje, van eene Cylinderſche gedaante, is wyd in zyn Bodem 8, en hoog 13 Duim; inhoudende 20 ℔; hoe veel houdt dan een ander Tonnetje in van dezelve form, dat hoog is 18, en wyd in zyn bodem $\sqrt{184\frac{1}{2}}$ Duim.

CXCI. VOORSTEL.

Een Kloot houdt in naar *Archimedes* Proportie $1527\frac{1}{2}$ maal de lengte van deszelfs Diameter. Vraage naar den Inhoud des Kloots?

CXCII. VOORSTEL.

Dit en het volgende Voorſtel door A. B. Strabbe.

Als men het getal 2 met zich zelven vermeenig-

vuldigt, dit eerſte *product* wederom met zich zelven, het tweede desgelyks, en zo vervolgens, gedurig het laatst gevonden *product* met zich zelven: zo is de vraag, uit hoe veel cyffers het 8ſte, 10de en 32ſte *product* beſtaan zal? (*n*)

CXCIII. VOORSTEL.

Drie *rationnale Cuben* te vinden, wier ſom een *rationnale Cubic* zy? (*o*)

CXCIV. VOORSTEL.

Dit en het volgende Voorſtel door het Genootſchap te Hoorn, *onder de Spreuk:* De Wiskunst ons doel.

Zo iemand met een Luchtbal uit A, volgens de ſchuinſe richting AC, opgaat, opgaat, en op de hoogte C, *perpendiculair* boven B, gekomen zynde, een ſteen (of ander zwaar Lighaam) laat vallen, dewelke in D, zynde 24 Voeten verder dan B, op de Aarde valt, en bevonden wordt, dat de Luchtbal in zyn ſchuinſe richting AC 5 Voet in een Secunde voortgaat, en dat de hoek A, 36° 52' is, zo vraagt men van welke hoogte de ſteen gevallen is?

CXCV. VOORSTEL.

Men begeert drie *Arithmetiſche Progreſſien*, ieder van even veel Termen, te vinden, welker ſommen zyn *a*, *b* en *c*, *of* 21, 48 en 57, van welken door het vermeenigvuldigen der overëenkomſtige Termen van twee dier *Progreſſien*, als: der eerſte en tweede, eerſte en derde, en tweede en derde, drie andere Reekſen voortkomen, welker ſommen *d*, *e*, en *f*, of 203, 252 en 561 zyn, en door het vermeenigvuldigen der overëenkomſtige Termen van alle drie de

Die

(*n*) Ventema *Algebra*, Editie van 1788, Besluit N. 2.
(*o*) *Idem* N. 7.

Progreſſien een Zevende Reeks ontſtaan, welker ſom = 1, of 2176, is?

CXCVI. VOORSTEL.

Dit en het volgende Voorſtel door J. BOLTEN.

Gegeeven zynde eene vierkante Tafel, lang en breed 3 Ellen; dezelve moet met Laken bekleed worden, waar toe geſchikt zyn vyf Lappen, ieder zo lang als breed, en dus als vyf *Quadraaten*, die gelyke Inhoud hebben, en te ſaamen 9 vierkante Ellen inhouden. Hoedanig moeten dezelve doorgeſneeden en ſaamengevoegd worden, om de gemelde Tafel te beleggen.

CXCVII. VOORSTEL.

Drie Buurtſchappen A, B, C, D reſolveeren om een Gebouw te laaten maaken, waar in dezelve op zekere tyden hunne buurtſpraak of byeenkomst willen houden. Zo nu B van C is 600, en van B 380, en C van D 250 Roeden, vraagt men naar het punt A, daar die moet geſteld worden?

CXCVIII. VOORSTEL.

Door C. PHILIPS JACOBSZ.

Van een gelykzydig en gelykhoekig vierkant ſtuk Lands ABCDA wordt één vierde deel Q behouden: het overige wordt geſchonken aan vier Perſoonen, zodanig dat die ſtukken niet alleen eenen gelyken Inhoud hebben, maar ook dat hunne gedaante of figuur onderling gelyk is. Men vraagt hoedanig de deellynen kunnen ingericht worden, om aan het oogmerk te voldoen?

CXCIX.

CXCIX. VOORSTEL.

Door J. VLSSER.

Twee Schepen A en B liggen beide op 2 Gr. Lengte; A op 40 Gr. N. Breedte, en B op 25 Gr. N. Breedte; zeilen van daar, te weeten A bewesten het Zuiden, tot dat het komt op 32 Gr. N. Breedte. B zeilt even zo veel benoorden 't West, als A bewesten 't Zuiden, tot dat het mede komt op 32 Gr. N. Breedte in A. Vraage op wat Lengte zy gekomen zyn? (*p*)

CC. VOORSTEL.

Dit en het volgende Voorſtel door J. DE GELDER.

Er zyn gegeeven deeze twee Vergelykingen $\frac{y}{b} + 1 = \frac{x}{a}$, en $x - y = c$: men begeert hier uit de Waarde van x en y te bepaalen?

CCI. VOORSTEL.

De buitenſte omtrek en de dikte van een yzeren Ring gemeeten zynde, de Waarden van den Inhoud en de Oppervlakte in Stelkundige Formulen uit te drukken?

CCII. VOORSTEL.

Door J. DE JONGH.

In een rechthoekigen Driehoek ABC doet de *Hypothenuſa* BC 20; en zo men $\frac{1}{3}$ van den *Baſis* AC addeert tot de opſtaande zyde AB, zo komt er even zo veel als BC. Vraage naar den Inhoud des Driehoeks? (*q*)

CCIII.

(*p*) J. A. VAN DAM, *Beſluitquestien*, N. 43.
(*q*) K. H. GIETERMAKER *Schatkamer*, IV. Boek N. 17.

CCIII. VOORSTEL.

Door J. APPEL.

De Jaaren van zekere drie Broeders te ſaamen gerekend, zyn 105 Jaaren. A is 11 Jaar ouder dan C; trekt men de Jaaren van B van die van A en C, en telt men dan 4 by de reſt, zo heeft men de Jaaren van A. *Hoe oud is ieder dier Broeders?*

CCIV. VOORSTEL.

Dit en het volgende Voorſtel door J. PAUW.

Iemand wil eene Plantery aanleggen, welkers vlakke Inhoud is 616 vierkante Roeden; dan daar hy dezelve moet omtuinen, en de ruimte heeft om die in zulk eene gedaante te ſchikken als hem best voorkomt, zo is de vraag, in welk eene gedaante hy de minste omtuininge te maaken heeft, of in eene ronde, of in eene gelykzydig-agthoekige, of in eene vierkante, of in eene gelykzydig-Driehoekige, en hoe veel *Roeden elke omtuininge bedraagt?*

CCV. VOORSTEL.

In een Cirkel, wiens *Diameter* doet 30, is beſchreeven een Raam of Rechthoek, welks lengte het drievoud is van deszelfs Breedte; in deezen Rechthoek is beſchreeven eenen gelykzydigen Driehoek, zoo groot als mogelyk is. Vraage naar deszelfs Inhoud?

CCVI. VOORSTEL.

Door J. KNEPPEL, *en* H. VEEN.

Iemand neemt op Interest zekere ſom Riksd. $\frac{1}{4}$ Jaar minder als het Pc. 's Jaars gerekend wierdt; na verloop van deezen tyd geeft hy 8 Grooten Interest meer dan Riksdaalders. Wanneer men de getallen der Riksd. en Grooten addeert, en daarvan 4 ſubſtraheert, de rest dubbeld neemt, zo komt 'er zo veel als het Capitaal was; en het *Product* ontſtaande uit het vermeenigvuldigde van de getallen van het Capitaal, Pc. 's Jaars, en der Jaaren, is 2850. Nu vraagt men naar het Capitaal en Interest? (*a*)

CCVII. VOORSTEL.

Door J. RUITER.

In eene belegerde Plaats, waar van de bezetting beſtondt in Duitſche, Engelſche, Hollandſche en Spaanſche Troupen, bevindt men, na dat de Stad ingenomen was, zoo veel Duitſche, Engelſche en Hollandſche gedood *minus* 640 Mannen, als Spaanſche; zoo veel Duitſche, Engelſche en Spaanſche te ſaamen *minus* 460 Mannen, als Hollandſche; zoo veel Duitſche, Hollandſche en Spaanſche te ſaamen *minus* 380 Mannen, als Engelſche; eindelyk zoo veel Engelſche, Hollandſche en Spaanſche te ſaamen *minus* 500 Mannen, als Duitſche. Men vraagt hoe veel Duitſche, Engelſche, Hollandſche en Spaanſche Manſchappen in die belegering geſneuveld zyn? NB. Men eischt ook te toonen, dat het Antwoord goed is, en Proef houdt.

CCVIII.

(*a*) M. JELLEN, *Reksk. Byzonderheden*, N. 130.

CCVIII. VOORSTEL.

Dit en het volgende Voorſtel door J. J. BOUWENS.

De Klok twaalf uuren zynde, ſtaan de beide Wyzers van een Horlogie vlak boven elkander in eene rechte lyn; men vraagt hoe laat het zyn zal, wanneer de Wyzers na twaalf uuren weder in eene rechte lyn vlak boven elkander zullen ſtaan?

CCIX. VOORSTEL.

Iemand ziek zynde, zendt 's morgens ten 8 uuren een Bode, (uur op uur gaande) 12 uuren ver, om den Doctor te haalen; maar na een paar uuren de ziekte heviger wordende, zendt hy een ander te paerd naar dien Doctor, welke 's avonds ten 8 uuren by den Zieken was. Men is begeerig te weeten, in welk een korten tyd hy de 24 uuren heeft afgelegd, hoe laat hy by den Doctor was, en wanneer hy de Bode te voet voorby reedt, en in zyne terugkomst weder ontmoette?

CCX. VOORSTEL.

Dit en het volgende Voorſtel door J. CREKET.

Daar is een Regel van Drieën, welke aldus ſtaat: A Ellen kosten 8 Guld.; wat kosten B Ellen? komt C Guldens. Indien men C verdubbelt, zo komt 'er een *Quadraat* ten voorſchyn, welkers Wortel het tweevoud is van A; en als men B door het tweede Lid des Regels deelt, komt 'er voor de uitkomst 2. Vraage naar den Regel?

CCXI. VOORSTEL.

Een Koopman passeert door een Stad, vraagt onderweg hoe laat het is; hem wordt geantwoord, dat van der Zonnen opgang 17 uuren zyn; en zo hy wil weeten hoe laat het is, dat hy het een-derde van de voorledene uuren addeert tot de $\frac{1}{7}$ der toekomende, dat hy dan zal bevinden wat uur het geslagen was. Men begeert hier uit te vinden, hoe laat het was toen de Koopman door die Stad passeerde?

CCXII. VOORSTEL.

Dit en de drie volgende Voorstellen door A. CORRESPONDENT.

Zo A aan B eens schuldig stond
Voor 6 Maanden agthonderd Pond;
En B aan A, voor negen Maanden
Net duizend Ponden schuldig staande;
Zo A zyn schuld contant voldoet,
'k Vraag wanneer B betaalen moet?

CCXIII. VOORSTEL.

Als A aan B (*) een zek're som
Op Intrest geeft, mits B weerom
$\frac{3}{5}$ Som zal wedergeeven;
Met d'Intrest op den eersten Mey;

De

(*) Den 1 January 1788.

De rest als 't Jaar ten einde zy;
Zo B dan gaf de som hier neven, (†)
En nog ten einde van het Jaar
Vierhonderd vyf en twintig Guldens; maar
Hoe veel gaf A op winst van B,
En ook hoe veel Percent het dee?

CCXIV. VOORSTEL.

A is aan B schuldig een somme gelds, te betaalen $\frac{1}{3}$ in 17, $\frac{1}{3}$ in 36, en $\frac{1}{3}$ in 55 Maanden; B begeert dat A hem de geheele somme zal betaalen ten einde van 't derde Jaar (schoon hy dan $3\frac{7}{13}$ ℒ Vlaams daar by zoude verliezen). A zegt, zo gy my de voorsz. somme, en nog eens zo veel daar by wild leenen, en dat laaten gebruiken ten einde van 't zesde Jaar, zal ik in alles $965\frac{17}{26}$ ℒ Vlaams betaalen: B dit accordeerende, vraagt men, hoe veel de tweede Interest ten honderd in 't Jaar gerekend wordt, als de eerste Interest is 16 ten honderd in 't Jaar? (*f*)

CCXV. VOORSTEL.

Tien Compagnons hebben te saamen ingelegd eene zekere som ℒ Vlaams, te weeten: als men addeert de $\frac{1}{2}$ des Inlegs van BCDEFGHIK tot den Inleg van A; ook zo men addeert de $\frac{2}{3}$ des Inlegs van ACDEFGHIK tot den Inleg van B; en de $\frac{3}{4}$ des

(†) $816\frac{4}{5}$ Guld.

(*f*) Zie diergelyke by M. VAN DYK, de laatste in *Winst en Verlies*.

des Inlegs van ABDEFGHIK tot den Inleg van C; en de $\frac{11}{17}$ des Inlegs van ABCEFGHIK tot den Inleg van D; en de $\frac{11}{18}$ des Inlegs van ABCDFGHIK tot den Inleg van E; en de $\frac{11}{19}$ des Inlegs van ABCDEGHIK tot den Inleg van F; en de $\frac{11}{16}$ des Inlegs van ABCDEFHIK tot den Inleg van G; en de $\frac{11}{17}$ des Inlegs van ABCDEFGIK tot den Inleg van H; en de $\frac{11}{18}$ des Inlegs van ABCDEFGHK tot den Inleg van I; en de $\frac{1}{7}$ des Inlegs van ABCDEFGHI tot den Inleg van K, zo komt telkens hunlieder Winst. Vraage wat heeft elk ingeleid, en wat komt elk van de Winst? (g)

CCXVI. VOORSTEL.

Dit en de drie volgende Voorſtellen door J. DE GELDER.

Daar zyn twee getallen; wanneer men by elk één bydoet, en de ſommen met elkander vermeenigvuldigt, is het *Product* 20; en zo men by de *Cubus* van elk de eenheid voegt, is het beloop deezer *Collecten* 1820. Welke zyn die getallen?

CCXVII. VOORSTEL.

Van vier getallen in eene *Arithmetiſche Progreſſie* is de ſom der Vierkanten a ($= 16m$), en het geduurig vermeenigvuldigde b ($= 945$). Welke zyn die getallen?

CCXVIII.

(g) *Zie* M. WILKENS, *Quantitatis* N°. 15.

CCXVIII. VOORSTEL.

Van vyf getallen in eene *Arithmetiſche Progreſſie* zyn de ſommen der eerſte, derde en vyfde magten als p, q, en r. Welke zyn die getallen?

CCXIX. VOORSTEL.

Het mogelyk kleinſte heel getal te vinden, dat in vier deelen x, y, z, en v gedeeld zynde, $x^m y^n$ $z^r v^s$ een grootſte zy.

CCXX. VOORSTEL.

Door A. B. STRABBE.

Van een gegeeven getal begeert men de Cyffers te verſchikken, zo menigmaal als 't mogelyk is, en alsdan het eerſte met alle de veränderde getallen te addeeren. Vraage hoe de *Formule* van die ſom te vinden is? (*h*)

CCXXI. VOORSTEL.

Door J. APPEL.

Drie Broeders hebben te ſaamen 11 Kinderen; A heeft 'er tweemaal zo veel als C; het getal der Kinderen van A met dat van B vermeenigvuldigd, bedraagt 10 maal 't getal der Kinderen van C. *Hoe* veel Kinderen heeft elk van hen?

CCXXII.

(*h*) VERHEMA *Algebra*, Editie van 1783. Beſluit N. 15.

CCXXII. VOORSTEL.

Door J. SWITSER JANSZ.

Daar is een Breuk, wiens Noemer 108 meer dooit dan de Teller; als men deeze Breuk verkleint, zo doet de Noemer 6 meer dan de Teller, en zo men de Noemers en Tellers van de verkleinde en onverkleinde Breuken met malkander multipliceert, komt 'er 2683044. Wat is het voor een Breuk? (*i*)

CCXXIII. VOORSTEL.

Door S. GRAAF.

Iemand koopt een Huis voor een getal Guldens, dat uit twee *Quadraaten* beſtaat, welkers Wortels te ſaamen vermeenigvuldigd een Pronik-getal voortbrengen, waar van de Wortel 45 maal in het kleinſte *Quadraat* begreepen is; en als men het *Quadraat* op het verſchil der *Quadraat*-Wortelen van het getal Guldens, die het Huis kost, aftrekt, rest 'er $\frac{1}{5}$ van 't grootſte *Quadraat*. Vraage naar den Kopp?

CCXXIV. VOORSTEL.

Door J. VISSER.

A en B zyn van een verſchillende ouderdom, doch A ouder dan B; als men hun beider Jaaren met malkander multipliceert, en het komende verdubbeld, dan is het komende het eerſte *Product*; en zo men ieders ouderdom quadrateert, zyn die twee *Quadraaten* het tweede en derde *Product*: deeze drie *Producten* geaddeerd zyn gelyk 1764, en hunne Jaaren ſtaan tot elkander in reden als 2 tot 1. Vraage naar hun ouderdom?

CCXXV.

(*i*) HALKEMA *Zinnen-Confeit*, N. 115.

CCXXV. VOORSTEL.

Door P. BRECHT.

Van eenen rechthoekigen Driehoek is de ſom der drie zyden 30, en haar vermeenigvuldigde 780. Vraage naar de drie zyden ieder byzonder?

NB. *Diergelyk Voorſtel is reeds opgegeeven, zynde* N°. 77 *van dit* I. DEEL; *doch men verzoekt hier op eene andere bewerking.*

CCXXVI. VOORSTEL.

Door J. DE JONG.

Van een rechthoekigen Driehoek ABC is AB tweemaal zo veel als AC; indien men AB multipliceerd met AC, en van 't *Product* ſubſtraheert 3968, dan zal zulken reſt even zo veel zyn, als of men AC met 480 multipliceerde. Vraage naar den Inhoud des Driehoeks? (*k*)

CCXXVII. VOORSTEL.

Dit en het volgende Voorſtel door J. TE VELTRUP.

Vind drie getallen wier ſom een *rationaal Quadraat*, en de ſom van hunne *Quadraaten* een *rationaal Quadraats-Quadraat* zy? (*l*)

CCXXVIII.

(*k*) GIETERMAAKER *Schatkamer*, IV. Boek, N. 32.
(*l*) A. B. STRABBE *Inleid. tot de Mathem. Weetenſch.*, p. 251. N. 23. Zie ook VENEMA *Algebra*, Editie van 1783, Beſluit N. 11.

CCXXVIII. VOORSTEL.

Vier getallen te vinden, wier ſom een *rationaal Quadraat*, en de ſom van hunne *Quadraaten* een *rationaal Quadraats-Quadraat* zy? (m)

CCXXIX. VOORSTEL.

Dit en het volgende Voorſtel door J. DE GELDER.

Vind drie getallen, zodanig; als men de ſom van de twee eerſten met het vierkant van het derde vermeenigvuldigt; de ſom van het eerſte en laatſte met het vierkant van het middelſte; en de ſom van de twee laatſten met het vierkant van het eerſte, de reſpective *Producten* zyn 80, 54, en 28? (n)

CCXXX. VOORSTEL.

Het getal *a* (31) in twee *Progreſſien* te verdeelen, elk van drie *Termen*, waar van de eerſte eene *Arithmetiſche*, en de laatſte eene *Geometriſche* is; het verſchil der *Arithmetiſche* is gelyk aan de *ratio* of reden der *Geometriſche*; de grootſte *Term* in de *Arithmetiſche* is gelyk aan de grootſte in de *Geometriſche*: indien men nu alle de *Termen* van de *Arithmetiſche* door de overeenkomſtige van de *Geometriſche* deelt (dat is, de kleinſte door de kleinſte, de middelſte door de middelſte, de grootſte door de grootſte), zyn de *Quotienten* in eene *Arithmetiſche Progreſſie*. Men vraagt welke die *Progreſſien* zyn?

CCXXXI.

(m) A. B. STRABBE *Inleid. tot de Mathem. Weetenſch.*, pag. 251 N. 24.

(n) *Ibid.* pag. 257. N. 25.

CCXXXI. VOORSTEL.

Door J. KNEPPEL *en* H. VEEN.

Iemand neemt eenige Ryksd. à zekere pCt. des Jaars op Interest. Na eenige Jaaren betaalt hy Capitaal en Interest in Ducaaten à ¼ zo veel Ryksd. het ſtuk, als pCt. des Jaars Interest gerekend is; dus betaalt hy 127 Stuks en 1 Ryksd. 24 Gr. klein Geld. Indien men het zesvoud der Jaaren multipliceert met het Capitaal, komt 4500; maar het drievoud der pCt. des Jaars met het Capitaal gemultipliceerd, komt 4800. Vraage, hoe veel de Ducaat is waardig geweest, en hoe hoog het pCt. des Jaars Interest gerekend zy? (o)

CCXXXII. VOORSTEL.

Dit en de vier volgende Voorſtellen door A. COR. RESPONDENT.

Een Boer vrieg aan een Rekenaar,
Zo hy tot tien Percent in 't Jaar
Intrest op Intrest had geſteld
Zeshonderd Ponden Vlaams in geld;
Hoe lang dit wel op Intrest ſtond,
Dat hy ontfing agthonderd Pond?

CCXXXIII. VOORSTEL.

Iemand is ſchuldig te betaalen over een Jaar voor Capitaal en Interest 355 Guld. 17 Stuiv. 8 Penn.; zo hy 't Capitaal gehad heeft 3 Maanden tegen 8, en 9 Maanden tegen 10 ten honderd in 't Jaar, hoe veel is 't Capitaal geweest? (p)

CCXXXIV.

(o) M. JELLEN *Rekenkundige Byzonderheden*, N. 129.
(p) Zie de laatſte by MOTS *Arithmetica*.

CCXXXIV. VOORSTEL.

Iemand heeft een vierkante Boomgaard, waar van elke zyde doet 7 Roeden 1 Voet, en is beplant met Aalbeſſen- en Kruisbeſſen-Boomen, te weeten 2 maal meer witte, en 3 maal meer roode Aalbeſſen-Boomen, dan Kruisbeſſen-Boomen, ſtaande 5 Voeten van malkanderen. Vraage hoe veel van elke ſoort daar op ſtaan? NB. *De Roede tot 12 Voeten gerekend.*

CCXXXV. VOORSTEL.

Iemand heeft een gelykzydige Driehoekige Boomgaard, waar van iedere zyde lang is 6 Roeden 4 Voeten, en is beplant met Aalbeſſen- en Kruisbeſſen-Boomen, te weeten 4 maal meer robde, 3 maal meer witte, en 2 maal meer zwarte Aalbeſſen-Boomen, dan Kruisbeſſen-Boomen, ſtaande 4 Voeten van malkanderen. Vraage hoe veel van elke ſoort daar op ſtaan?

CCXXXVI. VOORSTEL.

Een ronde *Piramide*, Kloot en *Cylinder* hebben elk eenen gelyken *Diameter*, en zyn van eene hoogte. Vraage naar de Proportie van hunne lighaamlyke grootte? (q)

CCXXXVII. VOORSTEL.

Door J. J. Bouwens.

De Bombe (in Voorstel CXXXVIII.) van den Heer *Dreſſelhuis* zal op 15 of 75 Graaden 180 Roe-

(q) Eversdyk *Geom. Quæstien*, N. 22.

Roeden, en op 25° 31′, of 64° 29′, 280 Roeden ver van 't Mortier geworpen worden. Men vraagt hoe lang die Bombe in die vier Gevallen onder weg zal zyn?

CCXXXVIII. VOORSTEL.

Dit en de twee volgende Voorstellen door J. PAUW.

Inscriptie tot Leeuwaarden.

De Figuur (hier onder nader beschreeven) is winkelrecht in A, B en C; *AB* en *AD* zyn even lang, zoo ook BC en CE; de *Area* of vlakke Inhoud is 3822 $\frac{1349}{17078}$: *AB* en *BC* doen te saamen 112 $\frac{9}{71}$; BC gemultipliceerd met 54 $\frac{54}{71}$, zal komen in wat Jaar en op welken *Dag* het fundament van dit huis gelegd is: en *AB* gemultipliceerd met 20, zal komen de tyd van 't Jaar en Dag, toen dit huis gemaakt was. Men begeert nu uit deeze Inscriptie te vinden, wanneer het fundament van dit huis is gelegd, en wanneer hetzelve is volbouwd geweest? (*)

Beschryving der Figuur.

Trek eene rechte lyn AB, en stel op het einde A derzelve een *Perpendiculair* AB = AD; voeg de punten B en D te saamen, en trek uit *B*, *parallel* aan AD, de rechte *BC*, doch niet zo lang als *AD*. Trek eindelyk uit C, *parallel* BA, de rechte CE, ontmoetende BD in E; dan is de Figuur gemaakt.

CCXXXIX. VOORSTEL.

Op een waterpas Veld staan twee Torens AB en CD; op de eene AB staat iemand in B met zyn oog 100

(*) Dit Voorstel, zegt de Opgeever, is my eens door zeker Vriend toegezonden, en door my opgelost.

100 Voeten boven den grond, en ziet van daar den anderen, (op welken een Beeld DE ſtaat,) van den grond tot aan het Beeld onder eenen hoek van 22 Gr. 30 Min., en het Beeld zelf onder eenen hoek van 4 Gr. 16 Min.: indien nu die Toren tot aan het Beeld hoog is 120 Voeten, als CD, vraagt men naar den afſtand AC der beide Torens, als mede naar de lengte van het Beeld DE?

CCXL. VOORSTEL.

Twee Scheepen A en B zyn by malkanderen op 2 Graaden lengte, en 42 Graaden Zuider-Breedte; zeilen van daar, B tuſſchen 't Zuiden en Zuid-West, en A tuſſchen 't Zuid-West en West, tot dat ze beiden komen op 46 Graaden Noorder-Breedte; doch 8 Graaden 16 Minuten in Lengte verſchillen: zo rui de Koershoek tuſſchen beiden is 4 ſtreeken, vraagt men wat Koers en Verheid ieder gezeild heeft, en op wat Lengte zy gekomen zyn?

CCXLI. VOORSTEL.

Door S. Graaf.

Twee getallen te vinden in reden als 1 tot 5: zo men het *Quadraat* van 't kleinſte trekt van den *Cubic* des kleinſten, rest 'er een *rationaal Quadraat*, wiens Wortel met 2 vermeenigvuldigd gelyk het grootſte getal + 10 is?

CCXLII. VOORSTEL.

Dit en het volgende Voorſtel door J. Visser.

Drie Scheepen A, B en C liggen A en C recht Oost en West van malkander 28 Mylen, en B ligt benoorden dezelven van A 30 Mylen, en van C 26 My-

Mylen. Vraage hoe veel Mylen ieder Schip zal moeten zeilen, om by malkander in één punt te komen, als ieder evenveel Mylen zeilt?

CCXLIII. VOORSTEL.

Als de Koers en Vaart van een Schip Zuid-West 36 Mylen is, en de loop van den Stroom in den zelfden tyd N. N. West 26 Mylen. Vraage naar de behouden Koers en Verheid, veranderde Breedte, en afwyking van den *Meridiaan*?

CCXLIV. VOORSTEL.

Dit en de twee volgende Voorstellen door J. Bolten.

In een Driehoek ABC doet AB 13, BC 14, AC 15. Men begeert het punt E zodanig te zetten, dat de drie *Perpendiculairs* EF, EG, EH tegen elkander in dubbele Proportie staan. Hoe veel Antwoorden kan men hier op vinden, en hoe lang zyn deeze *Perpendiculairs* in ieder geval byzonder? (r)

CCXLV. VOORSTEL.

Iemand heeft in een rechthoekigen Driehoek den *Basis* op 7 genomen: vraage hoe hy daar toe eene *rationaale Cathetus* zal vinden, waar door de *Hypothenusa* van deezen Driehoek ook *rationaal* wordt? (s)

CCXLVI.

(r) Halcken's *Zinnen-Confect*, N. 429.
(s) Meisner's *Konstkoten*, Aanhang N. 283.

CCXLVI. VOORSTEL.

Vind twee Lynen in eenen Cirkel, waar van ieder met de beide einden den omtrek raakt, en die ook elkanderen zo doorſnyden, dat dezelve deelen niet alleen *rationaal* zyn, maar ook te gelyk door *rationaale Quadraat*-getallen uitgedrukt worden. Vraage naar de beide Lynen en haare deelen? (ſ)

CCXLVII. VOORSTEL.

Door M. JELLEN ZUIDHOF.

Terwyl door zekere meeting, te *Groningen* gedaan, St. Martini-Toren 362 Voeten, de Aa-Toren 265 Voeten hoog, en hunnen Afſtand 760 Voeten bevonden is; zo vraagt men, hoe ver het gezicht van dien Perſoon, die eens op Martini-Torens Paend ſtaat, van den top des Aa-Torens was, als men zyn gezicht 3 Voeten boven het Paend verheven ſtelt te zyn?

CCXLVII. VOORSTEL.

Dit en de drie volgende Voorſtellen door G. SCHUT.

Een Koopman A belooft aan B te zullen geeven *f* 6000, mits dat B 'er by legt *f* 1500, dan zal hy hebben $\frac{1}{3}$ van de Winst. Indien nu B maar bylegt *f* 1000, en $\frac{2}{5}$ van de Winst heeft, hoe veel heeft A dan ingelegd?

CCXLVIII.

(ſ) MEISZNER's *Konſtoefeningen* N. 577.

CCXLVIII. VOORSTEL.

Laat van den Driehoek *A B C* bekend zyn de hoek *A* 59° 29', de *Basis* *B C* 14, en het verschil van de opstaande zyden *A B* en *A C*, zynde *B K*, doet 2. Vraage naar de gemelde opstaande zyden *A B* en *A C*?

CCXLIX. VOORSTEL.

Een Boer neemt een Knecht aan voor den tyd van 7 Jaaren, mits zullende winnen 60 *Gl.*, en als hy op het einde van het derde Jaar vertrekt zal hem toegegeven 40 *Gl.* van zyn Baas, vermits zyn dienst verbetert in eene *Arithmetische Progressie*. Zo het nu gebeurt dat ze scheiden met geslooten beurssen, vraagt men op wat tyd zulks geschiedt, en naar hunne conditie?

CCL. VOORSTEL.

Twee Persoonen zyn van eenen verschillenden ouderdom. Wanneer men hunne Jaaren te saamen addeert, komt een *Quadraat*, welks Wortel is het verschil van hunne Jaaren; en zo men hunne Jaaren ieder byzonder quadrateert, en die *Quadraaten* saamen addeert, komt 'er mede een *Quadraat*, welks Wortel is 35. Vraage naar ieders ouderdom?

SLOT-QUESTIE.

Door H. Rakers Pietersz.

Eenige Persoonen hebben eene som gelds te deelen. De eerste neemt *a* Guldens, en van de rest nog

het $\frac{1}{p}$ deel; de tweede neemt van de rest $a + b$ Guldens, en van dat 'er overblyft ook het $\frac{1}{p}$ deel; de derde neemt van het overblyvende $a + 2b$ Guldens, en van de reſt het $\frac{1}{p}$ deel, en zo vervolgens, ieder telkens b Guldens meer dan de voorgaande. Zo nu na zodanige deeling bevonden word, dat ieder even veel ontfangen heeft, vraagt men 1°. hoe veel Perſoonen 'er zyn geweest, en hoe veel ieder voor zyn deel heeft ontfangen? 2°. Zo na eene Wiskundige berekening van dit Voorſtel blykt, dat de ſommen, welke de Perſoonen de eerſte maal na zich neemen, alvoorens ieder een gelyk deel van 't overblyvende te ontfangen, van de eerſte tot de laatſte in eene *Arithmetiſche Progreſſie* ſtaan, vraagt men naar 't Bewys?

EINDE VAN HET EERSTE DEEL.

NAAMLYST

DER

LEDEN VAN HET GENOOTSCHAP,

Welke dit I. DEEL *der* WISKUNSTIGE VERLUSTIGING *met nuttige* VOORSTELLEN *begunstigd hebben; met aanwyzing wat door ieder van hun is voorgeſteld.*

P. J. B. C. VAN DER AA, N. 48.

J. ACQUOY, N. 129-134, 143-146.

D. AENMEY, N. 44.

A. ALBLAS, N. 29.

J. APPEL, N. 203, 221.

J. J. BERGHAUS, N. 75, 81.

J. BOLTEN, N. 9, 23, 37, 38, 52, 53, 110, 127, 128, 164-166, 196, 197, 244-246.

JB. BOLTEN JANSZ., N. 69, 70.

J. J. BOUWENS, N. 208, 209, 237.

P. VAN BRECHT, N. 4, 28, 41, 59, 64, 65, 82, 89, 225.

C. BREEVILT, N. 3.

H. L. BRONIUS, N. 8, 46.

J. CLAUSET, N. 13, 43, 54.

A. CORRESPONDENT, N. 111-123, 155-158, 181, 182, 189-191, 212-215, 232-236.

J. CREKET, N. 210, 211.

J. DEN DEKKER, W.Z., N. 124, 171.

G. DIEPENHORST, N. 14, 45, 66.

C. VAN DIEST, N. 12.

H. DRESSELHUIS. N. 2, 18, 20, 22, 27, 74, 79, 96, 104-106, 138, 139.

GE-

GEZELSCHAP TE HOORN, (*Het*) N. 42, 51, 58, 63, 103, 137, 152, 160-162, 194, 195.

J. DE GELDER, N. 33, 50, 55, 56, 97, 100, 140, 141, 143-151, 159, 178-180, 200, 201, 215-219, 229, 230.

S. GRAAF, N. 93, 223, 241.

C. HOEKE BARENDSZ. N. 36, 185, 186.

J. DE JONGH, N. 72, 85, 95, 173-176, 202, 226.

J. KNEPPEL, N. 30, 47, 90, 206, 231.

J. B. NOORDINK, N. 125.

J. VAN DER OORT, N. 34, 98.

J. PAUW, N. 35, 57, 80, 142, 183, 204, 205, 238-240.

C. PHILIPS J. Z. N. 11, 16, 87, 88, 92, 106, 147, 158.

H. RAKERS PIETERSZ. N. 15 en *Beslait-Questie.*

P. ROMOND, N. 62.

J. RUITER, N. 78, 153, 154, 207.

G. SCHUT, N. 5, 73, 77, 86, 126, 248-250.

Simplex, N. 68, 163.

A. B. STRABBE, N. 1, 49, 71, 91, 172, 192, 193, 220.

R. SWARTWOLD, N. 17, 26, 32.

J. SWITSER JANSZ. N. 101, 177, 184, 222.

H. VEEN, N. 109, 206, 231.

J. TE VELTRUP, N. 10, 25, 40, 60, 61, 67, 227, 228.

J. VERTON, N. 76.

J. VISSER, N. 167-170, 199, 224, 242, 243.

A. VRYER, N. 21, 94.

M. JELLEN ZUIDHOF, N. 6, 7, 19, 24, 31, 39, 83, 84, 99, 107, 108, 135, 136, 187, 188, 247.

ONTBINDINGEN

DER

VOORSTELLEN;

Welke in dit IIde *Deel der* WISKUNSTIGE VERLUSTIGING *van het Genootſchap der Mathematiſche Weetenſchappen, onder de Spreuk:* Een onvermoeide arbeid komt alles te boven, *te vinden zyn.*

I. VOORSTEL.

Door J. DE GELDER.

Om dit Voorſtel volledig op te loſen, zal ik de volgende *Lemmata* vooraf laaten gaan.

I. LEMMA. *Fig.* I.

De Vierkants-Wortels uit de helft der Sinus Verſus, *en uit de helft der* Sinus Verſus *van het Supplement deſs Boogs zyn reſpectivelyk gelyk aan de* Sinus *van de helft, en de* Sinus *der helft van het Supplement deezes Boogs, mits men voor de Radius de eenheid ſtelle.*

BEWYS.

Laat BE een Boog naar welgevallen verbeelden, waar van CE het *Complement*, en DE het *Supplement* zy; BF de helft der Booge BE, GE de *Sinus*,

en AG de *Cosinus* van BE, EH en AII de *Sinus* en *Cosinus* van EF = FB = ½BE. Trek dan de lyn DE; dan is deeze de dubbelde *Sinus* van de helft des *Supplements* ECD. Nu is:

$\overline{R^2 - Cos.^2} = \overline{EB} = \overline{GB} = \overline{EB} - R^2 + 2R \times Cos. + Cos.^2$

$\overline{EB}^2 = 2R^2 - 2Cos. \times R.$

$\frac{1}{4}\overline{EB}^2 = \frac{1}{2}R^2 - \frac{1}{2}R \times Cos.$

$\frac{1}{2}EB = \sqrt{\frac{1}{2}R^2 - \frac{1}{2}R \times Cos.} = \sqrt{\frac{1}{2} + \frac{1}{2}Cos.}$, R = 1 ſtellende.

Het eerſte dat te bewyzen was.

$\overline{R^2 - Cos.^2} = \overline{DE} - \overline{DG} = \overline{DE} - R^2 - 2R \times Cos.$

$\overline{DE}^2 = 2R^2 + 2R \times Cos.$

$\frac{1}{4}\overline{DE}^2 = \frac{1}{2}R^2 + \frac{1}{2}R \times Cos.$

$\frac{1}{2}DE = \sqrt{\frac{1}{2}R^2 + \frac{1}{2}R \times Cos.} = \sqrt{\frac{1}{2} + \frac{1}{2}Cos.}$, als R = 1 is.

Het tweede dat te bewyzen was.

II. LEMMA. *Fig.* 2.

De ſom en het verſchil der Coſeſinus *en* Cosinus *van een Boog zyn reſpectivelyk gelyk aan de* Tangens *van de helft deezer Boogs, en van de helft van het Supplement deezer Boogs.*

BEWYS.

Laat BD een Boog, BW = WD de helft deezer Boogs verbeelden, CD het *Complement* van dezel-

selven, BE en AE de *Tangens* en *Secans* van DB, en CF en AF de *Cotangens* en *Cosecans* van den Boog DB, GH en AH de *Tangens* en *Secans* van CW = de helft van het *Supplement* des Boogs DB. Dan is:

$$\angle CHA = \angle HAB$$
Maar $\angle FAH = \angle HAB$ Ond.

$$\angle CHA = \angle FAH$$
Dus AF = FH,
en derhalve *Tang.* CW = *Cosec.* DB + *Cot.* DB.

Het eerste dat te bewyzen was.

Neem nu MH = a CF; dan is CM = AM — CF.
Voorts is $\angle CMA = \angle MAB = \angle CAH$
$\angle MAH = \angle MAH$

$$\angle CAM = \angle GAB$$
Dus GB = CM,
en derhalve *Tang.* BG = *Cosec.* CD — *Cot.* CD.

Het tweede dat te bewyzen was.

OPLOSSING.

Laat (*fig.* 3) AB de gegeeven balk zyn, BC de verticaale balk, op welken de eerste AB rusten moet.

Men ziet terstond, dat 'er twee byzondere gevallen kunnen plaats hebben. 1° De balk AB kan *horizontaal* op CD rusten, of liever met denzelven eene *horizontaale* stelling hebben. 2° Of hy kan met den *Horizon* eenen zekeren hoek hebben. Het tweede geval zullen wy eerst oplossen; om dat het algemeen is, en het eerste daar uit afgeleid kan worden.

Om alle mogelyke eenvoudigheid van denkbeelden der oplosſinge toe te brengen, zullen wy den balk AB als een hefboom, beſtaande uit eene onbuigbaare lyn zonder gewigt, beſchouwen, en ſtellen, dat aan de uiteinden deszelven gewigten opgehangen zyn, die op elkander dezelfde werking hebben, welke de deelen BC en AB des balks door hunne natuurlyke zwaarte op elkanderen oeffenen. Dat men nu in de beſchouwing, zoo wél als in het werkdaadige, Vraagſtukken van die natuur tot het geval van de werking der lasten op eenen onbuigbaaren Hefboom kan overbrengen, weet elk één. Dan dewyl de hoegrootheid der werking des balks om te daalen op den ſtaat van ons vraagſtuk geen invloed heeft, gelyk by de oplosſing zelve blyken zal, zullen wy hier niets meer van zeggen.

Laat dan, om ter zaake te komen, (*Fig.* 4.) CD den verticalen balk verbeelden, AB den Hefboom, op welken de gewigten A en B, om het punt C, als een vast ſteunpunt, werken. Stel de werking van het gewigt B op den arm BC des Hefbooms grooter te zyn, dan de werking van het gewigt A op den anderen arm AC deszelven. Het is dan de arm CB, die, door zyne overwinning op AC geneigd zynde te daalen, door een ſchoor *mn* zal moeten ondersteund worden.

Het is klaar, dat hoe digter het punt *n* van de ſchoor *mn*, waar op de arm CB van den Hefboom rust, by het einde B van dien arm CB zich bevindt, het lighaam of gewigt B minder geneigdheid zal hebben, om zich om het punt *n* als een rustpunt te beweegen, en dus ook minder geneigd zal zyn, om den arm A*n* van den Hefboom AB, nu om *n*, als een ſteunpunt, beweegbaar beſchouwd zynde, van het punt C te doen verwyderen.

De ondersteuning van den Hefboom AB zal derhalven grooter worden, naarmaate de werking der kracht van het lichaam B om te daalen (die volgens

de

de *Werktuigkunde* = CB × B — AC × A is) op het punt *n* kleiner of minder wordt: om dat, hoe digter *n* by B geplaatst wordt, de drukking van B op *n* minder wordt.

Van deeze natuurlyke oorzaak is het alleen niet, daar in ons geval de hoegrootheid der drukking van afhangt: maar hier komt een tweede omſtandigheid in aanmerking: de ſchuinsheid der werking van den arm CB des Hefbooms op de ſchoor *mn*. Het gewigt B werkt op het punt *n* in eene richting, die rechthoekig op CB is, en met *mn* de hoek *mn*E der ſchuinsheid van de *werking op n* maakt. De volkomen werking van het gewigt B op *n* is dus gelyk aan de rechte werking, gedeeld door de *Coſinus* van den hoek der ſchuinsheid van deeze werking. Deeze volſtrekte werking is het, die een kleinſte moet zyn, op dat de onderſteuning een grootſte zy.

De aart en natuur der zaake beſchouwd hebbende, zullen wy tot de berekening zelve overgaan.

Stel (*Fig. 4 en 5*) *Sin.* ∠BCD = *a*, de gegeevene ſchoor *mn* = *b*, AC = *c*, CB = *d* het gewigt A = *p*, het gewigt B = *q*; alle ſtandvastige grootheden. Stel *Sin.* ∠C*nm* = *x*, eene veranderlyke grootheid.

Dit geſteld zynde, is volgens de Gronden der Driehoeksmeeting *Coſ.* ∠ BCD = $\sqrt{1-aa}$, *Coſ.* ∠C*nm* = $\sqrt{1-xx}$ en *Sin.* (∠BCD + ∠C*nm*) = *Sin.* ∠C*mn* = $a\sqrt{1-xx} + x\sqrt{1-aa}$ (Zie STERNSTRA *Grondbeginſels der Meetkunde* 1 *gev.* 5 *Prop.* 7 *boek*).

Daarenboven is volgens de gronden der Driehoeksmeeting,

Sin. ∠BCD : *Sin.* ∠C*mn* :: *mn* : Cn of *Anal. Termen.*

$$a : a\sqrt{1-xx} + x\sqrt{1-aa} :: b : Cn = b\sqrt{1-xx} + \frac{bx}{a}\sqrt{1-aa}.$$

Door de gronden der *Werktuigkunde* is de kracht van het lighaam B om te daalen $= dq - qp$, eene ſtandvastige grootheid. Door deeze zelfde gronden is het bekend, dat de werking van deeze bepaalde kracht op het punt n gelyk aan het *product* van die kracht met den arm CB des Hefbooms, en gedeeld door Cn, den afſtand die dat punt n van het ruſtpunt C heeft.

en dus $=$ $\dfrac{ddq-cdp}{\dfrac{bx}{b\sqrt{1-xx}+a\sqrt{1-aa}}}$.

$\dfrac{a(ddq-cdp)}{b} \times \dfrac{1}{a\sqrt{1-xx}+x\sqrt{1-aa}}$ de rechthoekige werking van den Hefboom op n.

Deeze door de *Cof.* van den hoek der ſchuinsheid deelende, welke *Cof.* $=$ *Sin.* $\angle$ *Cnm* $= x$ is, heeft men de volkomene werking van den Hefboom op n; naamelyk

$\dfrac{a}{b} \times ddq-cdp \times \dfrac{1}{ax\sqrt{1-xx}+xx\sqrt{1-aa}}$.

Deeze uitdrukking moet derhalven een kleinſte zyn, of, om dat $\dfrac{a}{b} \times (ddq-cdp)$ eene funktie van ſtandvaſtige grootheden is, $ax\sqrt{1-xx}+xx\sqrt{1-aa}$ een grootſte.

Hier van de *differentiaal* neemende, heeft men

$$\frac{a.(xdx-2x^3dx)}{\sqrt{(x^2-x^4)}} + \frac{2x^3dx-2aaxdx}{\sqrt{(x^4-aax^4)}} = 0.$$

Of

$$\text{Of } \frac{a\,(1-2x^2)}{\sqrt{(1-x^2)}} + 2x\sqrt{1-aa} = 0.$$

$$a\times(1-2x^2) = -2x\sqrt{1-aa}.\sqrt{1-xx}.$$

Of, verder herleid zynde,

$$x^4 - x^2 = -\tfrac{1}{4}aa$$
$$\tfrac{1}{4} = \tfrac{1}{4}$$

$$x^4 - x^2 + \tfrac{1}{4} = \tfrac{1}{4}\times\overline{1-aa}$$
$$x^2 = \tfrac{1}{2} \pm \tfrac{1}{2}\sqrt{\tfrac{1}{2}-aa}$$
$$x = \sqrt{(\tfrac{1}{2} \pm \tfrac{1}{2}\sqrt{1-aa})}$$

Maar de vierkants-wortel uit de helft der *Sinus Versus*, en der *Sinus Versus* van het *Supplement* deezes boogs, zyn respectivelyk aan de *Sinus* en *Cosinus* van de helft deezes boogs gelyk, mits men de *Radius* = 1 stelle. (Zie *Bewys*, LEMMA 1.)

Indien men nu in de verkreegene *Formule* het teken *plus* gebruikt, zal men bevinden, dat *Sin.* $\angle Cnm$ gelyk is aan d vierkants-wortel uit de *Sinus Versus* van het *Supplement* van den $\angle C$, en dus $\angle Cnm = \frac{1}{2}$ *Suppl.* $\angle C$; waar uit volgt, dat $\angle Cnm = \angle Cmn$, of, dat op het zelfde uitkomt, $Cn = Cm$ zyn moet.

Maar indien men in de verkreegene *Formule* het teken *min* gebruikt, dan zal bevonden worden $\angle Cnm = \frac{1}{2}C$, om dat de Vierkants-wortel uit de helft der pyl eens boogs aan de *Sinus* van de helft des boogs gelyk is. Waar door men ziet, dat de Vraag twee oplossingen toelaat.

TWEEDE OPLOSSING.

Om de nuttigheid, die de overkimmende Wiskunde op Natuurkundige Vraagſtukken heeft, by deeze gelegenheid aan te toonen, zal ik hier nog de navolgende berekening byvoegen.

Stel (*Fig.* 4 en 5) $\angle C = a$, de ſchoot $mn = b$, enz. en $\angle Cnm = x$, voort het overige dezelfde grootheden als in de voorgaande berekening behoudende; dan is *Sin.* $(\angle C + \angle Cnm) = Sin. \angle Cmn = Sin.\ a \times Cof.\ x + Sin.\ x \times Cof.\ a$ (I gev. 5 prop. van STERNSTRA.) Voorts als in de voorgaande oplosſing te werk gaande, vindt men, dat *Sin.* a. *Sin.* $x \times Cof.\ x + Cof.\ a \times Sin.\ m^2x$ een grootſte moet zyn. Hier van de *differentiaal* neemende, heeft men

$$Sin.\ a \times (Cof.^2 x dx - Sin.^2 x dx) + 2\ Cof.\ a \times Sin.\ x \times Cof.\ x dx = 0\ (*).$$

$$\text{Dus } Sin.^2 x - Cof.^2 x = \frac{2\ Cof.\ a}{Sin.\ a} \times Sin.\ x \times Cof.\ x,$$

$$\text{Dat is } Sin.^2 x - Cof.^2 x = 2\ Cot.\ a \times Sin.\ x \times Cof.\ x.\ (\dagger)$$

$$\frac{Sin.^2 x}{Cof.^2 x} - 1 = 2\ Cot.\ a \times \frac{Sin.\ x}{Cof.\ x},$$

of

(*) Hoe zulke *Tranſcendent*-grootheden gedifferentieerd worden, kan men onder anderen zien in J. FAS *Differentiaal-Rekening*. Iſte Afd. IIde Hoofdſt.

(†) Zie hier over STERNSTRA *Grondbeginſels der Meetk.* in de gevolgen op de 3 prop. des VIIden Boeks, of DE LA LANDE *Sterrekunde*.

Of $Tang.^2 x - 1 = 2\,Cot.\,a \times Tang.\,x$,

$$Tang.^2 x - \frac{2\,Cot.\,a}{Cot.^2 a} \times Tang.\,x = \frac{1}{Cot.^2 a}$$

$$Tang.^2 x - 2\,Cot.\,a \times Tang.\,x + Cot.^2 a = 1 + Cot.^2 a = Cosec.^2 a$$

$$Tang.\,x - Cot.\,a = \pm Cosec.\,a$$

$$Tang.\,x = Cot.\,a \pm Cosec.\,a.$$

Maar in het tweede *Lemma* is bewezen, dat de ſom van *Cofecans* en de *Cotangens* eens boogs gelyk is aan de *Tangens* van de helft des *Supplements* deezes boogs of hoeks, en dat het verſchil van de *Cofecans* en *Cotang.* van een bpog gelyk is aan de *Tangens* van de helft deezes boogs.

Indien men dan in de verkreegene *Formulae* het ſtellig teeken gebruikt, ziet men, dat $\angle Cnm = Cmn$ zyn moet: maar indien men het ontkennend teken beezigt, ziet men, dat $\frac{1}{2} \angle C = \angle Cnm$, even als door de voorgaande rekening bepaald is. De ſtelling van de ſchoor $m\,n$ is derhalven hier door bepaald.

Dat te vinden was.

GEVOLG.

Indien $\angle C = 90°$ is, zal de ſchoor $m\,n$ maar eene ſtelling met de gegeevene balken hebben; want *Cotang.* $a = 0$, *Tang.* $x = Cot.\,a = 1$ zyn $= Tang.\,45°$. Insgelyks ook in de eerſte oplosſing zal alsdan $\sqrt{1 - qq} = 0$ zyn, dus $x = \sqrt{\frac{1}{2}}$. Waar uit dan de waarheid van het geſtelde op nieuw blykt.

II. VOORSTEL. Fig. 6.

Door C. BREEVILT, *waar mede de Opgeever overëenkomt.*

Laat de *Diameter* des Cirkels AB $= 2a$ zyn.

Stel de *Abscisse* AP $= x$, en de *Ordinaat* PM $= y$; dan is van den *Parabool* MAm de *Parameter* P $= \frac{yy}{x}$

Zie *Toepassing der Algebra op de hooge Meetkunde* §. 59. en de Inhoud des *Parabools* MAm $= \frac{4}{3}xy$. *Ib.* §. 64.

Ook is door de Vergelyking des Cirkels $y^2 = 2ax - x^2$,

Derhalve is door het Voorstel

$y^2 = 2ax - x^2$, en $\frac{4}{3}xy$ een *Maximum*.

Gediff. is $2y\dot{y} = 2a\dot{x} - 2x\dot{x}$ en $\frac{4}{3}x\dot{y} + \frac{4}{3}x\dot{y} = 0$.

$$2y \qquad \dot{y} = \frac{a\dot{x} - x\dot{x}}{y} \qquad 4x \qquad \frac{4}{3}x\dot{y} = -\frac{4}{3}\dot{x}y \qquad 3$$

$$\dot{y} = -\frac{\dot{x}y}{x}$$

$$\text{Derhalven } \frac{a\dot{x} - x\dot{x}}{y} = -\frac{\dot{x}y}{x}$$

$$-\dot{x} \qquad xy$$

$$x^2 - ax = yy$$

$$\text{Maar } 2ax - x^2 = yy$$

$$\text{Derhalven } x^2 - ax = 2ax - x^2$$

$$2x^2 = 3ax.$$

$$2x$$

De

De *Abscisse* AP $= x \pm \frac{3}{2} a$

Hier door de *Ordinaat* PM $= y = \sqrt{2ax - x^2} = \sqrt{\frac{3}{4}aa} = aa\sqrt{\frac{3}{4}}$

de *Parameter* $p = \frac{yy}{x} = \frac{1}{2} a$,

en de Inhoud des *Parabools* $\frac{4}{3} xy = \sqrt{3a^4} = aa\sqrt{3}$.

ANDERS. *Fig.* 7.

Door J. DE GELDER.

Laat ABC den halven-Cirkel verbeelden, welkers *middenpunt* is M, en Middellyn AB $= a$, ADC de ingeschreeven *Parabool* in denzelven, welkers Inhoud een *Maximum* zyn moet.

Sel AD $= x$, dan is DB $= a - x$.

Volgens de eigenschap van den Cirkel heeft men

$AD \times DB = \overline{CD}^2$, of in *Analytische* Termen

$$ax - xx = \overline{CD}^2$$
$$xx = \overline{AD}^2$$
$$\text{———————— verm.}$$
$$ax^3 - x^4 = \overline{CD}^2 \times \overline{AD}^2$$

Dewyl nu $\overline{AD}^2 \times \overline{AD}^2$ het *quadraat* is van AD×CD, dat is het *quadraat* van den rechthoek om den *Parabool* beschreeven, en de Inhoud van een *Parabool* tot deszelfs omgeschreeven rechthoek altyd eene standvastige reden heeft, als 3 tot 4; zoo zal, de inhoud van den *Parabool* een *Maximum* zynde, ook de recht-

hoek

hoek, om dezelve beſchreeven, als mede het *quadraat* van dien rechthoek, een *Maximum* zyn.

Derhalve $3ax^2\dot{x} - 4x^3\dot{x} = 0$

$3a = 4x$

$a = \frac{4}{3}a$

Dat is, men zal x gelyk drie vierde van de middellyn neemen, ſtel in D, en uit D den *Ordinaat* CD trekken, en op AD als As, met BD als *Parameter*, den *Parabool* ADC beſchryven, die den omtrek van den Cirkel in C ſnyden, en in A raaken zal; waar van ADC binnen den Cirkel zal vallen.

1o Hy zal, zeg ik, den Cirkel in C ſnyden: want, ſtel dat hy den Cirkel in C niet ſneedt, dan zou de *Ordinaat* CD ergens in *c* ſnyden; door de eigenſchap van den Cirkel heeft men $AD \times BD = \overline{CD}^2$, en door die van den *Parabool* $AD \times P = AD \times BD = \overline{Dc}^2$; dus $CD = Dc$; dat is *c* zal in C vallen; en dus zal de *Parabool* den Cirkel in C ſnyden.

2o. Hy zal den omtrek van binnen in A raaken, en ADC zal binnen den omtrek liggen: dat dit waar zy, blykt: want trek uit eenig punt E, in den as of middellyn den *Ordinaat* EG des Cirkels, die de *Parabool* in F ſnydt: dan is door de eigenſchap des Cirkels $\overline{EG}^2 = AE \times EB$, en door de eigenſchap des *Parabools* $\overline{EF}^2 = AE \times P$. Nu is $AE \times EB > AE \times P$, om dat EB > BD of P is, uit de figuur: derhalve $\overline{EG}^2 > \overline{EF}^2$ of $EG^2 > EF$; dat is F zal binnen den omtrek vallen.

Dewyl nu zulks plaats heeft in alle de punten van AD, behalven in A en D zelve, zal de *Parabool* den Cirkel in A raaken, en ACD binnen den omtrek liggen.

Dit

Dit bepaald zynde, zal het 'er nu alleen maar op aankomen, om, volgens den eisch der vraag, den *Parameter*, *Ordinaat* (de *Abscisse* is reeds bepaald gelyk $\frac{1}{4}a$) en den *Inhoud* te vinden.

1°. Nademaal $DB = P$ is, en $DB = AB - AD = a - \frac{1}{4}a$ is ook $\frac{3}{4}a$. Dat is de *Parameter* is gelyk aan $\frac{3}{4}$ van de Middellyn.

2°. $AD \times DB = CD^2$, of $\frac{1}{4}a \times \frac{3}{4}a = \frac{3}{16}a^2$.

Dus $CD = \frac{1}{4}a\sqrt{3}$.

Dat is, de *Ordinaat* is gelyk aan den *Parameter* vermeenigvuldigd met $\sqrt{3}$.

3°. $ADC = \frac{1}{2}AD \times DC = \frac{1}{2} \times \frac{3}{4}a \times \frac{1}{4}a\sqrt{3} = \frac{3}{32}aa\sqrt{3}$ den Inhoud van den *Parabool*.

Dat te vinden was.

GEVOLG.

Indien men het toppunt A van den *Parabool* of Cirkel, en het punt C, alwaar deeze kromme lynen elkander snyden, door AC vereenigt, zal ACD de mogelyk grootste Driehoek zyn, die in een Cirkel op die wyze kan worden beschreeven.

III. VOORSTEL. *Fig.* 8.

Door den Opgeever, en J. DE GELDER.

Stel $AB = P = a$
$BD = Q = b$
$CD = R = c$, bekende grootheden
en $AD = x$ de onbekende.

Dat

Dan is, volgens de gronden der Meetkunde,

$$AD(x) : DC(c) :: AB(a) : BC = \frac{ac}{x}$$

Voorts $BD^2 + CD \times AD = CB \times AB$

Of $bb + cx = \frac{aac}{x}$

Of $xx + \frac{bb}{c} x - aa = o$, eene Vergelyking van de tweede magt, welke met behulp van den Cirkel kan worden opgelost.

CONSTRUCTIE. *Fig. 9.*

1° Trek eene rechte lyn naar welgevallen, en neem op dezelve $AB = R = c$.

2° Trek uit B een *perpendiculair* BC naar welgevallen, en neem op dezelve $BC = Q = b$, en voeg de punten A en C door de lyn AC te saamen.

3°. Trek uit C een *Perpendiculair* op AC, die de eerst genoomene lyn of derzelver verlengde ontmoet in D; deel BD in E midden door, en beschryf uit E als middelpunt, met BE als *Radius*, een Cirkel.

4° Neem, op het verlengde van BC, $BF = P = a$, en trek uit F door E, het middelpunt van den Cirkel, een lyn die den omtrek des Cirkels in G en H snydt: dan zyn FG en FH de wortelen der Vergelykinge.

5° Neem in BD, $BI = FG$, en beschryf uit B, als middelpunt, met BC als *Radius*, als mede uit I, met $BF = P$ als *Radius*, twee cirkelboogen, die elkander in K snyden.

6° Eindelyk trek uit de punten A, B en I, tot het punt K, de lynen AK, BK en KI; dan zal ABI de begeerde Driehoek zyn.

Die te vinden was.

B E.

BEWYS.

Volgens de *Conſtructie* is *ACD* een rechthoekige Driehoek, waarin *BC* rechthoekig op *AD* ſtaat. Derhalve $AB\ (c) : BC\ (b) :: BC\ (b) : BD = \frac{bb}{c}$; en derhalve $BE = ED = EH = EG = \frac{bb}{2c}$. Voorts is, door de eigenſchap des Cirkels, $\overline{BF}^2 = aa = FH \times FG = x + \frac{bb}{c} \times x$; of, herleid zynde, $xx + \frac{bb}{c}x - aa = 0$.

Dat is bewyzen was.

IV. VOORSTEL.

Door C. BREEVILT, *en verſcheide anderen.*

LEMMA.

Van een rechthoekigen Driehoek is het Quadraat van de halve ſom der zyden min den Inhoud, gelyk aan den Rechthoek van de halve-ſom der zyden en ſchuinſe.

Want, laat de rechthoekzyden $= a$ en b, en de ſchuinſe $= c$ zyn.

Dan is de ſom der zyden $s = a + b + c$,

en de Inhoud $P = \frac{ab}{2}$.

Der-

Derhalve $\frac{1}{2}s = \frac{a+b+c}{2}$

$\frac{1}{2}s\Big|^2 = \frac{aa+2ab+bb+2ac+2bc+cc}{4}$

Maar $aa + bb = cc$

Derhalve $\frac{1}{2}s\Big|^2 = \frac{ab+ac+bc+cc}{4}$

$P = \frac{a}{2}$ afget.

$\frac{1}{2}s\Big|^2 - P = \frac{ac+bc+cc}{4} = \frac{a+b+c}{2} \times \frac{c}{2}$

Hier uit vloeit deeze

OPLOSSING:

$\frac{a+b+c}{2} = 12$

$\frac{a+b+c}{2} = 6$

$\frac{a+b+c}{2}\Big|^2 = 36$

Inh. $P = 6$ afget.

$\frac{a+b+c}{2} \times c = 30$

$\frac{a+b+c}{2} = 6$

$$\left.\begin{array}{l} c = 5 \\ a+b+c = 12 \end{array}\right\} \text{afget.}$$

$$a+b \;.\; = 7$$

$$b^2 = a^2 + b^2 = 25$$

$$4P = 2ab \;.\; = 24$$

afget.

$$a^2 - 2ab + b^2 = 1$$

$$\sqrt{\quad}$$

$$\left.\begin{array}{l} a-b = 1 \\ a+b = 7 \end{array}\right\} \text{verg. en afget.}$$

$$2a = 8,\ 2b = 6$$

$$a = 4;\quad b = 3$$

V. VOORSTEL.

Door J. SCHEFFER *en* J. VAN TWISK, *waar mede de* OPGEVER, J. TE VELTRUP, P. BRECHT, J. CLAUSET, J. PAUW, G. DIEPENHORST, J. SCHELLINKHOUT, K. AKER, HENDRIK VEEN, N. CATENIUS, *en* J. DE GELDER *overëenkomen.*

Stel de Jaaren $= x$ en y;

Dan is $\sqrt{x+y} = x-y$ en $\sqrt{xz+yy} = 35$

$$\sqrt{\quad}$$

$$x+y = xx-2xy+yy$$

$$\sqrt{\quad}$$

$$xx+yy = 1225$$

of $x+y+2xy = xx+yy$

Derhalven $x+y+2xy=1225$
$xx+yy=1225$
verg.

Komt $\overline{x+y}^{2}+\overline{x+y}=2450$
$\frac{1}{4}=\frac{1}{4}$

$\overline{x+y}^{2}+\overline{x+y}+\frac{1}{4}=\frac{9801}{4}$

$\sqrt{}$)

$x+y+\frac{1}{2}=\frac{99}{2}$

$x+y=\frac{98}{2}=49$

$x-y=\sqrt{x+y}=7$
verg. en afget.

$2x=56,\ 2y=42$

2

$x=28,\ y=21.$

VI. VOORSTEL.

Door den OPZIENER.

Stel de waarde van $a=6+x$
en die van $b=6+x$.

dan is $a^2=36+12x+x^2$,
$a^3=216+108x+18x^2+x^3$,
$b^2=36+12x+x^2$,
en $b^3=216+108x+18x^2+x^3$.

Hier

Hier mede de 2de gegeevene Vergelyking ontleed:

$$
\begin{array}{rl}
a^3 = & 216 - 108x + 18x - x^3 \\
9ab^2 = & 1944 + 324x - 54x^2 - 9x^3 \\
-6a^2b = & -1296 + 216x + 36x^2 - 6x^3 \\
\hline
\text{Saamen } 16 & 864 + 432x - 16x^2 = 1568 \\
\hline
 & 54 + 27x - x^3 = 98 \\
\hline
 & x^3 - 27x + 44 = 0
\end{array}
$$

Hier uit de waarde van x genoocht, zo is de Teerl. oplossing velbragt.

En om tot eene vierkants-Vergelykinge te komen,

Zo stel $x = y + 4$; en breng deeze nieuwe waarde in de voorgaande Vergelyking over,

$$
\begin{array}{rl}
\text{Komt } y^3 + 12y + 21y = 0 & \\
y & \\
\hline
y^3 + 12y + 21 = 0 & \\
\text{verg. } 15 = 15 & \\
\hline
y^2 + 12y + 36 = 15 & \\
\sqrt{} & \\
\hline
y + 6 = \sqrt{15} & \\
\hline
y = -6 \pm \sqrt{15} & \\
\text{Derh. } y + 4 = x = -2 \pm \sqrt{15} &
\end{array}
$$

Deeze 2 Wortelen $x + 2 - \sqrt{15} = 0$, en $x + 2 + \sqrt{5} = 0$ verm. komt

$x^2 + 4x - 11 = 0$; deeze uitkomst in de Hoofdvergel. $x^3 - 27x + 44 = 0$ gedeeld,

Komt $x-4=0$, of $x=4$.

Derhalven $6-x=2=a$

en $6+x=10=b$.

VII. VOORSTEL.

Door den OPGEEVER, C. BREEVILT, J. VAN TWISK, J. DE GELDER, *en* J. SCHEFFER.

$$x^4-18x^3-18x^2-18x+1=0$$

$$\text{verg. } 101x^2 \quad . \quad . \quad . = 101x^2$$

$$x^4-18x^3+83x^2-18x+1=101x^2$$

$$\sqrt{}$$

$$x-9x+1=\sqrt{101x^2}$$

$$x^2-9x-\sqrt{101x^2}=-1$$

$$x^2-\overline{9+\sqrt{101}.x}=-1$$

$$\text{verg. } \overline{4\tfrac{1}{2}+\sqrt{25\tfrac{1}{4}}}|^2=\text{enz.}$$

$$x^2-\overline{9+\sqrt{101}.x}+\overline{4\tfrac{1}{2}+\sqrt{25\tfrac{1}{4}}}|^2=44\tfrac{1}{2}+\sqrt{2045\tfrac{1}{4}}$$

$$\sqrt{}$$

$$x-\overline{4\tfrac{1}{2}+\sqrt{25\tfrac{1}{4}}}=\sqrt{44\tfrac{1}{2}+\sqrt{2045\tfrac{1}{4}}}$$

$$x=4\tfrac{1}{2}+\sqrt{25\tfrac{1}{4}}+\sqrt{44\tfrac{1}{2}+\sqrt{2045\tfrac{1}{4}}}$$

Of $x=4\tfrac{1}{2}+\sqrt{25\tfrac{1}{4}}-\sqrt{44\tfrac{1}{2}+\sqrt{2045\tfrac{1}{4}}}$

De twee waare wortelen.

Om

Om nu de twee valſche wortelen, uit den grond, aan te toonen: zoo is kennelyk, dat de uitkomst by de eerſte Worteltrekking, ook op volgende wyze, konde geſteld worden:

$$x^2 - 9x + 1 = -\sqrt{101x^2}$$

$$x^2 + \sqrt{101} - 9 . x = -1$$

verg. $\sqrt{25\tfrac{1}{4} - 4\tfrac{1}{2}}^2 = 45\tfrac{1}{2} - \sqrt{2045\tfrac{1}{4}}$

$$x^2 + \sqrt{101} - 9 . x + \text{enz.} = 44\tfrac{1}{2} - \sqrt{2045\tfrac{1}{4}}$$

$$\sqrt{\quad}$$

$$x + \sqrt{25\tfrac{1}{4} - 4\tfrac{1}{2}} = \sqrt{44\tfrac{1}{2} - \sqrt{2045\tfrac{1}{4}}}$$

$$x = 4\tfrac{1}{2} - \sqrt{25\tfrac{1}{4}} + \sqrt{44\tfrac{1}{2} - \sqrt{2045\tfrac{1}{4}}}$$

Of $4\tfrac{1}{2} - \sqrt{25\tfrac{1}{4}} - \sqrt{44\tfrac{1}{2} - \sqrt{2045\tfrac{1}{4}}}$

De twee valſche wortelen.

VIII. VOORSTEL.

Door J. DE GELDER.

Met het geld, dat *B* aan *A* (dus noem ik de twee Perſoonen) terſtond betaalt, kan *B* volſtrekt geen winst doen; derhalven moet het geld, dat hy 8 maanden laater dan den beſtemden tyd, één jaar, houdt, in die 20 maanden te ſaamen zoo veel winst tegen een zekeren Interest kunnen doen, als de geheele ſom 5000 Guldens in 12 maanden, tegen dien zelfden Interest winnen kan.

Stel, na dit vooraf aangemerkt te hebben, x de ſom Guldens, die hy terſtond betaalt; an zyn de Guldens, die hy agt maanden laater na den tyd

betaalt, $5000 - x$; en volgens de gronden der tyd-*rekening van Betaaling*

$$12 \times 5000 = 5000 - x \cdot 20$$

Of $60000 = 100000 - 20x$

$$20x = 40000$$

$$20$$

$x = 2000$ Guldens, die hy terstond betaalt;

$5000 - x = 3000$ Guldens, die hy agt maanden na den tyd betaalt.

Dit te vinden was.

Men hadt ook nog uit dit volgend Grondbeginsel de oplosing kunnen afleiden. Met het geld, dat A terstond ontfangt; kan hy in de loopende 12 maanden zekere winst doen; maar die winst moet, uit kracht van de voorwaarde, gelyk zyn aan het verlies, dat hy agt maanden na den tyd met het geld doet, dat hy alsdan ontfangt. Derhalven

$$12x - (5000 - x)\ 8 = 0$$

Of $12x = (5000 - x)\ 8$

$$20x = 40000$$

$$20$$

Derh. $x = 2000$ Guldens, die hy terstond betaalt,
$5000 - x = 3000$ Guldens, die hy agt maanden na den tyd betaalt, even gelyk boven is aangetoond.

BYVOEGSEL.

Is 'er iets, dat meer de vlyt en den aandacht van Wiskundigen verdient, het is buiten allen twyffel het doelwit, om zyne verkreegene kundigheden op zaaken, die voor de ſaamenleeving zeer nuttig zyn, toe te paſſen.

Onder die meenigvuldige zaaken, verdienen de Interest-Rekeningen en alle de Leerſtukken, die uit dezelve kunnen afgeleid worden, buiten allen twyffel eene aanzienlyke plaats. Een groot gedeelte van den Koophandel, dien bronader van ons Gemeenebest, beſtaat in dezelve. De Interest-Rekeningen zyn derhalven zeer noodzaakelyk voor elk, die zich op den Koophandel poogt toe te leggen.

Is 'er ondertuſſchen eene zaak, die met meer verwardheid in de gewoone Schryvers der Rekenkunde, welke men in de meeste onzer Nederlandſche Schoolen der Jeugd in handen geeft, verhandeld wordt, het zyn deeze Rekeningen. Men ſchryft regelen voor, waar door men, ja, tot het begeerde kan geraaken, regelen, die onderſcheiden zyn, naar de verſchillende gevallen en omſtandigheden, die zich in die Rekeningen opdoen: maar hoe kan zich een Rekenaar in zulk een geval van zyn verkreegen antwoord volkomen zeker houden, daar zyne Leerwyze veeltyds, zonder oordeel en zonder kennis van het verband en de natuur der zaaken, alleen van het geheugen afhangt, waar op men met minder zekerheid kan vertrouwen, waar de Regelen om te onthouden vermeerderd worden. Deeze wyze van verhandeling, is ook de oorzaak, dat veele van dit ſoort van Rekenaars, die in het oplosſen van de voorbeelden, in die Rekenboekjes tot oeffening voorgeſteld, in vaardigheid zomtyds boven anderen uitmunten, dikwyls zeer verleegen zyn, wanneer men hun een vraag van dezelfde ſoort, maar onder eene andere gedaante, voorgeſteld, ter

oplosſing geeft. Waar aan is dat anders, dan hier aan toe te ſchryven, dat men met regelen werkt, waar van men den grond niet verſtaat.

Onder de Interest-Rekeningen is de zoogenaamde *Tydrekening van betaaling*, die, welke doorgaans het minſte bevat wordt. Het is om dat de zaak wat dieper is, als wel de andere takken der *Simpele Interest Rekeningen*. De zaak ondertuſſchen, uit de rechte gronden naergeſpeurd, is duidelyk genoeg. De geheele duisterheid beſtaat daar in, dat men naar zekere *formulae* werkt, die niet algemeen voorgeſteld, ſomtyds door de enkèle bewerking van een byzonder voorbeeld maar opgeheldert zyn, en welke *formulae* of regels men zelve niet vinden kan.

De gelegenheid, die my de oplosſing van het 8ſte Voorſtel onzer *Wiskundige Verlustigingen* toe deeze beſchouwing gaf, ſpoorde my aan, om myne gedachten hier over aan ons Genootſchap mede te deelen, en om tevens zoo kort als mogelyk was de Regelen der Tydrekening van Betaaling uit den grond op na te ſpeuren, en in haare voornaamſte gevallen te behandelen.

Dan eene al te naauwe uitpluizing van deeze zaak te veel plaats in ons Werk vereiſchende, zal ik de drie volgende Stellingen als beweezen aanmerken.

1° *Indien ongelyke Hoofdſommen, in gelyke tyden, op gelyke Intereſſen geſtaan hebben; zyn de winſten met deeze Hoofdſommen gewonnen, in reden van de Hoofdſommen zelve.*

2° *Indien gelyke Hoofdſommen, in ongelyke tyden op gelyken Interest geſtaan hebben, zyn de winſten, met deeze Hoofdſommen gewonnen, in reden van de tyden, in welke deeze Hoofdſommen op Interest geſtaan hebben.*

3° *In-*

3°. *Indien ongelyke Hoofdſommen in ongelyke tyden op denzelfden Interest geſtaan hebben, zyn de winſten met deeze Hoofdſommen gewonnen in de ſaamengeſtelde reden van deeze Hoofdſommen, en de tyden die dezelve op Interest geſtaan hebben.*

Deeze laatſte waarheid kan aldus Wiskunſtig worden uitgedrukt. Laaten H en *h* de Hoofdſommen, T en *t* de Tyden, in welken ze op Interest geſtaan hebben, verbeelden: daarenboven *W* en *w* de winſten, die met elk der Hoofdſommen, in de Tyden die ze op Interest geſtaan hebben, gewonnen zyn, verbeelden: dan is $W : w :: H \times T : h \times t$.

Uit deeze proportie worden de waarheden der twee eerſte Stellingen afgeleid: want laat 1° $T = t$ zyn, dan is $W : w :: H : h$. 2° Stel $H = h$: dan is $W : w :: T : t$.

Onderſtel nu dat $W = w$ zy, dan zal $H \times T = h \times t$ zyn; waar uit volgt, dat, indien met ongelyke Hoofdſommen in ongelyke tyden, tegen gelyke Interesſen, gelyke Winsten gewonnen zyn, het *product* van elke Hoofdſom met den tyd, die zy op Interest geſtaan heeft, altyd aan elkander gelyk zyn: of dat de Hoofdſommen in de omgekeerde reden van de tyden, die ze op Interest geſtaan hebben, zyn.

I. BEPAALING.

Indien verſcheide Hoofdſommen, in onderſcheidene tyden, zekere winſten doen, zodanig; dat elk deezer Hoofdſommen, in een zekeren bepaalden tyd, één Jaar, by voorbeeld, eene gelyke Interest ten 100 *winnen; worden deeze Hoofdſommen gezegd op gelyken Interest te ſtaan, of tegen gelyken Interest te winnen.*

II. BEPAALING.

Indien twee Perſoonen elkander onderling eenige ſommen gelds, voor zekere tyden, leenen; zodanig dat zy elkander winst noch ſchade toebrengen: om dan de overeenkomst van die ſommen met de tyden, die dezelve uitgeleend worden, te bepaalen, daar in beſtaat de Leerwyze, welke genoemd wordt Tydrekening van betaaling.

De geheele Beſchouwing der Tydrekening van Betaaling veronderſtelt, of is gegrond op die onderſtelling, dat de uitgeleende ſommen gelds tegen gelyke Interest winnen.

Om deeze ſtof niet al te ver uit te breiden, zal ik terſtond tot de Oplosſing van het volgend algemeen Vraagſtuk overgaan.

I. VRAAGSTUK.

De overeenkomst van de Hoofdſommen, welke twee Perſoonen zonder ſchade of verlies aan elkander leenen, met de tyden, in welke ze uitgeleend worden, te bepaalen?

OPLOSSING.

Stel dat A aan B leent de volgende Hoofdſommen H. H′, H″, H‴, H⁗ voor de tyden T, T′, T″, T‴, T⁗. Stel de winsten, die hy met deeze Hoofdſommen in de genoemde tyden doen kan, te zyn *W*, *W′*, *W″*, *W‴*, *W⁗*.

Stel dat B daar en tegen aan A leent de Hoofdſommen *h*, *h′*, *h″*, *h‴*, *h⁗*, voor de tyden *t*, *t′*, *t″*, *t‴*, *t⁗*, en de winsten, die B met deeze Hoofdſommen in die tyden doen kan, *W*, *W′*, *W″*, *W‴*, *W⁗* enz. dan zal de overëenkomst van die Hoofdſommen met de tyden moeten bepaald worden.

Naar-

Naardien deeze Hoofdſommen tegen gelyken Interest verondersteld worden te winnen, is volgens onze 3de Stelling

$W : H \times T = W' : H' \times T' :: W'' : H'' \times T'' :: W''' : H''' \times T''' :: W'''' : H'''' \times T'''' ;$

Derh. $W + W' + W'' + W''' + W'''' : H \times T + H' \times T' + H'' \times T'' + H''' \times T''' + H'''' \times T'''' :: W : H \times T$ (a).

Om dezelfde reden zal men vinden, dat

$w + w' + w'' + w''' + w'''' : h \times t + h' \times t' + h'' \times t'' + h''' \times t''' + h'''' \times t'''' :: w : h \times t$.

Nu is, volgens de onderſtelling, $W : H \times T :: w : h \times t$, en derhalven

$W + W' + W'' + W''' + W'''' : H \times T + H' \times T' + H'' \times T'' + H''' \times T''' + H'''' \times T'''' :: w + w' + w'' + w''' + w'''' : h \times t + h' \times t' + h'' \times t'' + h''' \times t''' + h'''' \times t''''$. (b)

Maar volgens de onderſteliing moet $W + W' + W'' + W''' + W'''' = w + w' + w'' + w''' + w''''$ zyn, en dus is ook, $H \times T + H' \times T' + H'' \times T'' + H''' \times T''' + H'''' \times T'''' = h \times t + h' \times t' + h'' \times t'' + h''' \times t''' + h'''' \times t''''$; eene *Vergelyking*, of liever *Formule*, welke aantoont de overëenkomst, die de Hoofdſommen met de tyden, in welke ze uitgeleend zyn, moeten hebben.

En

(a) Zie STEVINUS, *Grondb. der Meetk*, 16 *prop.* 5 *boek.*
(b) *II. Prop.* 5 *B. Ibid.*

En dus ziet men in 't algemeen, dat

De ſom der producten van de Hoofdſommen, welke A *aan* B *leent, met de tyden, die ze uitgeleend worden, gelyk is aan de ſom der producten van de Hoofdſommen, welke* B *aan* A *leent, met de tyden, die dezelve uitgeleend worden.*

Dat te vinden was.

AANMERKINGEN.

1° In de oplosſing van deeze algemeene vraag onderſtelde ik, dat het getal der Hoofdſommen, welke A aan B leent, gelyk is aan het getal der Hoofdſommen, welke B aan A leent: zulks is niet volſtrekt noodzaakelyk, en heeft ook altyd geen plaats: alleen dit moet men onder 't oog houden, dat de Hoofdſommen met de tyden de bepaalde overkomst hebben.

2° Een deezer grootheden onbekend zynde, kan dezelve uit de gevondene overeenkomst bepaald worden: want

$$H = \frac{h \times t + h' \times t' + h'' \times t'' + \text{enz.} - H' \times T' - H'' \times T'' - \text{enz.}}{T}$$

$$T = \frac{h \times t + h' \times t' + h'' \times t'' + \text{enz.} - H' \times T' - H'' \times T'' - \text{enz.}}{H.}$$

en op de zelve wyze met de overigen.

Deeze *Formulae* met voorbeelden in getallen op te helderen, zou te lang zyn; die maar eenige gemeenzaamheid met Wiskundige uitdrukkingen gemaakt heeft, zal wel in ſtaat zyn, zich hier over voorbeelden in getallen voor te ſtellen.

3° Men

3° Men zou in gevallen kunnen zyn, alwaar men voor H of T eene negative geootheid verkreeg; en zulks zou ontſtaan, om dat de Hoofdſommen met de tyden de vereischte overeenkomst niet hadden, welke wy ſtraks bepaald hebben.

II. VRAAGSTUK.

Iemand, uit kracht van eenige voorwaarde, verplicht zynde eenige ſommen gelds in zekere tyden aan een ander te betaalen, begeert men den tyd te bepaalen, in welken hy de geheele ſchuld betaalen kan, zonder iemands winst of ſchade?

OPLOSSING.

Laaten de Hoofdſommen, die hy verplicht is te betaalen, verbeeld worden door H, H', H'', H''' enz., de tyden in welke dezelve moeten betaald worden, door T, T', T'', T''' enz. Stel de winsten, die hy met elk derzelver in die tyden doen kan, W, W', W'', W''', W'''' enz. Stel den tyd, in welken hy alle deeze Hoofdſommen, te ſaamen genoomen, betaalen kan, zonder winst of ſchade, x eene onbekende grootheid; dan zal uit kracht van het geen men onderſtelt

1° $W : H \times T :: W' : H' \times T' :: W'' : H'' \times T'' :: W''' : H''' \times T'''$ enz.

$W + W' + W'' + W''' : H \times T + H' \times T' + H'' \times H'' + H''' \times T''' :: W : H \times T$. 16 *Prop.* 5 *boek*, *Meetkunde van* STERNSTRA.

2° $W + W' + W'' + W''' : \overline{H + H' + H'' + H'''} \times x :: W : H \times T$.

en

en derhalven

$$W + W' + W'' + W''' : H \times T + H' \times T' + H'' \times T'' + H''' \times T''' :: W + W' + W'' + W''' : \overline{H + H' + H'' + H'''} \times x$$

Maar $W + W' + W'' + W''' = \ldots\ldots W + W' + W'' + W'''$

Derhalven $H \times T + H' \times T' + H'' \times T'' + H''' \times T''' = (H + H' + H'' + H''') \times x$

en $$\frac{H \times T + H' \times T' + H'' \times T'' + H''' \times T'''}{H + H' + H'' + H'''} = x.$$

Het welk deezen regel geeft: *Dat de ſom der producten van de Hoofdſommen met de tyden door de ſom der Hoofdſommen zelve, het quotient zal de begeerde tyd zyn, in welken men alle die Hoofdſommen te ſaamen zal kunnen betaalen.*

Dat te vinden was.

AANMERKING.

Indien het gebeurde, dat één of meer deezer Hoofdſommen contant, dat is tegenwoordig, moesten betaald worden: ſtel by voorbeeld H, dan zal $T = 0$ zyn, en dus

$$x = \frac{H' \times T' + H'' \times T'' + H''' \times T'''}{H + H' + H'' + H'''}$$

III. VRAAGSTUK.

Indien iemand verplicht is te betaalen eenige Hoofdſommen in zekere tyden, vraagt men, indien hy eenige derzelven in zekere andere tyden betaalt, hoe lang hy het

het overschot nog zal mogen behouden, zonder iemands winst of schade?

OPLOSSING.

Stel de Hoofdsommen, die hy moet betaalen, te zyn H, H', H'', H''', de tyden in dewelke dezelve betaald moeten worden, T, T', T'', T'''. Stel h, h', h'' de Hoofdsommen, die hy in de tyden t, t', t'' betaalt, den tyd, in welken hy de rest, dat is $H+H'+H''+H'''-h-h'-h''$, betaalen moet, x. Stel de winsten, die hy met H, H', H'', H''' in de tyden T, T', T'', T''' doen kan, te zyn W, W', W'' W''', de winsten, die hy met h, h', h'', $H+H'+H''+H'''-h-h'-h''$ in de tyden t, t', t'', en x doen kan, w, w', w'', w'''; dan is uit de onderstelling, dat alle deeze verscheidene Hoofdsommen tegen gelyken Interest kunnen winnen

$W : H\times T :: W' : H'\times T' :: W'' : H''\times T'' :: W : H'''\times T'''$
$W+W'+W''+W'''+ : H\times T+H'\times T'+H''\times T''+H'''\times T''' :: W : H\times T$. STEENSTRA 16 *Prop.* 5 *b. Meetkunde.*

2° $w : h\times t :: w' : h'\times t' :: w'' : h''\times t'' :: w''' :: (H+H'+H''+H'''-h-h'-h'')\times x$

$w+w'+w''+w'''+ : h\times t+h'\times t'+h''\times t''+(H+H'+H''+H'''-h-h'-h'')\times x :: w : h\times t :: W : H\times T$.

Derhalven

$W+W'+W''+W''' : H\times T+H'\times T'+H''\times T''+H'''\times T''' : w+w'+w''+w''' :$
$h\times t+h'\times t'+h''\times t''+(H+H'+H''+H'''-h-h'-h'')x$.

Maar $W+W'+W''+W''' = w+w'+w''+w'''$, onderstelling.

Daar-

Daarom zal: $H\times T+H'\times T'+H''\times T''+H'''\times T''' = h\times t+h'\times t'+h''\times t''+\overline{H+H'+H''+H'''-h-h'-h''}\times x$

Of $(H+H'+H''+H'''-h-h'-h')\times x = H\times T+H'\times T'+H''\times T''+H'''\times T'''-h\times t-h'\times t-h''\times t''$

$$x = \frac{H\times T+H'\times T'+H''\times T''+H'''\times T'''-h\times t-h'\times t'-h''\times t''}{H+H'+H''+H'''-h-h'-h''}$$

AANMERKINGEN.

1° Indien men in het geval was, dat een of meer Hoofdſommen door hem terſtond betaald werden; ſtel by voorbeeld h, zou men $t=0$ hebben, en

$$x = \frac{H\times T+H'\times T+H''\times T''+H'''\times T'''-h\times t-h''\times t''}{H+H'+H''+H'''-h-h'-h''}$$

2° Indien het gebeurde, dat men voor x eene negative grootheid verkreeg, zou het een bewys zyn, dat het vraagſtuk ongegrond was.

3° In dit laatſte Vraagſtuk, gelyk als in het voorgaande, kan men door x bekend te ſtellen, en een der overige grootheden onbekend, dezelven uit de gevondene *Formulae* bepaalen.

By voorbeeld: in de tweede vraag x bekend ſtellende, zal men hebben

$$H = \frac{x\times H+H'+H''+H'''-H'\times T'-H''\times T''-H'''\times T'''}{T}$$

$$T = \frac{x\times H\times H'+H''+H'''-H'\times T'-H''\times T''-H'''-T'''}{H}$$

en op dezelve wyze met de overigen.

In

In de *Formule* voor het derde Vraagſtuk x bekend ſtellende, zal men hebben.

$$H = \frac{(H'+H''+H'''-h-h'-h'')\times x+h\times t+h'\times t'+h''\times t''-H'\times T'-H''\times T''-H'''\times T'''}{-x+T}$$

$$T = \frac{(H+H'+H''+H'''-h-h'-h'')\times x+h\times t+h'\times t'+h''\times t''-H'\times T'-H''\times T''-H'''\times T'''}{T},$$

en op dezelfde wyze, kan men, door x bekend te ſtellen, ook de waarden van h en t vinden.

Deeze zyn de voornaamſte gevallen der *Tydrekening van betaaling*. Veele andere gevallen zouden wy hier kunnen byvoegen: dan wie zal eene Leerwyze tot den grond toe uitputten? eene Leerwyze, die gelyk alle andere Wiskundige Leerwyzen, onuitputbaar is. Myn oogmerk is hier alleen maar geweest de Wiskundige gronden, waar op deeze Leerwyze ſteunt, zoo veel my mogelyk geweest is, duidelyk en klaar open te leggen; en tevens, by deeze gelegenheid, het voordeel tot de Wiskundige Leerwyze, boven die, welke alleen in het gehengen, zonder *kennis* van het verband en den grond der zaaken beſtaat, aan te toonen.

Dit Voorſtel is ook zeer wel opgelost door den OPGEVER, J. CLAUSET, G. DIEPENHORST, J. VAN TWISK, J. TE VELTRUP, J. SCHEPPER, J. SCHELLINKHOUT, J. PAUW, K. AKER, *en* C. VAN DIEST.

IX. VOORSTEL. Bl. 16.

Door J. DE GELDER, *waar mede de Opgever*, JAN PAUW, *en* C. VAN DIJK *overëenkomen.*

Laat A de Vlieger verbeelden, die in B op den grond, door de koorde ACB, welke ik onderstel een cirkelboog te zyn (*), die in H zyn middelpunt heeft, vastgemaakt is; C de helft der koorde, waar van de dunne draad CF tot op den grond in F hangt. Onderstel AE rechthoekig op den grond getrokken te zyn. Laat men zich wyders verbeelden van het punt C, de helft der koorde ACB, door het middelpunt H des Cirkels ACBL, van welks omtrek ACB een gedeelte is, de middellyn CHL getrokken te zyn. Trek eindelyk de koorde AB, die de middellyn CL in D, volgens de Beginselen der Meetkunde, rechthoekig snydt, en daarenboven nog de peezen AC en BC. De Figuur dus toegesteld zynde, zal men in de rechthoekige Driehoeken CBF, BCD en ABE alles kunnen vinden, wat noodig is om tot het begeerde te komen.

I. In den rechthoekigen Driehoek BCF heeft men bekend, CF=100, FB=230. Men zal dus in dezelve kunnen vinden.

1° Den ∠CBF door deezen Regel

FB

(*) Deeze Onderstelling, schoon mede door den Opgever bedoeld, is geheel ongegrond; want de vorm, die de koord of het touw eens Vliegers, door de natuurlyke zwaarte van alle zyne deelen maakt, is geen Cirkelboog, maar eene Kromme, die men Kettinglyn (*Catenaria*) noemt. Zie het *Wiskundig Woordenboek.*

FB : CF :: *Rad.* : *Tang.* ∠CBF
10, 0000000
2, 0000000
12, 0000000
2, 3617278
9, 6382722 *Log. Tang.* 23° 30′ = ∠CBF
deezen van 30° 0′ = ∠ABF afg.
heeft men 9° 30′ = ∠ABC

2° Om BC te vinden, hebben wy deezen Regel
Rad. : BF :: *Sec.* ∠CBF : CB
10, 0376022
2, 3617278
12, 3993300 N. *Log.* van 250, 8 = CB.

II. In den rechthoekigen Driehoek BCD hebben wy bekend ∠CBD = 9° 30′, BC = 250, 8, en kunnen daarom berekenen

1° De zyde CD, die de bogt van de Vlieger-koorde genoemd wordt, door deezen Regel

Rad. : CB :: *Sin.* ∠CBD : CD
9, 2176092
2, 3993300
11, 6169392 N. *Log.* van 41, 39 = CD.

2° De zyde BD door deezen Regel
Rad. : CB :: *Cos.* ∠CBD : BD.
9, 9940027
2, 3993300
12, 3933327 N. *Log.* van 247, 36 = BD
494, 72 = AB; want
het is uit de beginzelen der Meetkunde bekend, dat AD = BD is.

III. In een Driehoek ABE hebben wy nu bekend $\angle ABE = 33°$ uit de Waarneeming, en $AB = 494.72$ door berekening. Men kan dus vinden AE door den volgenden Regel.

Rad. : AB :: *Sin.* $\angle ABE$: AE.

9,7361088
2,6943627

12,4304715 N. *Log.* van 269,45 = AE, de hoogte die de Vlieger boven den grond verheven is.

Aan twee eischen der vraag hebben wy nu voldaan; aan de derde, om de lengte van het Vliegertouw te vinden, moet nu alleen nog voldaan worden.

1°. In den Cirkel heeft men deeze eigenschap

$$CD \times LD = \overline{BD}^2$$

$$\text{of } DL = \frac{\overline{BD}^2}{CD}.$$

Log. BD = 2.3933327.

2

Log. $\overline{BD}^2$ = 4.7866654
Log. CD = 1,6169392.

3,1697262 N. *Log.* van
1478,15 = DL
14,39 = CD

1519,54 = CL.

2°. De middellyn gevonden zynde, kan ook den omtrek bepaald worden,

$$7 : 22 :: 1519,54 : x = \frac{22 \times 1519,54}{7} = 4775,7.$$

3°. Volgens de eigenſchappen des Cirkels, AH en BH getrokken hebbende, is

$\frac{1}{2}\angle BHC = \angle BAC$

Of $\angle BHC = 2\angle BAC$

$\angle AHC = 2\angle CBA$

Derh. $\angle AHB = 4\angle ABC = 28°$; om dat $\angle BAC = \angle CBA$ is;

en daarom $36° : 38° :: 4775,7 : x = \frac{38 \times 4775,7}{360} = 504,1$,

de lengte van het Vliegertouw.

Wy hebben dus gevonden de bogt van het Vliegertouw $= 41,39$ V.

De lengte der Koorde zelve $504,1$ V.

En de hoogte die de Vlieger boven den grond verheeven was $269,45$ V.,

Zynde de drie grootheden, die te vinden waren.

X. VOORSTEL.

Door J. CLAUSET, C. VAN DIEST, G. DIEPENHORST, J. SCHEFFER, J. PAUW, J. DE GELDER, P. BRECHT, J. SCHELLINKHOUT, J. VAN TWISK, *en* K. AKER, *waar mede* C. HOKKE, N. CATENIUS *en de* OBSERVER *overëenkomen.*

Stel de Guldens van A $= x$, en van B $= y$.

Dan is $\frac{x^2}{y^2} = 4000$, en $\frac{y^2}{x} = 250$

$x^2 = 4000y^2$ $y^2 = 250x$

$4000y^2 = 1000000x$

Dus $x^3 = 1000000x$

x ——————————

$x^2 = 1000000$

$\sqrt{}$ ——————————

$x = 4000$ Guld. A.

$y = 5\sqrt{10x} = 500$ Guld. B.

XI. VOORSTEL. Fig. 11.

Door J. DE GELDER, *waar mede de* OPGEEVER, J. SCHEFFER, J. PAUW, C. VAN DIEST, J. VAN TWISK, K. AKER, *en* J. SCHELLINKHOUT *overeenkomen.*

Om dit Vraagstuk algemeen op te lossen, laat CD de Toren, EF het glas, dat men uit de omstandigheden der zaaken rechthoekig op den grond moet onderstellen, verbeelden. Stel het oog van den Waarneemer, dat boven den grond ter hoogte van AD verheeven is, in D geplaatst te zyn. Trek uit D tot den top C en den voet B van den Toren CB de gezigtlynen DC en DB, die het glas EF in de punten M en I ontmoeten; en vereenig op het glas deeze punten M en I door de rechte MI; dan zal deeze rechte MI de afteekening van de lengte des Torens BC, op het glas EF, voor een waarneemer, met zyn oog in D geplaatst, zyn, en waar van de lengte, uit de bekende hoogte des Torens BC, den afstand van het oog D van den Toren BC, en het glas EF, te bepaalen, hier de vraag is.

Laat uit D het oog van den Waarneemer, rechthoekig op BC, de rechte DH getrokken worden; dan zal deeze de lyn MI op het glas, of de aftekening des Torens, in G ontmoeten, daarenboven rechthoekig, om dat MI evenwydig aan BC is. DH zal dan de afstand van het oog des Waarneemers

tot

tot den Toren BC, en GD derafstand van hetzelve tot het glas EF verbeelden.

Stel nu $BG = a$, $BH = b$, $DH = c$, en $DG = d$, alle bekende grootheden. Stel $MI = x$: dan zyn, om dat EF evenwydig is aan BC, de Driehoeken DMI, BCD en DGI, DHB gelykvormig; uit welker gelykvormigheid men de volgende proportie afleidt,

$$DB : DI :: DH : DG :: CB : IM.$$
$$\text{ad}$$
$$c : d :: a : x = \frac{ad}{c}$$

In getallen is gegeeven $a = 100$, $d = 6$, en $c = 100$; derhalven $x = \frac{100 \times 6}{100} = 6$, de aftekening des Torens op het glas.

Dat te vinden was.

AANMERKING.

De verheffing van het oog des Waarneemers boven het grondvlak van den Toren, is eene omstandigheid, die volstrekt van de Vraag onafhanglyk is. In welk punt van AD op deszelfs verlengde het oog des Waarneemers geplaatst zy, zal MI altyd dezelfde zyn, om dat CH, CG, CB altyd dezelfde blyven, en DC : DG :: BC : MI is.

XII. VOORSTEL. Fig. 15.

Door C. BREVIET, *waar mede de* OPGEVER, J. SCHEFFER, J. DE GELDER, J. [illegible]USET, P. VAN BRECHT, G. DIEPENHORST, K. AKER, C. HOKKE, J. VAN TWIST, J. PAUW, J. SCHELLINKHOUT, *en* J. TE VELTRUP *ten deele overeenkomen.*

LEM.

LEMMA.

Van ieder Driehoek is het verschil der Quadraaten van het verschil der deelen van den Basis en het verschil der opstaande zyden, met het Quadraat van het tweevoud der perpendiculaire hoogte, gelyk aan het verschil der Quadraaten van het verschil der opstaande zyden en den Basis.

Want, laat $AC = a$, $AB = b$, $BC = c$, $AD = d$, $CD = e$, en $BD = f$ zyn.

Dan is $c : a+b :: a-b : e-f$ (MEETK. 7. II. Cor. I, en 9. IV.)

$$\text{Derh. } e-f = \frac{aa-bb}{c}$$

Ook is, volgens de gewoone Leerwyze, het *Quadraat* van den Inhoud, stellende $a+b+c = 2s$,

$$= \left.\frac{\overline{cd}^2}{2}\right| = s \times \overline{s-a} \times \overline{s-b} \times \overline{s-c}$$

$$\text{Of } \frac{ccdd}{4} = -\tfrac{1}{16}c^4 + \tfrac{1}{8}\overline{aa+\tfrac{1}{8}bb} \times \left.cc - \overline{\tfrac{1}{4}aa - \tfrac{1}{4}bb}^2\right|$$

$$cc \text{ ——— } 16$$

$$4dd = -c^2 + 2aa + 2bb - \left.\frac{\overline{aa-bb}^2}{c}\right|$$

$$e-f \,| = \quad . \quad . \quad . \quad \left.\frac{\overline{aa-bb}^2}{c}\right|$$

verg.

$e-f$

$\overline{c-f}^2 + \overline{2d}^2 = 2aa + 2bb - c^2$

$\overline{a-b}^2 = aa - 2ab + bb$

afget.

$\overline{c-f}^2 - \overline{a-b}^2 + \overline{2d}^2 = aa + 2ab + bb - cc$

Of $\overline{c-f}^2 - \overline{a-b}^2 + \overline{2d}^2 = \overline{a+b}^2 - cc$

Dat is $\overline{CD-BD}^2 - \overline{AC-AB}^2 + 2\overline{AD}^2 = \overline{AC+AB}^2 - \overline{BC}^2$

Hier uit hebben wy deeze

OPLOSSING.

$CD-BD = 8$; dus $\overline{CD-BD}^2 = 64$

$AC-AB = 4$; dus $\overline{AC-AB}^2 = 16$

afget.

$\overline{CD-BD}^2 - \overline{AC-AB}^2 = 48$

$AD = 24$; dus $2\overline{AD}^2 \ldots = 2304$

verg.

Komt $\overline{AC+AB}^2 - \overline{BC}^2 = 2352$

Nu is $CD-BD : AC-AB :: AC+AB : BC$.

Dus $\overline{CD-BD}^2 : \overline{AC-AB}^2 :: \overline{AC+AB}^2 : \overline{BC}^2$.

Divid. $\overline{CD-BD}^2 - \overline{AC-AB}^2 : \overline{CD-BD}^2 :: \overline{AC+AB}^2 - \overline{BC}^2 : \overline{AC+AB}^2$.

en $\overline{CD-BD}^2 - \overline{AC-AB}^2 : \overline{AC-AB}^2 :: \overline{AC+AB}^2 - \overline{BC}^2 : \overline{BC}^2$.

Dat is $(8^2-4^2)\,48 : (8^2)\,64 :: 2352 : \overline{AC+AB}^2$,
en $48 : (4^2)\,16 :: 2352 : \overline{BC}^2$.

Komt $\overline{AC+AB}^2 = 3136$, en $\overline{BC}^2 = 784$

$AC+AB = 56$, en $BC = 28$

$AC-AB = 4$ verg. en afget.

$2AC = 60$, en $2AB = 52$

$AC = 30$, en $AB = 26$

XIII. VOORSTEL.

Door J. TE VELTRUP, J. SCHEFFER, J. SCHELLINKHOUT, K. AKER, J. PAUW, G. DIEPENHORST, P. BRECHT, J. VAN TWISK, J. DE GELDER, *en den* OPGEVER.

Stel het getal der Regenten $= x$

Zo is dat der Meisjes . $= x^2$

Nu heeft men door het Voorstel

$x^2 \times \overline{x-\frac{1}{2}} = 5\frac{1}{2} \times 20$

Of $x^3 - \frac{1}{2}x^2 - 112\frac{1}{2} = 0$

$2x^3 - x^2 - 225 = 0$

Neem

Neem $x = 1 \mid 224 \{ 1.4.7 \text{ &c.} \} = 4$
$= 0 \mid 225 \{ 1.5.9 \text{ &c.} \} = -5$ Progres.
$= -1 \mid 228 \{ 1.2.4.6 \text{ &c.} \} = -6$

Derhalven $\frac{2x^3 - 3x^2 - 225}{x - 5} = 2x^2 + 7x + 45$

En $x - 5 = 0$

Of $x = 5$ Reigenten.

XIV. VOORSTEL.

Door den OPGEEVER, J. TE VELTRUP, J. VAN TWISK, J. SCHELLINKHOUT, C. HOEFER, K. AKER, G. VAN DIEST, J. PAUW, P. BRECHT, J. DE GELDER, J. CLAUSET, en J. SCHEFFER.

Stel de grootste der Rechthoekszyden $= x$
en de kleinste $= y$

Dan heeft men $x^2 + y^2 = 164$ en $xy = \frac{1}{2}x^2$

Of $x^2 = 164 - y^2$ $y = \frac{1}{2}x$

$x = \sqrt{164 - y^2}$ $5y = 4x$

$4x = 4\sqrt{164 - y^2}$

$4x = 5y$

vergel.

$$5y = 4\sqrt{164 - y^2}$$

$$25y^2 = 2624 - 16y^2$$

$$\text{Of } 41y^2 = 2624$$

$$y^2 = 64$$

$y = 8$ de kleinſte } der Rechte.
$x = 12y = 10$ de grootſte } hoekszyden.

XV. VOORSTEL.

Door J. DE GELDER, K. AKER, *den* OPGEEVER, C. HOEKE, J. PAUW, J. TE VELTRUP, C. VAN DIEST, J. SCHEFFER, C. BREEVILT, *en* J. VAN TWISK.

Sel de Guldens van A $= x$,

die van B $= y$

Guldens	Guldens
x	y
y A geeft B . . .	y
A behoudt $x - y$ dan heeft B	$2y$
B geeft A $x - y$	$x - y$

den

dan heeft A $2x-2y$ en B behoudt $-x+3y$
$-x+2y$ A geeft B . $-x+3y$

A behoudt $3x-5y$ dan heeft B $-2x+6y$
B geeft A $3x-5y$ . . . . . $3x-5y$

dan heeft A $6x-10y$ en B behoudt $-5x+11y$
$-5x+11y$ A geeft aan B $-5x+11y$

dan behoudt A $11x-21y$ en B heeft $-10x+22y$
B geeft A $11x-21y$ . . . . . $11x-21y$

dan heeft A $22x-42y$ en B behoudt $-21x+43y$.

Derhalve is $22x-42y=-21x+43y$

Dus $43x=85y$

en $x=85$ } guldens, in de kleinſte
$y=43$ } heele getallen, en het getal der antwoorden is oneindig; derhalve was het *onnoodig* naar 't getal der antwoorden te vraagen.

De doorkundige Heer VAN LEEUWEN heeft in het II. Deel van het *Oeffenſchool der Math. Weet. Vyfde Stukje*, in Voorſt. 99. dit Vraagſtuk algemeen opgelost.

XVI. VOORSTEL. Fig. 13.

Door C. Breevilt, J. Schellinkhout, J. Scheffer, *en* J. de Gelder, *waar mede de* Opgeever, J. te Veltrup, J. van Twisk, *en* C. van Dixt *overeenkomen.*

CONSTRUCTIE.

Neem in AB en BC de punten D en F, zoo dat BD = BF is; en voeg D, F te zaamen.

Neem FH in DF = de gegeevene EG; trek HE *parallel* CB, tot dat dezelve AB ontmoet in E, en EG *parallel* DF, ontmoetende BC in G, zoo is het begeerde verricht.

BEWYS.

Door de *parallele* Lynen DF, EG, HE, FG,

is EG = HF = de gegeevene EG,

en BE : BG :: BD : BF (Meetk. II. IV. B.),

Maar BD = BF, (*Constr.*)

Derhalven ook BE = BG. *Dat begeerd wierdt.*

XVII. VOORSTEL. Fig. 14.

Door J. SCHEFFER, J. PAUW, K. AKER, J. SCHELLINKHOUT, C. VAN DIEST, J. TE VELDRUP, J. VAN TWISK, en J. DE GELDER.

$BC : AB + AC :: AB - AC : BD + CD$.

Of $12 : (20+10)\ 30 :: (20-10)\ 10 : BD + CD$

Komt $BD + CD = 25$ Vierk. Roeden.

$BC = BD - CD = 12$

afget.

$2\,CD = 13$

$CD = 6.5$

$\overline{CD}^2 = 42.25$ afget.

$AC = 10$; dus $\overline{AC}^2 = 100$

$\overline{AD}^2 = 57.75$

$AD = 7.6$ na genoeg.

$\frac{1}{2}\,CD = 3.25$

verm.

Inh. $ACD = 24.7$ Vierk. Roed.

En moet dus voor het kleinder stukje Lands ACD 24 Guldens en 14 Stuivers gegeven worden.

XVIII. VOORSTEL.

Door den OPGEEVER.

Dewyl de Arbeiders in eene *Arithmetische* rede opklimmen, zo wel als de tyd die zy werken, bedraagt hun loon eene *Quadraat-Progressie*. Stel daarom, dat hy x dagen uitging om Werkvolk te huuren.

Zoo heeft hy gehuurd 1, 2, 3, &c. tot x Arbeiders,
voor 1, 2, 3, &c. tot x Dagen,
en 1, 4, 9, &c. tot x^2 Guld. Loon.

De beide *Progressien* gesommeerd, komt

$$\frac{x^2+x}{2} \text{ Arbeiders}, \quad \frac{2x^3+3x^2+x}{6} \text{ Loon.}$$

Verders is volgens het Voorstel,

$$1 : 8\tfrac{1}{3} :: \frac{x^2+x}{2} : \frac{25x^2+25x}{6} = \frac{2x^3+3x^2+x}{6}$$

$$\text{Dus } 2x^3 - 22x^2 = 24x$$

$$x \qquad 2$$

$$4x^2 - 44x = 48$$

$$\overline{11}|^2 = 121$$

$$4x^2 + 44x + \overline{11}|^2 = 169$$

$$\sqrt{}$$

$$2x - 11 = 13$$

$$\frac{2x}{2} = 24$$

$$x = 12 \text{ Arbeiders.}$$

Derhalven $\frac{x^2+x}{2} = 78$ aangen. Werklieden.

$\frac{2x^3+3x^2+x}{6} = 650$ Guld. de uitg. som.

ANDERS.

Door J. DE GELDER, J. VAN TWISK, J. PAUW, C. HOKKE, J. TE VELTRUP, J. CLAUSET, C. BREEVILT, *en* J. SCHEFFER.

Op den 1^{en} dag 1 man voor 1 dag . 1 Gulden.
2^{en} dag 2 mannen voor 2 dagen . 4 ——
3^{en} dag 3 mannen voor 3 dagen . 9 ——
4^{en} dag 4 mannen voor 4 dagen . 16 ——
&c. &c. &c. &c.
op den n^{en} dag n man. voor n dagen . nn Guldens.

Stellende dus het getal der dagen, die hy uitging, $= n$; dan is

1° $1+2+3+4+\&c.+n=\frac{n.\overline{n+1}}{2}$ het getal der geh. Werkl.

2° $1+4+9+16+\&c.+nn=\frac{n.\overline{n+1}.\overline{2n+1}}{1.2.3}$ het getal der uitgegeeven Guldens.

Zie *Inleiding tot de Mathem. West.* II. *Deel.*

$\frac{n.\overline{n+1}}{2}$ het getal der Werklieden.

$8\frac{1}{2}$ Guld.

$$\frac{25.n.\overline{n+1}}{2.3}=\frac{n.\overline{n+1}.\overline{2n+1}}{2.3}$$

$$25=2n+1$$

$$2n=24$$

Dus $n=12$, het getal der dagen die hy uitging.

$\frac{n.\overline{n+1}}{2}=78$ het getal der Werklieden die hy aannam.

$\frac{n.\overline{n+1}.\overline{2n+1}}{2.3}=650$'t getal der Guldens die hy uitgaf.

Dat te vinden was.

XIX.

XIX. VOORSTEL.

Door den OPGEEVER, C. BREEVILT, J. SCHEFFER, J. DE GELDER, *en eenen* ONGENOEMDEN.

De gegeeven Wortel tot de derde magt verheffende, dan is ieder Lid der komende Vergelyking gelyk die der gegeevene.

$2x^3 - sx + t = o$ *de wortel*
$2x^3 - sx + t = o$
——— ——— verm.
$4x^6 - 4sx^4 + 4tx^3 + s^2x^2 - 2stx + t^2$
$= o$. het vierkant
$2x^3 - sx + t = o$ de wortel
——— ——— ——— verm.

$8x^6 - 12sx^5 + 12st + 6s^2 . x^4 =$
$12st + s^3 . x^3 + 6t^2 + 3s^2t . x^2 =$
$- 3st^2 x + t^2 = o$ De Teeling.

Nu is

$12st + s^4 = 160$ en $6t^2 + 3s^2t = 140$.
——— ———
$12st = 160 - s^4$
$12s$ ———
$t = \frac{160 - s^4}{12s}$
——— ——— ——— V

$t =$

$$t^2 = \frac{25600 - 320s + s^6}{144s^2}$$

$$\overline{\qquad\qquad\qquad\qquad} 6$$

$$6t^2 = \frac{25600 - 320s + s^6}{24s^2}$$

$$+ 3s^2t = \frac{160s - s^4}{4}$$

$$\overline{\qquad\qquad\qquad\qquad} \text{verg.}$$

$$\frac{25600 + 640s^3 - 5s^6}{24s^2} = 120$$

$$\overline{\qquad\qquad\qquad\qquad} 24s^2$$

$$2880s^2 = 25600 + 640s^3 - 5s^6$$

$$5 \overline{\qquad\qquad\qquad\qquad}$$

$$s^6 - 128s^3 + 576s^2 - 5120 = 0.$$

$$\overline{\qquad\qquad\qquad\qquad}$$

Komt $s = 4$

Alzoo $t = \frac{160 - s^3}{12s} = 2$

Hier mede de coëfficienten in de nieuwe Vergelyking bekend gemaakt; zoo heeft men: $8x^6 - 48x^5 + 120x^4 - 160x^3 + 120x^2 - 48x + 8 = 0$, waar van de Teerl. wortel is $2x^2 - 4x + 2 = 0$.

XX.

XX. VOORSTEL. *Fig.* 15.

Door den OPGEEVER, C. BREEVILT, J. VAN TWISK, K. AKER, J. PAUW, *en* J. SCHEFFER.

Volgens *Theor.* 17. XI. B. der *Meetkunde* ſtaat het grootſte Vierkant op de zyde; welke met den *Perpendiculair* het naaſt overeenkomt; 't geen in dit geval geſchiedt op AB = 65, waar van CE gevonden wordt = $64\frac{8}{17}$, *die ſtel* = *d*.

Door de gelykvormigheid der Driehoeken ABC en FGC heeft men

CD : FG :: CE : AB.

Dat is $d-x : x :: d : a$

Componendo $d : x :: a+d : a$

Dus $a+d.x = ad$

$$x = \frac{ad}{a+d} = 32\frac{116}{117}.$$

Dat is, men moet het *produkt* van den *Baſis* en *Perpendiculair* door derzelver ſom deelen, om eene zyde van 't Vierkant te vinden.

Aanmerking.

M. Wilkens, zegt, van $32\frac{4}{37}$ Roeden, dat wel de zyde van het grootſte Vierkant is, 't welk op BC = 70 kan

kan beſchreeven worden; doch geenszins het groot-ſte Vierkant, dat in den Driehoek kan beſchreeven worden, gelyk zyn Voorſtel ſchynt te ciſchen.

NB. J. TE VELTRUP, J. DE GELDER, J. SCHELLINKHOUT, en C. VAN DIEST, *hebben ook dit Voorſtel opgelost, doch vermits zy allen het Vierkant op de zyde* BC *geplaatst hebben, hebben zy wel een Vierkant, in den Driehoek beſchreeven, gevonden; doch geenszins het mogelyk grootſte.*

XXI. VOORSTEL.

Door den OPGREVER.

Wanneer een Landmeeter eenige Vlakte of een ſtuks Lands moet meeten, zal hy, zo hem geen hinderpalen in den weg ſtaan, het op die manier tragten uittevoeren, welke hem de beste en gemaklykſte ſchynt, maar vind hy eenige hinderpalen, dan moet hy 't werk aanvangen op zulk een wyze, dat die hinderpaalen hem in de uitvoeringe niet kunnen belemmeren; in ons geval worden die beletzelen bepaald, en geene andere of meer, als in 't Voorſtel opgegeeven worden, mag men hier toelaaten, of aanmerken den Meeter te verhinderen, of men zou een ander Voorſtel verzinnen: ten minſten het Voorſtel een andere gedaante geeven.

De hinderpaalen welke albier, volgens 't Voorſtel, plaats hebben, en den Landmeeter in den weg ſtaan, zyn de volgende:

1. 't Bosch, 't welk gemeeten moet worden, is onbeganglyk; de Meeter kan met zyn Roeden-maat noch in het Bosch, noch van dezelfs omtrek, iets meeten.

2. De

2. De vlakte naby het Bosch, en welke 't zelve omringd, is ten hoogsten moeielyk te gebruiken; wat kan de uitdrukking in het Voorstel, *byna ongenaakbaar* anders betekenen? hierom zal de Meeter tragten zyn veldwerk meest, wat ver van 't Bosch af, en alwaar hy minder moeielykheid ontmoet, te verrigten.

3. Uit geene der hoeken kan men eene der andere beschouwen.

4. In het derde hoekpunt, dat is, volgens 't Voorstel, de hoek *c*, nog ook in de zyde *BC*, kan door den Landmeeter eenig baken of een stok geplaatst worden.

Deeze zyn de hindernisſen, en deeze misgaande, kan de Meeter voor 't overige stokken planten, lynen trekken, en hoeken en lengtens bepaalen en afmeeten, waar, en zo hy wil, om dusdoende, op de minst omslagtige wyze, het begeerde te volvoeren. NB. De uitdrukking in het Voorstel, *alleenlyk kan hy zo in* AC *als* AB *EEN stok planten*, zou ik eigenlyk opvatten in den zin, dat de Meeter in de zyden AC en AB zo veel stokken kan planten, zigtbaar uit 't punt A of B, als hy meent noodig te hebben; dog ik zal 'er evenwel geen voordeel mede doen, om my, in 't ontbinden van 't Voorstel, althans niet te veel vryheid te veroorlooven; ik zal in ieder der zyden AC en AB slegts één baken stellen, en aanmerken, dat, dat in AC uit A, en dat in AB uit B, gezien kan worden.

Ik komc nu tot de daadlyke meeting van de onbegangbyke Bosschaadje; dezelve heeft eene driehoekige gedaante. Ik zal tragten myne oplossing algemeen te maaken, en my voorstellen, alle mogelyke formen van Driehoeken en gevallen, die 'er zyn kunnen.

In

In *Fig.* 16 A, word door ABC het Bosch verbeeld, in de form van een ſcherphoekigen Driehoek, en in *Fig.* 16 B. heeft het Bosch ABC de gedaante van een Driehoek met een wyden hoek in A; in beide gevallen is het veldwerk eenerlei, men ſla het oog op de beide *figuuren.* Na in de punten A, B, D en E ſtokken geſtoken te hebben, plaatst men, op een willekeurigen afſtand van B, als in F, mede een ſtok, zo dat de hoek DBF regt zy; van F gaat men, evenwydig met BD of regthoekig met BF, tot H by voorbeeld, en plant 'er een ſtok, zo ver, dat FH de verlengde van EA ſnyd, als in G, en AI ſtelt men regthoekig op HF. Vervolgens trekt men van 't punt H, evenwydig met GA, (de verlengde van de zyde van 't Bosch CA,) een lyn HM, brengende 't punt M zo ver, dat MN, evenwydig met HG getrokken, boven het hoekpunt C kome; van den afſtand HG nu de maat genomen, en zo veel Roeden van M tot N gemeeten hebbende, trekt men, door N, de lyn NO, evenwydig aan HM, en dan legt NO in de rooijing of de verlengde van AC. Dit volgt, door het Werk, duidelyk.

Verlengende nu ON naar het punt C, ſtoot men 't gemelde punt, en niets in 't Voorſtel belet, om van dat punt af de lengte CN te meeten; het hoekpunt C vind men daar, de Landmeerer mag of kan daar geen baken planten, maar hy heeft 'er ook geen van nooden, en 't hoekpunt C word in 't Voorſtel nog als onnaderbaar nog als onkenbaar opgegeeven, onderſtel dat men van C tot N vind *a* Roeden, dan meet men van M, in de lyn MH, tot L, ook zo veel Roeden, en men plant in L een ſtok, en in K, ingelyks in de lyn MH, mede een ſtok plantende, zo dat AK evenwydig is met GH, dan is AKLC een *Parallelogram*, en KL is = de zyde van 't Bosch AC (*Euclid. I. prop.* 34; dus is ook IF = de zyde AB, en dewyl de ∠ AGF = de ∠ CAB is, heeft men, (meetende LK = CA = *q*, IF = AB = *r* Roeden, en ∠ AGF = ∠ CAB = *g*

Graa-

Graaden,) van 't Bosch twee zyden met den hoek tusschen beiden bekend, waar door men, volgens de bekende regels der Driehoeks-rekening, den Inhoud kan berekenen. *Welke te vinden was.*

Als men zig de *figuuren* in de andere gevallen voor oogen stelt, wat gedaante het Bosch ook hebbe, 't zy van een scherphoekige, van een plomphoekige, of van een regthoekige Driehoek, en 't zy ook welken hoek plomp of regt is, ziet men ligt, dat het voorstaande Veldwerk toepasselyk is op alle mogelyke formen en gevallen; om noodelooze omslag te myden heb ik die *figuuren* weggelaaten. Dus meene ik aan myn oogmerk voldaan te hebben, hebbende een manier van meeting voorgesteld, die men volgen kan, in welken form het driehoekig Bosch ook ligge. Eene aanmerking heb ik hier nog te maaken. de uitdrukking in 't Voorstel, *met het minste Veldwerk*, vatte ik op als of 'er stond, *op eene korte manier, met weinig omslag*, of dergelyk; anders, de uitdrukking in den sterksten zin neemende, zou men zig altoos kunnen bekommeren, of men wel aan den eisch volkomen voldaan had.

ANDERS. *Fig.* 17.

Door J. DE GELDER.

Indien 'er niets meer in de Oplossing van dit Vraagstuk mag ondersteld worden, dan die omstandigheden, welke, om tot de Oplossing te komen, in hetzelve opgegeeven zyn, is het Vraagstuk onmoogelyk of liever onbepaald. Het is eene bekende waarheid, dat, om een Driehoek optelossen, drie *termen*, die van elkander onafhanglyk zyn (dat is te zeggen waar van geen derzelven uit één alleen of

de beide overige kunnen gevonden worden) bekend gegeeven moeten zyn: maar in ons geval kunnen, zonder iets anders te onderſtellen, niet meer dan twee *termen* bekend worden, die volmaakt van elkander onafhanglyk zyn: men kan naamelyk op het veld een lyn afbakenen, die aan de zyde AB van den Driehoek ABC gelyk zy, ook is het door de onderſtelde omſtandigheden zeer mogelyk de grootheid van den ∠ A bekend te krygen.

Het punt C *laat geen plaats voor een baken te ſetten in de zyde* BC *is het onmogelyk een baken te plaatſen;* twee van deeze omſtandigheden moeten nochtans veronderſteld worden plaats te hebben, of door den eenen of anderen omweg mogelyk te worden, zal men tot de twee bekende *termen* in den Drieboek ABC nog een derde vinden, op dat de Oplosſing mogelyk zy.

Ik neem in aanmerking, dat in het Vraagſtuk, omtrent de grootte of uitgeſtrektheid van het Veld, 't welk de Driehoekige Bosſchaadje omringt, geen bepaaling gemaakt wordt: men mag dus veilig onderſtellen, dat elk een der zyden van de Bosſchaadje, in verſchillende ſtandplaatſen op het veld, voor een Waarneemer zigtbaar zy.

Schoon nu in de Vraag ſlechts onderſteld wordt, dat in AC en AB bakens kunnen geplaatst worden, ſluit die omſtandigheid nochtans niet uit, dat men in BC niet eenig voorwerp, dat in verſchillende ſtandplaatſen op het Veld zichtbaar is, zou mogen onderſtellen geplaatst te zyn, en welk voorwerp men dus als een baken zou kunnen aanmerken. Ik twyffel niet, of men zou in het werkdaadige, zo niet altyd, ten minſten in de meeſte gevallen, zich met min of meer naauwkeurigheid van gedaanig een hulpmiddel kunnen bedienen.

Dee-

Deeze omſtandigheid dan onderſteld zynde plaats te hebben, zal men op deeze wyze tot het begeerde kunnen komen: men zal voorereerſt twee lynen op het Veld kunnen afbakenen, die elk reſpectivelyk evenwydig met de zyden AB en BC des Driehoeks zyn. Hoe dit te werk geſteld wordt, is in het 208 *Voorſtel* van het II. Deel *der Kunſtoefeningen*, van ons Genootſchap uitgegeeven. Men kan het ook vinden by F. VAN SCHOOTEN in zyne *Math. Oeff. Aanh. van Simp. Werkſt. pag.* 167. *Voorſt* 6. 2° Hier door zal dan de hoek B van den Driehoek kunnen bekend worden.

Misſchien komt het iemand in den eerſten opſlag voor, dat het overtollig zy, eenlyn evenwydig aan de zyde AB te trekken; kan men de zyde AB niet naar den kant van B verlengen? Om dat, volgens de opgegeevene omſtandigheden, uit één der hoeken van den Driehoek, geen anderen hoek zichtbaar is, kan aan beide hoeken A en B de zyde AB niet verlengd worden; deeze onmogelykheid ſpruit voort uit eene ſtilzwygende onderſtelling, dat er één of meer voorwerpen in AB geplaatst zyn, die één der hoeken, uit eenen anderen hoek als ſtandplaats beſchouwd zynde, onzichtbaar maakt. Stel nu dat zodanig voorwerp in F geplaatst zy, en het baken, dat men in AB plaatst, in E: dan zal wel de zyde AB aan den hoek A kunnen verlengd worden; maar niet aan den hoek B: om dat als dan, uit kracht van dezelfde onderſtelling, E zo min als A, uit het punt B zichtbaar is, dat echter noodzaakelyk vereischt wordt, om den hoek B bekend te krygen. Indien men in het tegengeſtelde het baken E aan den anderen kant van F ſtelt geplaatst te zyn, dan zal AB wel aan den hoek B, maar niet aan A kunnen verlengd worden, het welk wederom noodzaakelyk is, op dat de hoek A bekend worde. Waar uit derhalven de noodzakelykheid volgt, om een lyn af te bakenen, die evenwydig aan AB zy.

Vooronderſtellende twee lynen GH en GI evenwydig aan BC en AB gevonden te hebben, die elkander in G ontmoeten, dan zal de ∠ B bekend worden: want, veronderſtellende AB tot in K verlengd te zyn, heeft men ∠ G = ∠ K; maar ∠ K = ∠ B, derhalven ∠ B = ∠ K.

Nu kunnen de hoeken A en G met een Inſtrument gemeeten worden, en zyn dus bekend.

Indien het gebeurde, dat het baken E uit A niet zichtbaar ware, dan zou men AE tot in V moeten verlengen, en den ∠ A in V, den ∠ B in K moeten meeten. Hoedanig men derhalven het geval onderſtelle, de hoeken A en B kunnen altyd bekend worden, en blyft derhalven nu niets meer overig, dan aantetoonen op wat wyze men AB vinden zal.

Verſcheidene wegen kan men tot bereiking van dat oogmerk inſlaan.

I. Men kan uit A en B lynen afbaakenen, die overhands aan BC en AC evenwydig, en dus ook gelyk zyn, waar van de hoek der ſaamenkomst gemeeten zynde, de zyde AB door eenen zeer bekenden Régel der Driehoeksmeeting zal kunnen gevonden worden; dan hoedanig zulks kan verricht worden, door den Heer STRABBE zeer fraai aangetoond en bewoezen zynde, zal ik nu hier niets meer van zeggen.

II. De grootheid van de zyde AB kan ook nog op de navolgende wyze gevonden worden.

1o Stel in de lyn GI, die evenwydig met AB is, ergens een baken, by voorbeeld in I, en gaat in de richting van AI achteruit, tot, by voorbeeld, in V, in welke plaats men een ſtok of baken plaatst.

2o Eindelyk ſtelt men in M, alwaar de lynen GI en VB elkander ſnyden, een baken of ſtok, en men meet

met

met een Ketting, of eenige andere maat, de lynen AV, IV en IM; dan is al het Veldwerk verricht.

Door deeze bekendens zal nu AB kunnen gevonden worden; want, om dat IM evenwydig aan AB is, (*Conſtr.*) heeft men IV : IM :: AV : AB $= \frac{IM \times AV}{IV}$; en nademaal de hoeken A, B en C door meeting bekend zyn, heeft men *Sin.* ∠ C : AB :: *Sin.* ∠ A : BC :: *Sin.* ∠ B : AC, waar door alles bekend wordt.

III. Men kan (*Fig.* 18) in het verlengde van AC een lyn afbakenen, die aan AB gelyk zy; doch alleen maar als het baken E uit B zichtbaar is, en alsdan kan het Veldwerk op deeze wyze worden ingericht.

1° Stelt men het Astrolabium in B, en bakent een hoek af, die aan ½ ∠ A gelyk is, door een baken, in K naar welgevallen geplaatst.

2° Gaat men in de richting van BK zo lang achteruit, tot men zich in L, in de rooijing van AC, bevindt, en meer de rechte AL, die zal dan aan AB gelyk zyn: want ∠ CAB = ∠ ABL + ∠ ALB, maar ∠ CAB = 2 ∠ ABL; dus ∠ ABL = ALB, en derhalven AL = AB. Deeze bekend zynde, wordt volmaakt op dezelfde wyze AC en BC gevonden, als boven is aangetoond.

IV. Men kan AB, (*Fig.* 19.) aan A of B verlengd zynde, naar de omſtandigheid het best toelaat, in deeze verlengde van AB een lyn afbaakenen, die aan deeze zyde AB zelve gelyk zy.

1° Stel in IG (welke evenwydig aan AB is) drie ſtokken, L, I, en K, zodanig dat LI = IK zy.

2° Gaat in de rooljing van KB zo lang achteruit, tot men in M in de rooljing van AI gekomen zynde, aldaar een baken ſtelt.

3° Gaat men eindelyk in de rooljing van LM zo lang achter uit, tot men in het verlengde van AB in N gekomen zynde, aldaar een baken plaeat; dan zal AN = AB zyn: want

AM : AB :: IM : IK.

AM : AB :: LI : AN.

dus, LI : IK :: AN : AB; maar LI = IK, derhalven AN = AB.

Nu zal wederom AC en BC op dezelfde wyze kunnen gevonden worden, als boven aangetoond is.

Dus ziet men hier vier verſchillende wegen voorgeſteld, waar door men zyn oogmerk kan bereiken. Het is zeker, dat de eene een zeker voordeel boven de andere ſchynt te hebben: dan een geöeffend Wiskundige zou best uit de omſtandigheden kunnen afmeeten, welken weg voor hem het voordeeligſte zou zyn; ja veel béter dan men door veel redeneeringen zou kunnen beſlisſen.

XXII. VOORSTEL.

Door J. DE GELDER, *waar mede de* OPGEVER, J. TE VELTRUP, C. BREEVILT, J. PAUW, J. SCHEFFER, *en* J. VAN TWISK *overēenkomen.*

Stel de vyf getallen x, $x+y$, $x+2y$, $\frac{x+y.\ x+2y}{x}$

en $\frac{x+2y.\ x+y}{xx}$: dan zyn van deeze getallen de drie eer-

eerſten in eene *Arithmetiſche*, de drie middenſten in eene *Harmoniſche*, en de drie laatſten in een *Geometriſche* reden, en voldoen dus aan de tweede, derde en vierde voorwaarden der Vraag.

De laatſte term $\frac{\overline{x+2y}\cdot\overline{x+y}^2}{xx}$ met x^2, het vierkant van den eerſten *term*, vermeenigvuldigd, en door $\overline{x+2y}$, den middelſten, gedeeld, is $\overline{x+y}^2$ het *Quotient*: derhalven $\overline{x+y}^2 + 52.\overline{x+y} = 285$, volgens de vyfde Conditie; waar uit men vindt $x+y=5$; dus ook $x=5-y$, en $x+2y=5+y$.

Eindelyk is, volgens de eerſte voorwaarde der vraag,

$$3.\overline{x+y} + \frac{\overline{x+y}.\overline{x+2y}}{x} + \frac{\overline{x+2y}.\overline{x+y}^2}{xx} = 285$$

Of $$3 + \frac{\overline{x+2y}}{x} + \frac{\overline{x+2y}.\overline{x+y}}{xx} = 57$$

$$\frac{\overline{x+2y}}{x} + \frac{\overline{x+2y}.\overline{x+y}}{xx} = 54.$$

Stellende hier in voor $x+y$, x, en $x+2y$ deszelfs waarden, heeft men

$$\frac{5+y}{5-y} + \frac{5}{5-y} \times \overline{5+y} = 54.$$

't welk herleid zynde, geeft

$$11y^4 - 109y + 260 = 0.$$

Waar uit 4, $5\frac{10}{11}$ de wortelen zyn, en de gezochte getallen 1, 5. 9, 45, 225, of $-\frac{10}{11}$, 5, $10\frac{10}{11}$, -60, 330.

Dat te vinden was.

ANDERS.

Door M. JELLEN.

Neem het laatstgenoemde *quadraat* $= aa$;

dan is $aa + 52a = 285$

Komt $a = 5$

en $4a = 25$.

Stel nu het *eerste* getal $= x - 2y$,

het *tweede* $= x - y$,

het *derde* $= x$.

Zynde eene *Arithm. Progr.*, wiens opklimming is y.

Het tweede en derde met het vierde eene *Harmoniſche Progr.* zullende zyn; zo vermenigv. het tweede met het derde, en deel de uitkomst door het tweede *min* het verſchil tusſchen het tweede en derde;

komt het *vierde* $= \frac{xx - xy}{x - 2y}$

En terwyl het derde en vierde met het vyfde in *Geom. Progr.* zullen ſtaan; zo deel het derde in het vierde, komt de *ratio* $\frac{x - y}{x - 2y}$;

Hier

Hier mede het vierde vermeenigv., komt het vyfde $= \frac{x^3-2x^2y+xy^2}{x^2-4xy+4y^2}$.

Gemakshalve, de laatste Conditie van het Voorſtel eerst bewerkende; zo heeft men, het vyfde met het vierkant van het eerſte vermeenigvuldigd zynde, $x^3-2x^2y+x^2$; dit door het derde gedeeld, zo heeft men

$$\sqrt{\frac{x^3-2xy+y^2=25}{x-y=5}}$$

$$x=5+y$$

Deeze gevondene waarde in de eerst geſtelde getallen overgebragt zynde, zo verſchynen dezelve aldus:

$$5-y,\ 5,\ 5+y,\ \frac{25+25y}{5-y},\ \frac{125+25y}{25-10y+yy}.$$

Doende te ſaamen

$$5\sqrt{\frac{\frac{625-125y+10yy}{25-10y+yy}=285}{\frac{125-25y+2yy}{25-10y+yy}=57}}$$

$$1425-570y+57yy=125-25y+2yy$$

$$55yy-545y=-1300$$

$$5)\ \ 11yy$$

$$11yy - 109y = -260$$
$$\frac{1}{11} \quad . \quad . \quad 2 \quad . \quad 44$$
$$yy - 218y = -11440$$
$$\overline{109}^2 = 11880$$
$$yy - 218y + 11880 = 441$$
$$\sqrt{}$$
$$y - 109 = -21$$
$$22y = 88$$
$$22$$
$$y = 4$$

Derhalven de begeerde vyf getallen
1, 5, 9, 45, 225.

XXIII. VOORSTEL. *Fig.* 20.

Door J. DE GELDER, *waar mede de* OPGEEVER *overeenkomt.*

CONSTRUCTIE.

Laat AG de hoogte van het hellend vlak AB verbeelden: deel dan deeze hoogte AG in C midden door, en beschryf uit C als middelpunt met AC of CG, als *Radien*, den halven-Cirkel ADG, die het hellend vlak in het punt D snydt: dan is de Figuur, om tot de oplossing te komen, bereid.

Het punt D, alwaar de Cirkel ADG het hellende vlak AB ontmoet, is het punt, alwaar het lighaam, dat

dat langs het hellend vlak afvalt, zich bevinden zal ten tyde, dat een lighaam, het welke ter gelyke tyd uit A heeft beginnen te vallen, toen het andere lighaam langs AB heeft beginnen te daalen, door de hoogte AG van het hellend vlak AB gevallen is. Dit punt D is uit de gegeevene lengte AB en hoogte AG van het hellend vlak bekend: want $AD = \frac{AG^2}{AB}$.

Dit is klaar: want trekkende de rechte GD, dan zyn de △ ADG en ABG gelykvormig; om dat ze beide rechthoekig zyn, en den hoek A gemeen hebben.

Derhalven $AB : AG :: AG : AD$; dus $AD = \frac{AG^2}{AB}$,

of Log. $AD = 2$ *Log.* $AG -$ *Log.* AB. Indien dan AG en AB in getallen opgegeeven zyn, zal door deeze *Formula* AG bekend worden; en men zal aan den eersten eisch der Vraag voldaan hebben.

Uit de bekende hoogte AG van het hellende vlak AB, kan de tyd, dien het lighaam dat door die hoogte valt noodig heeft, berekend worden: want dezelve is gelyk aan $\sqrt{\frac{2AG}{Z}}$ (z de ſtandvastige verſnellende kracht verbeeldende, die naby de oppervlakte van onzen Aardkloot 30,2 Paryſche Voeten of 31,2 Rhynlandſche Voeten bedraagt, en dien men alleen maar als ſtandvastig mag aanmerken in zulke gevallen waar de hoogtens, door welke de lighaamen vallen, niet zeer groot zyn. Deeze berekende tyd dient nu tot een grondſlag, om den tyd, die het vallende lighaam eer in G dan het daalende in B zich bevindt, te bepaalen.

In de Natuurkunde word beweezen, dat van de lighaamen; die langs hellende Vlakken nederdaalen, zo wel als van de vallende, de doorgeloopene ruimen

ten tot elkander als de vierkanten der tyden zyn, die sedert het begin van hunne nederdaaling verloopen zyn.

Noemende dan den tyd, dien het lighaam, dat langs AG, of door de hoogte van het hellende vlak valt, t, en den tyd die een lighaam noodig heeft, om langs het hellend vlak te daalen, x; dan heeft men deeze evenredigheid.

$$AD : AB :: t^2 : x^2$$

$$\text{Dus } x^2 = \frac{AB \times t^2}{AD}; \text{ of } x = t \times \sqrt{\frac{AB}{AD}}.$$

Men ziet, hoe derhalven de tyd, dien het lighaam noodig heeft, om langs het hellende vlak aftesnellen, uit den tyd van den vryen val door deszelfs hoogte bekend wordt: en deeze bekend zynde, wordt ook het tydsverschil bekend, dat het tweede is, dat te vinden voorgesteld wordt.

In het 9de *Voorstel* is gevonden AB = 494,72, en AG = 269, 45. Om dan 1° het punt D te vinden, heeft men door de gevonden *Formula*

$$\begin{array}{rl} \textit{Log.}\ AG = & 2.4304715 \\ & \underline{\qquad\qquad 2} \\ 2\,\textit{Log.}\ AG = & 4,8609430 \\ \textit{Log.}\ AB = & 2,6943627 \\ \hline \end{array}$$

Log. AD = 2,1665803, *Log.* van 166,75, de plaats van het punt D, waar zich het lighaam, dat langs het hellende vlak afloopt, zich bevinden zal, ten tyde dat het door deszelfs hoogte AG gevallen is. *Het eerste dat te vinden was.*

2, Om

2° Om nu den tyd van den vryen val door AG te vinden, heeft men

$$\begin{array}{rl} Log.\ AG = & 2,4804715 \\ Log.\ 2 = & 0,3010300 \\ \hline & 2,7815015 \\ Log.\ z = Log.\ 30,2 = & 1,4800069 \\ \hline & 1,2514946 \\ 2 & \\ \hline Log.\ t = & 0,6257473 = Log.\ 4'',2242 = \end{array}$$

den tyd, dien het lighaam besteedt, om door de hoogte AG van het hellend vlak AB te vallen.

3° Deezen bepaald zynde, kunnen wy den tyd van nederdaaling langs AB vinden door de derde *Formule*.

$$\begin{array}{rl} Log.\ AB = & 2,6943627 \\ Log.\ AD = & 2,1665803 \\ \hline & 0,5277824 \\ 2) & \\ \hline & 0,2638912 \\ Log.\ t = & 0,6257473 \\ \hline \end{array}$$

$Log.\ x = 0,8896385 = Log.$ van $7'',756 =$ den tyd, dien het lighaam besteedt om langs AB af te loopen.

4° Derhalven zal $x - t = 7'',756 - 4'',2242 = 3'',5318 =$ den tyd zyn, dien het vallende lighaam eer in G, dan het daalende in B zal zyn. *Het tweede dat te vinden was.*

XXV.

XXIV. VOORSTEL.

Door den OPGEVER, C. BREEVILT, J. DE GELDER, *en* J. VAN TWISK.

Stel den begeerden Agthoekigen wortel $= x$; en die tot een Agthoek verheffende, zo heeft men $x^9 + 12x^6 - 91x^5 - 1940x^4 - 9741x^3 - 17209x^2 - 5531x + 3780 = 3x^3 - 2x$; of herleid, komt.

$x^7 + 12x^6 - 91x^5 - 194x^4 - 9741x^3 - 17211x^2 + 5529x + 3780 = 0$

Hier uit vindt men

$= -1, +5, -5, -7, +9.$

dat is

$x + 1 = 0$, $x - 5 = 0$, $x + 5 = 0$, $x + 7 = 0$, en $x - 9 = 0$.

Deeze vyf *negative* wortelen tot één *product* gebracht, zo komt deeze Vergelyking: $x^5 + 25x^4 + 230x^3 + 950x^2 + 1689x + 945 = 0$

Dezelve in de Hoofd-vergelyking $x^9 + 12x^6$ enz. gedeeld, komt

$x^2 - 13x + 4 = 0$

verg. $38\frac{1}{4} = 38\frac{1}{4}$

$x^2 - 13x + 42\frac{1}{4} = 38\frac{1}{4}$

$x - 6\frac{1}{2} = \sqrt{38\frac{1}{4}}$

$x = 6\frac{1}{2} + \sqrt{38\frac{1}{4}}$

Of $6\frac{1}{2} - \sqrt{38\frac{1}{4}}$

de 2 waare wortelen.

XXV.

XXV. VOORSTEL. *Fig.* 21.

Door den ONGEEVER *en* C. BREEVILT, *waar mede* J. SCHEFFER, J. PAUW, *en* J. VAN TWISK *overeenkomen.*

Laat AC $= a$

AB $= b$

en CE $= c$ zyn;

Stelle BF $= x$,

Dan is AF $= x + b$,

en AF + CE : AC :: AF : AG

$x + b + c : a :: x + b : AG$

$$AG = \frac{a \times \overline{x+b}}{x+b+c}$$

$$\therefore AF = \frac{x+b}{2}$$

$$\triangle AFG = \frac{a \times \overline{x+b}^2}{\overline{2 \times x+b+c}} = ab \square AD$$

$$a \overline{\qquad\qquad\qquad\qquad} 2 \times \overline{a+b+c}$$

$$xx + 2bx + bb = 2bx + 2bb + 2bc$$

$$xx = bb + 2bc$$

BF

$BF = x = \sqrt{b \times b + 2c}$

In getallen $BF = \sqrt{8 \times 8 + 120} = 4\sqrt{14}$.

Hier uit hebben wy deeze

CONSTRUCTIE.

Verleng DB tot BH = AB is, en neem in BD, of deszelfs verlengde, $BI = DE + CE = AB + 2CE$; beschryf op HI een halven Cirkel, en verleng AB tot in deszelfs omtrek in F; dan is het begeerde verricht, gelyk klaar te zien is.

ANDERS. Fig. 22.

Door J. DE GELDER.

CONSTRUCTIE.

Op CE als middellyn den halven-Cirkel CHE beschreeven hebbende, maakt $HE = DE$. *C, H te zamen gevoegd zynde*, zal, $AF = CH$ gemaakt hebbende, F het begeerde punt zyn.

BEWYS.

Want EF, die AC en BD in de punten M en G snydt, getrokken hebbende, zyn, om de evenwydigheid der lynen AB en CD, AC en BD, de Driehoeken CEM, DEG, BFG en AFM gelykvormig.

Derhalven $\triangle CEM : \triangle EDG :: \overline{CE}^2 : \overline{ED}^2$

Dividendo $\triangle CEM - \triangle EDG : \overline{CE}^2 - \overline{ED}^2 :: \triangle ECM : \overline{CE}^2$

dat is $CDGM : \overline{CH}^2 :: \triangle CEM : \overline{CE}^2$.

Maar $\triangle AFM : \overline{AF}^2 (= \overline{CH}^2) :: \triangle CEM : \overline{CE}^2$

Derhalven $CDGM = \triangle AFM$

Hier $ABGM = ABGM$ bygevoegende

---

is $\square ABCD = \triangle BFG$.

Dus is F het begeerde punt, dat, (EF getrokken zynde) $\triangle BFG = \square ABCD$ maakt.

Dat te bewyzen was.

I. GEVOLG.

Deeze Meetkundige Oplosſing van het voorgeſtelde ſtelt ons nu in ſtaat, om op eene gemakkelyke wyze de lengte van AF of BF te vinden, indien één der verlengde zyden van het *Parallelogram* en het punt E, of liever DE, bekend zyn.

In het Vraagſtuk is gegeeven $AC = 18$, $AB = 8$, $CE = 10$. Derhalven $CE = CD + DE = 10 + 8 = 18$. $DE^2 - EH^2 = CH^2 = 324 - 100 = 224$: dus $CH = 4\sqrt{14} = AF$ *Conſtr.* of $FB = 8 + 4\sqrt{14}$.

Dat in getallen te vinden was.

AANMERKING.

Men ziet hier uit, dat het Vraagſtuk, op deeze wyze opgelost zynde, het niet noodzaakelyk zy AC in getallen bekend te hebben.

II. GEVOLG.

CD naar den anderen kant van E verlengd, en eenige lyn *ac* evenwydig AC getrokken zynde, is □ ABCD :: □ *aBcD* :: AB : *aB*; maar □ ABCD = △ BFG; dus △ BFG : □ *aBcD* :: AB : *aB*.

III. GEVOLG.

Uit het tweede Gevolg kan men zeer gemakkelyk de *Conſtructie* van dit algemeen Vraagſtuk afleiden. Een *Parallelogram* ABCD gegeeven zynde, waar van een der zyden *c*D tot in E verlengd is, is de vraag, waar, in het verlengde van de overſtaande zyde *a*B, het punt F moet vallen, op dat de lyn EF, die E en F verëenigt, de zyde BC zodanig ſnydt, dat △ BFG tot □ *aBc*D een gegeeven reden heeft: Want A zodanig genomen hebbende, dat *a*B : AB :: □ *aBc*D : □ ABCD zy, zal men △ BFG = □ ABCD maaken, gelyk getoond is; derhalven enz.

Dit Vraagſtuk, waar van het opgegeevene een byzonder geval is, is het 164ſte Voorſtel des 7den Boeks *Collectionum Mathematicarum Pappi Alexandrini*. Zie ook *Fr. van Schooten*, *Geom. Voorſt.*, *Voorſt.* 49, *pag.* 105, wiens Oplosſing ik hier van verre gevolgd heb.

Indien men de Algebra op dit Vraagſtuk toepast, zal men de grootheid AC als bekend moeten aanmerken: dan dewyl geene der Oplosſingen van de Algebra, die ik beproefd heb, tot eenvoudiger Conſtructien en berekeningen aanleiding geeven, zal ik dezelve hier niet laaten volgen.

XXVI. VOORSTEL. *Fig.* 29.

Dit Voorſtel, dat in de *Kunſt-Oeffeningen* II. Deel reeds was opgegeeven, zynde aldaar Voorstel CLXXV, waar van de Oplosſing onder de Ontbindingen van dat Deel pag. 244 te vinden is, hebben wy abuſivelyk voor de tweede maal geplaatst. Wy hebben echter geen reden ons daar over te beklaagen, vermits de volgende Oplosſing van den Heer J. de Gelder, ons in alle opzichten beter dan de eerſte voldoet.

Laat C het middelpunt, PLQE den omtrek van de Aarde, of wel den middagscirkel van *Groningen* verbeelden: P de Noord- en Q de Zuid-Pool, LE de Linie of den Evennachtscirkel: neem nu op de Noorder Breedte van 53° 15′ in den cirkel PLQE het punt G; dat zal dan het punt zyn waar zich *Groningen*, met betrekking tot de Linie, bevindt; trek door het punt G den *Parallel*-Cirkel AG, neem in denzelven Oostwaards aangerekend, op den afſtand van 4 Duitſche mylen van het punt G, het punt S; dit punt S zal dan de plaats zyn, alwaar de *Schiedmds* zich, met betrekking tot *Groningen*, bevindt: trek nu eindelyk uit den Noord-Pool P door S den middagscirkel PSB van de *Schiedmds*, die den Evennachtcirkel in B ſnydt: zo veel graaden als dan de boog GS bevat, even zo veel graaden bevat ook zyn overeenkomſtigen boog op de Linie, en zo veel graaden en minuuten deeze bogen bevatten, zo groot is het verſchil in Lengte van deeze plaatzen, welke graaden in tyd overgebragt, het verſchil van den waaren tyd doen bekend worden.

Nu ſtaat de *Cosinus* van de Breedte tot de *Radius*, als de boog GS van den *Parallel*-Cirkel tot zyn overeenkomſtigen boog op de Linie, of,

Cof. LG : *Rad.* :: GS : LB.
10, 6020600
9, 7769369

0, 8251231 *Log.* van 6, 6853 Mylen = LB.

Deeze tot graaden overgebragt, door te zeggen 15 Mylen: 1° gelyk 0°, 44566, 6853, komt of 26′ 44″, 16 en eindelyk deeze laatſte tot tyd overgebragt, met te zeggen 15° : 1 uur :: 26′ 44″ 16, komt 1′ 47″ nabyl. verſchil in tyd van de *Scheemda* en *Groningen*.

Dat te vinden was.

XXVII. VOORSTEL.

Door J. DE GELDER.

Alvoorens tot de Oplosſing der Vraag zelve overtegaan, zal ik kortelyk onderzoeken, of, om dat men in het uittrekken van den vierkants-wortel uit eenig onredelous of *irrationaal* getal nimmer ten einde komt, men hier uit het beſluit mag opmaaken, dat zulke redelooze getallen geen wortels hebben, die volkomen kunnen uitgedrukt worden.

Wy ontmoeten verſcheidene oneindige *Decimaale* breuken, die eene eindige of volkomene waarde hebben: zo is $\frac{7}{11}$ = 0, 636363 enz., $\frac{37}{99}$ = 0, 373737 enz. *ad infin.* $\frac{5}{6}$ = 0, 8333 enz., en op dezelfde wyze met een oneindig aantal anderen. Verſcheidene oneindige *Series* kennen wy, die volkomen kunnen ge-

geſommeerd worden, en zy zyn te algemeen bekend, dan dat ik dezelve zoude bybrengen; daar wy nu zulke *Series infinitae* ontmoeten, die volkomen kunnen geſommeerd worden, hebben wy geen reden om van eene *Series*, waar omtrent wy nog twyffelen, of dezelve kan geſommeerd worden, of waar van de middelen, die wy in 't werk geſteld hebben om dezelve te ſommeeren, tot nog toe vruchteloos zyn geweest, te beſluiten, dat dezelve niet kan geſommeerd worden, noch dat 'er geen andere middelen zouden zyn, waar door wy tot ons oogmerk zouden kunnen geraaken.

Alle redelooze getallen kunnen onder eene zekere gedaante gebragt worden; waar door wy in ſtaat geſteld zyn, om de wortels van eenige magt uit dezelve in eene geſchikte oneindige reeks uit te drukken; zo kan men alle redelooze getallen begrypen te behooren tot deeze uitdrukkingen $a^2 \pm b$, $a^3 \pm b$, $a^4 \pm b$, $a^5 \pm b$, enz., van welke men zich van de eerſte in het uittrekken van den *quadraats*, van de tweede in het uittrekken van den *Cubik*-wortel enz. bedient.

Nu kunnen wy, door middel van het *Newtoniaansch* Vertoog bewyzen, dat $\sqrt{a^2+b} = a + \frac{1}{2} \times \frac{b}{a} - \frac{1}{8} \times \frac{b^2}{a^2} \times \left(1 - \frac{3}{6} \times \frac{b}{a^2} + \frac{3.5}{6.8} \times \frac{b^2}{a^4} - \frac{3.5.7}{6.8.10} \times \frac{b^3}{a^6} + \frac{3.5.7.9}{6.8.10.12} \times \frac{b^4}{a^8} - \frac{3.5.7.9.11}{6.8.10.12.14} \times \frac{b^5}{a^{10}} + \text{enz.}\right)$, of ſtellende $\frac{b}{a^2} = c$; $\sqrt{a^2+b} = a + \frac{1}{2} \times \frac{b}{a} - \frac{1}{8} \times \frac{b^2}{a^3} \times \left(1 - \frac{3}{6}c + \frac{3.5}{6.8}c^2 - \frac{3.5.7}{6.8.10}c^3 +\right.$

$$+\frac{3\cdot5\cdot7\cdot9}{5.8.10.12}c^4-\frac{3\cdot5\cdot7\cdot9\cdot11}{6.8.10.12.14}c^5+\text{enz.}\Big):\text{ op de-}$$

zelfde wyze zal men bevinden, dat $\sqrt[g]{a^g+b}=a+\frac{1}{g}\times\frac{b}{a^g}\times\Big(1-\frac{2}{6}c+\frac{2.5}{6.9}c^2-\frac{2.5.8}{6.9.12}c^3+\frac{2.5.8.11}{6.9.12.15}c^4-\text{enz.}\Big)$, $\frac{b}{a^g}=c$ ſtellende.

Wanneer men in de eerſte deezer *Series* $b=a^g$ ſtelt, zal $\sqrt[g]{2a^g}=1\frac{1}{g}a-\frac{1}{g}\times\Big(1-\frac{3}{6}+\frac{3\cdot5}{6.8}-\frac{3\cdot5\cdot7}{6.8.10}+\frac{3\cdot5\cdot7\cdot9}{6.8.10.12}-\text{enz.}\Big)$ zyn; of $a=1$ ſtellende, $\sqrt[g]{2}=1\frac{1}{g}-\frac{1}{g}\times\Big(1-\frac{3}{6}+\frac{3\cdot5}{6.8}-\frac{3\cdot5\cdot7}{6.8.10}+\frac{3\cdot5\cdot7\cdot9}{6.8.10.12}-\text{enz.}\Big)$ zyn.

Deeze laatſte reeks, die in het byzonder tot ons geval behoort, zou volkomen kunnen geſommeerd worden, indien de tekens der termen alle *plus* waren; zy zou als dan tot deeze uitdrukking behooren

$$1+\frac{m}{\beta}+\frac{m.\,m+p}{\beta.\,\beta+p}+\frac{m.\,m+p.\,m+2p}{\beta.\,\beta+p.\,\beta+2p}+\text{enz.}$$
$$=\frac{\beta-p}{\beta-p-m}.$$

Zie A. B. STRABBE, *Oeffenſchool der Math. Weet.*, in de *Math. Handl. I. Deel*, *pag.* 236.

Ik

Ik achte het onnoodig de wegen optegeeven, die men zou kunnen inslaan, om deeze *Series* te sommeeren; dewyl die alle, gelyk straks blyken zal, vruchteloos moeten zyn: maar gesteld, dat dezelve kon gesommeerd worden, blyft de vraag, hoedanig zal men de bovenstaande *Series*, uit welke deeze is afgeleid, sommeeren? deeze vraag blyft even duister als de voorgaande; by nadere overweeging bevond ik, dat indien $S = 1 - Ax + Bx^2 - Cx^3 + Dx^4 - \text{enz. } ad\ inf.$ met $S = 1 - x + x^2 - x^3 + x^4 - \text{enz.} = \frac{1}{1+x}$ vermeenigvuldigt wierdt, dat de *Coefficienten* A, B, C, D deeze betrekking onder elkander moeten hebben:

$$A = \frac{m}{\beta} - 1$$

$$B = \frac{m.\overline{m+p}}{\beta.\overline{\beta+p}} - \frac{m}{B}$$

$$C = \frac{m.\overline{m+p}.\overline{m+2p}}{\beta.\overline{\beta+p}.\overline{\beta+2p}} - \frac{m.\overline{m+p}}{\beta.\overline{\beta+p}} + \frac{m}{C}$$

enz. enz.

Op dat het product $1 - \frac{m}{\beta}x + \frac{m.\overline{m+p}}{\beta.\overline{\beta+p}}x^2 - \frac{m.\overline{m+p}.\overline{m+2p}}{\beta.\overline{\beta+p}.\overline{\beta+2p}}x^3 + \text{enz.}$ zy; waar uit blykt, dat indien men $1 = Ax + Bx^2 - Cx^3 + \text{enz.}$ volkomen

sommeeren konde, ook de som van $1 - \frac{m}{\beta} \times$ enz. bekend zou zyn, en alle redelooze getallen een volkomen wortel zouden hebben.

Dan alle deeze beschouwingen geeven ons (gelyk ik boven aanmerkte) geen vryheid om te besluiten, dat de redelooze getallen geen volkomen wortel hebben; ten zy men zulks uit andere grondbeginsels ontegenzeggelyk bewyze.

De Vierkants-Wortel uit eenig redeloos getal zal een geheel met een gebrooken moeten zyn: want de Vierkants-Wortel uit 2, by voorbeeld, is grooter dan 1, en kleiner dan twee: derhalven de eenheid *plus* eenig gebrooken, en even op dezelfde wyze heeft zulks met alle andere redelooze getallen plaats.

Laat dan $a + \frac{b}{c}$ den waaren Vierkants-Worte uit eenig geheel redeloos getal verbeelden. Indien dan de breuk $\frac{b}{c}$ tot de kleinste benaaming gebragt is, zullen b en c eerste getallen onder elkander moeten zyn; derhalven ook de Teller en Noemer van den oneigenlyken breuk $\frac{ac+b}{c}$, die aan het gemengde getal $a + \frac{b}{c}$ gelyk is.

Nu zal het vierkant van den oneigenlyken breuk $\frac{ac+b}{c}$ aan het heel getal, wiens wortel zy is, moeten gelyk zyn (zo men namenlyk by de onderstelling blyft, dat zy de juiste waarde van den wortel uit het re-

redeloos getal uitdrukt): maar het *quadraat* van deezen oneigenlyken breuk zal nooit aan een geheel getal kunnen gelyk zyn: want $ac + b$ en c eerſte getallen onder elkander zynde, zullen $(ac + b)^2$ en c^2 mede eerſte getallen onder elkander zyn; en derhalven geene der redelooze getallen hebben een volkomen wortel.

Dat te bewyzen was.

ANDERS.

Door den OPGEEVER, *waar mede* J. SCHEFFER, C. BREEVILT, K. AKER, *en* J. VAN TWISK *overëenkomen.*

Stel den Wortel uit $2 = \frac{x}{y}$; dit moet meer dan 1, en minder dan 2 zyn; by gevolg kan x door y niet effen gedeeld worden: maar vermits x door y niet deelbaar is, zo kan x^2 door y^2 ook niet deelbaar zyn, 't welk echter plaats moest hebben, zou de Wortel uit 2 door eenig gebroken kunnen worden uitgedrukt; derhalven is het onmogelyk den Wortel uit eenig *Surdisch* getal in zuivere getallen te vinden.

Dat te bewyzen was.

XXVIII. VOORSTEL.

Door J. TE VELTRUP.

Laat de Wortelen $= a$ en b zyn; dan zyn hunne *Quadraaten* $= aa$, en bb; en $aa \times bb = aabb$

$\sqrt{}$

ab het vermeenigvuldigde der Wort.

Waar uit blykt, dat de *Quadraat*-Wortel uit het *Product* van twee *Quadraaten* gelyk is aan 't *Product* van hunne Wortelen.

Hier uit volgt deeze

Bewerking.

1681
1369
——— verm.
2301289
√ ———
1517
de eerſte Wort. 37 ———
Komt 41 de andere begeerde Worrel.

ANDERS.

Door C. BREEVILT, K. AKER, *J.* SCHEFFER, J. PAUW, J. VAN TWISK, *en den* OPGEEVER.

Laat $37 = a$, en de Wortel uit $1681 = a + x$ zyn.

Dan zyn de beide *Quadraaten* $aa + 2ax + xx$

en aa

———

hun Verſchil is $2ax + xx$

Indien wy dit Verſchil door $2a$ deelen, zo is het *Quotient* x, en de Reſt xx. Hier door hebben wy deezen

RE-

REGEL.

Deel het verſchil der beide getallen door het tweevoud des gegeeven Wortels, zo zal de Reſt even zo veel als het Quadraat van het Quotient zyn, indien het Quadraat van het Quotient minder is, dan de dubbele gegeeven Wortel; doch zo de Reſt minder is dan het Quadraat van het Quotient, addeert men den Diviſor zo lang by de Reſt, terwyl men telkens de eenheid van het Quotient afneemt, tot het eene juist het Quadraat van het andere is; wanneer men, door het bly vende Quotient by den gegeeven Wortel te tellen, het begeerde bekomt.

ALDUS.

De *Quadraaten* zyn 1681
en 1369
——— afget.
312
Dubb. geg. Wort. 74 ———
Kt. 4 en reſt 16.

Dewyl nu 16 juist het *Quadraat* van 4 is, zo is de begeerde Wortel 37 + 4 = 41.

XXIX. VOORSTEL.

Door J. DE GELDER, *waar mede* C. BREEVILT, J. PAUW, J. TE VELTRUP, J. VAN TWISK, J. SCHEFFER, *en de* OPGEEVER, *overëenkomen.*

Stel het begeerde getal $aax + 14$, dit voldoet reeds aan de eerſte voorwaarde der Vraag; van hetzelve 17 af-

afgetrokken zynde, heeft men $28x-3$; dus moet $\frac{28x-3}{19}$ een heel getal zyn: Stel het zelve p: dan is $p = \frac{28x-3}{19} = x + \frac{9x-3}{19}$; dit laatſte moet wederom een heel getal zyn. Stel het zelve gelyk q: dan is

$$\frac{9x-3}{19} = q$$

$$9x = 19q+3$$

Dus $x = 2q + \frac{q+3}{9}$; dit laatſte moet wederom een heel getal zyn: Stel hetzelve $= r$. dan is

$$\frac{q+3}{9} = r$$

Of $q = 9r-3$

Nu kan r op het kleinſte $= 1$ zyn, dus $q = 6$, $x = 13$ en $28x+14 = 378$: dit laatſte getal voldoet aan de twee eerſten voorwaarden der vraag: maar nu moet ook nog een getal gevonden worden, dat aan de derde voorwaarde voldoet.

De Deelers 28 en 19 zyn eerſte getallen onder elkander; derhalven $28 \times 19 = 532$ is een getal, en wel het kleinſte, dat door 28 en 19 zonder overſchot kan gedeeld worden. Wanneer nu y een heel getal verbeeldt, zal $532y+378$ door 28 en 19 elk afzonderlyk gedeeld zynde, de overblyffels 14 en 17 zyn. Van dit getal 2 afgetrokken zynde, moet $\frac{532y+376}{15}$

$= 35y + 25 + \frac{7y+1}{15}$ een heel getal zyn: Stel

dus $\frac{7y+1}{15} = t$;

Dan is $y = \frac{15t-1}{7} = 2t + \frac{t-1}{7}$; dit laatſte moet wederom een geheel getal zyn: Stel het zelve $= v$;

Dan is $\frac{t-1}{7} = v$.

Dus $t = 7v + 1$

Nu kan v op het kleinst $= 0$ zyn; $v = 0$ zynde, is $t = 1$, $y = 2$, en $532y + 378 = 1442$, het kleinſte getal, dat door 28, 19 en 15 gedeeld zynde, de reſpective overblyfzels zyn 14. 17 en 2.

Dat te vinden was.

ANDERE OPLOSSING,

Door J. DE GEEDER.

Stel voor het begeerde getal een van deeze drie uitdrukkingen $28x + 14$, $19y + 17$, of $15z + 2$: dan voldoet elk een van deeze aan de eerſte, tweede en derde voorwaarde van de vraag; en men heeft dus twee Vergelykingen.

$28x + 14 = 19y + 17$

$19y = 28x - 3$

$y = x + \frac{9x-3}{19}$

Stel $\frac{9x-3}{19} = m$ een heel getal

$9x = 19m + 3$

$x = 2m + \frac{m+3}{9}$

Stel $\frac{m+3}{9} = n$ een heel getal

$m = 9n - 3$

Dus $x = 19n - 6$

$y = 28n - 9$

en $19y + 17 = 532n - 154$

en $19y+17 = 15z+2$.

Dus $532n-154 = 15z+2$

$$15z = 532n-156$$

$$15$$

$$z = 35n-10+\frac{7n-6}{15}$$

Stel $\frac{7n-6}{15} = r$ een heel getal.

Dan is $n = 2r + \frac{r+6}{7}$

Stel wederom $\frac{r+6}{7} = s$ een heel getal.

Dan is $r = 7s-6$.

Nu kan s op het kleinst $= 1$ zyn.

Dus $r = 1$, $n = 3$, en $532n-154 = 1442$, het begeerde getal, even als in de eerste Oplossing gevonden is.

NOG ANDERS.

Door Denzelfden, naar de Formule *van* PERSYN.

Dit Vraagſtuk, benevens alle andere ſoortgelyke, kunnen door eenen *Arithmetiſchen* Régel ontbonden worden.

Deeze Régel vindt men opgegeeven, en op twee voorbeelden toegepast, by den Hooggeleerden Heer F. VAN SCHOOTEN, *Prof. Math.* in de Univerſiteit te Leiden, in zyne *Math. Oeffeningen VI. Afdeeling der gemengde Staffen, pag.* 380 *et ſeq.*, welke régel de Hoggeleerde Schryver zegt, hem door NICOLAAS HUBERTS van PERSYN te zyn medegedeeld.

Wy zullen deezen Régel, welke ons zeer fraai en vernuftig voorkomt, alhier in zyn geheel laaten volgen, op ons tegenwoordig Vraagſtuk toepaſſen, en naardien by gem. Hooggel. Schryver geen bewys voor denzelven is, zullen wy den grond, waar op deezen régel ſteunt, trachten aantetoonen.

ALGEMEENE REGEL.

I. *Zoek het kleinſte getal, waar in alle opgegeevene Deelers volkomen kunnen gedeeld worden.*

II. *Dit getal gevonden hebbende, deelt hetzelve door elk één der gegeevene deelers tweemaal, en let op de reſten der tweede deelingen.*

III. *Indien deeze reſten der deelingen de eenheid zyn; behoudt men het tweede deeltal, zo niet, onderzoekt men, met welk kleinſt getal hetzelve moet vermenigvuldigd* wor-

worden, op dat het, door zyn overeenkomſtig deeltal gedeeld zynde, de éénheid overlaat (*).

IV. *Deeze getallen (indien het nodig zy) aldus bepaald zynde, vermeenigvuldigt men elk deeltal (te weeten dit, dat in de deeling één overlaat) met de opgegevene resten der deelingen, die in de vraag tot dien deeler behooren, waar door elk deezer deeltallen gedeeld zyn.*

V. *De ſom dier nieuwe producten, door het getal,* Art. I. *bepaald, gedeeld zynde, zal de rest deezer deeling het bepaalde getal gelyk zyn.*

Deeze Régel of *Formula* zullen wy terſtond op ons tegenwoordig Voorbeeld toepaſſen; (doch in het begin der bewerking met weinig verändering van den opgegeeven Régel).

Deelers	28	28	19
	19	15	15 verm.
	532	420	285 *producten.*
	15)	19)	28)
	35	22	10 *Quotienten.*
	7	2	5 resten der Deeling
	13	10	17 kleinſte get.
	91	20	85 *producten*
	15) (1 reſt.	19) (1	28) (1
	6	2	3

Der-

(*) Het zal korter zyn dit onderzoek omtrent de rest der deeling te werk te ſtellen; om dat het op het zelfde uitkomt, gelyk nader zal aangetoond worden.

Derhalven	532	420	285	
	13	10	17	
	6916	4200	4845	*Dividenda* of deeltallen *Art.* 4.
	2	17	14	overeenkomstige resten met de gegeevene Deelers. *Art.* 4.
	13832,	41400,	67830	*producten* *Art.* 4.
	41400			
	67830			
	153062	som der Prod. *Art.* 5.		
7980)				

19 *Quotient*, en 1442 de rest het begeerde getal, gelyk het boven op twee verschillende wyzen opgelost is.

Dus ziet men hier reeds by de proeven de deugdzaamheid van deezen Régel, welke men nog op andere voorbeelden zou kunnen toepassen; dan wy zullen nu liever aantoonen den Wiskundigen grond waar op deeze steunt, na alvoorens twee stellingen te laaten voorafgaan.

I. LEMMA.

Eenig heel getal Q *door een ander heel getal* P *gedeeld zynde, en* één *in de deeling overlaatende, zal het eerste van deeze getallen, met eenige grootheid* R *vermeenigvuldigd zynde, en daar na wederom op nieuw door* P, *het andere heel getal gedeeld* R *in de deeling overlaaten.* Want $\frac{Q}{P} = V + \frac{1}{P}$ (V een heel

ge-

getal ſtellende) maakende, zal ook $Q = PV + r$, en derhalven $QR = PRV + R$, of $\frac{PRV+R}{P} = RV + \frac{R}{P}$ zyn.

Dat te bewyzen was.

II. LEMMA.

Een getal, dat aan de voorwaarde van zulk een Vraagſtuk als het onze is voldoet, is altyd kleiner dan het kleinſte getal, waar in ook een der gegeevene deelers afzonderlyk kan gedeeld worden: en niet meer dan één getal, dat kleiner dan het getal is, waar in alle de deelers kunnen gedeeld worden, zal men kunnen vinden.

BEWYS.

Want, ſtel dat het getal, dat aan de voorwaarden der Vraag voldoet, grooter is dan het kleinſte getal, waar in alle de gegeevene deelers afzonderlyk kunnen gedeeld worden: dan zal, van dat eerſte getal het laatſte afgetrokken zynde, de reſt aan de voorwaarden der vraag mede voldoen, zo deeze reſt echter nog grooter is dan het kleinſte getal, waar in alle de Deelers kunnen gedeeld worden, zoo zal men hetzelve nog eens van deeze reſt afrekken, enz. tot zoo lang, dat de reſt kleiner zy, dan dit kleinſte getal.

Het is derhalven klaar, dat het kleinſte getal, dat aan de voorwaarden der Vraag voldoet, altyd kleiner zal zyn, dan het kleinſte getal, hetwelk door alle de gegeevene deelers kan gedeeld worden; en dat men niet meer dan één getal, dat aan de voorwaar-

den der vraag voldoet, vinden kan, dat kleiner is dan het kleinſte, waar in alle de deelers kunnen gedeeld worden.

Dat te bewyzen was.

Gaan wy nu, deeze twee *Lemmata* onder het oog houdende, tot het Bewys van den Regel zelve over.

BEWYS.

Stel drie Deelers, waar door het gezochte getal moet gedeeld worden, x, y en z; de reſpective overblyfzels m, n en p. Stel het overſchot van de deeling in $\frac{yz}{x}$ gelyk r, in $\frac{xz}{y}$, s, en in $\frac{xy}{z}$, t; de kleinſte getallen, waar mede elk deezer deeltallen of resten moeten vermeenigvuldigd worden, op dat de *producten* op nieuw door deſzelfs overeenkomſtige deelers gedeeld zynde, de éénheid in de deeling overlaaten, a, b en c: dan laaten $\frac{ayz}{x}$, $\frac{bxz}{y}$ en $\frac{cxy}{z}$ elk *één* in de deeling over; $amyz + bnxz + cpxy$ zal nu een getal zyn (de voorwaarde van het kleinſte uitgeſlooten,) dat aan de voorwaarden der Vraag voldoet: want, deelende 1°. door x, heeft men $bnz + cpy + \frac{amyz}{x}$; maar $\frac{ayz}{x}$ laat *één* in de deeling over (*onderſt.*); $\frac{amyz}{x}$ zal dus m in de deeling overlaaten (1. *Lemma*) Het voldoet dan aan de voorwaarden der Vraag, dewyl men de twee overige conditien volmaakt, op dezelfde wyze betoogt. Wan-

Wanneer derhalven deeze uitdrukking door xyz, dat het kleinſte getal is, waar in alle de Deelers afzonderlyk kunnen gedeeld worden, gedeeld is, zal het overblyfzel in de Deeling het kleinſte heel getal zyn, dat aan de voorwaarden der Vraag voldoet (II. *Lemma*).

Dit Bewys is alleen byzonder; om dat het zich ſlegts tot drie gegeevene Deelers uitſtrekt; en zéker, men mag van het byzondere tot het algemeene niet terſtond overgaan, ten zy men zich door een genoegzaam aantal beproevingen volkomen zéker kan houden van de volſtrekte algemeenheid eener waarheid, die algemeen beweezen moet worden. Even eens is het hier mede gelegen. Iemand, die zich verleedigen wil om het bewys op vier, vyf, zes of meer Deelers toe te paſſen, zal de waarheid van den geſtelden Régel altyd beweezen zien, en derhalven ziet men, dat in het algemeen deeze regel Wiskundig waarachtig is, en ons altyd tot het begeerde brengen moet.

Dat te bewyzen was.

XXX. VOORSTEL.

Door den OPGEEVER, J. TE VELTRUP, C. BREEVELT, J. DE GELDER, K. AKER, J. PAUW, J. VAN TWISK, *en* J. SCHEFFER.

Stel het getal der maanden, die de eerſte maal bepaald zyn $= x$, dat is voor den eerſten tyd x de Intreſt ten 100 's Jaars, en voor den tweeden tyd $x + r$ de Intreſt ten 100 's Jaars.

Nu zyn de winsten in de samengestelde reden van de Capitaalen en Tyden: derhalven

$$100 \times 12 : x \;\;::\;\; 750x : \frac{750x^2}{1200} \text{ de verloopen Intrest in den eersten tyd.}$$

$$100 \times 12 : x + 1 \;\;::\;\; 375x : \frac{375xx + 375x}{1200} \text{ Verloopen Intrest in den 2den tyd.}$$

add.

$$\frac{1125xx + 375x}{1200} = 400 - 375 = 85$$

$$\text{Of } \frac{45xx + 15x}{1200} = 1$$

$$45xx + 15x = 1200$$

$$3xx + x = 80$$

$$xx + \tfrac{1}{3}x = \frac{80}{3} = \frac{960}{36}$$

$$\frac{1}{36} = \frac{1}{36}$$

$$xx + \tfrac{1}{3}x + \tfrac{1}{36} = \frac{961}{36}$$

$$\sqrt{\quad}$$

$$x + \tfrac{1}{6} = \frac{31}{6}$$

Dus

Dus $x = \frac{30}{6} = 5$ den Intrest ten 100 in den 1ſten tyd.
$x + 1 = 6$ die ten 100 in den 2den tyd.
$2x = 10$ de eerſte bepaalde tyd.
$x = 5$ de tweede bepaalde tyd.

Dat te vinden was.

XXXI. VOORSTEL. *Fig.* 24.

Door J. DE GELDER, *waar mede de* OPGEEVER, J. VAN TWISK, J. PAUW, C. BREEVILT, *en* J. SCHEFFER *overëenkomen.*

Laat ABCD het langwerpig rechthoekig ſtuk Lands verbeelden, AB de lengte, en BC de breedte deszelven. Neem nu in de breedte AD het punt G zoodanig, dat DG < AG is, en in de lengte DC, DE = DG: trek voorts de lynen GH en EF *parallel* aan AB en AD reſpectivè, die elkander in het punt I ſnyden: dan zal de Rechthoek ABCD in vier ſtukken, het *Quadraat* DEIG, den Rechthoek AFIG, den Rechthoek ECHI, en den Rechthoek FBHI verdeeld zyn. *Van* deeze ſtukken nu zal □ DEIG het kleinſte, en de ▭ FBHI het grootſte zyn.

Want AG > DG (*Conſt.*) en GI = GI; derhalven AG × GI > DG × GI, of □ DEIG < ▭ AFIG; en op gelyke wyze betoogt men, dat □ DEIG < ▭ ECHI: AF < FB, derhalven AF × FI < FB × FI of ▭ AFIG < ▭ FBHI, en op dezelfde wyze ziet men ook, dat ▭ ECHI < ▭ FBHI; derhalven is □ DEIG het kleinſte, en ▭ FBHI het grootſte van alle de vier ſtukken, waar in de Rechthoek ABCD gedeeld is.

Hier uit volgt nu, dat indien □ DGIE het kleinſte dier ſtukken is, □ FBHI noodzaakelyk het grootſte zal moeten zyn.

Stel nu den Inhoud van □ ABCD $= a$, dien van □ DEIG $= b$, en dien van □ FBHI $= c$; dan is DG $=$ DE $=$ GI $=$ AT $= \sqrt{b}$, en ſtel AD $= x$: dan is AB $=$ CD $= \frac{a}{x}$, AG $=$ IF $= x - \sqrt{b}$, en CE $=$ IH $= \frac{a}{x} - \sqrt{b}$. Nu is IF $\times$ IH $=$ □ FBHI: dus $\overline{x - \sqrt{b}} \times \overline{\frac{a}{x} - \sqrt{b}} = c$.

$$\text{Of } a + b - \frac{a}{x} + x \cdot \sqrt{b} = c$$

$$\text{Dus } \frac{a}{x} + x = \frac{a + b - c}{\sqrt{b}}$$

$$xx - \frac{a+b-c}{\sqrt{b}} \cdot x = -a$$

eene Vergelyking van de tweede magt, waar door x bekend wordt; welke bekend zynde, de grootheid van de beide andere ſtukken bekend wordt. Dit zullen wy terſtond op een voorbeeld in getallen toepaſſen.

Laat in getallen gegeeven zyn $a = 63$ graazen, $b = 9$, en $c = 24$ graazen: dan is $\frac{a+b-c}{\sqrt{b}} = 16$.

Dus

Dus $xx - 16x = -63$
$64 = 64$

$xx - 16x + 64 = 1$

$\sqrt{\quad}$

$x - 8 = \pm 1$

Derh. $x = 9$ of 7, de beide zyden van den Rechthoek ABCD; dus $AG = 4$, $CE = 6$, en $AG \times GI = \square AGIF = 12$ graazen, alsmede $EI \times CE = \square CEIH = 6 \times 3 = 18$ graazen.

Dat te vinden was.

XXXII. VOORSTEL.

Door J. SCHEFFER *en* C. BREEVILT, *waar mede de* OPGEEVER, J. DE GELDER, J. TE VELTRUP, J. VAN TWISK, J. VISSER, J. PAUW, *en* J. VAN DER OORT *overeenkomen.*

14 : 11 :: $(\frac{-}{71})$ 49 : Inhoud (METK. 10 B. *pag.* 182)

Komt Inhoud $= 38.5$

$\frac{3}{4}$ Inh. $= 12.833$. na de tweede afflyping.

$\frac{2}{3}$ Inh. $= 25.666$ na de eerſte afflyping.

11 : 14 :: 25.666 : vierkant der Middellyn.

Komt Middellyn $= 5.702$ na de eerſte afflyping.

11 : 14 :: 12.833 : vierkant der Middellyn.

Komt Middellyn $= 4.046$ na de tweede afflyping.

XXXIII. VOORSTEL.

Door den OPGEEVER.

Stel x en y twee der zyden; dan is de derde $2a-x-y$,

$\sqrt{a.a-x.a-y.x+y-a}$ den inhoud, en $2axy-x^2-y^2x$ het *product* der drie zyden.

Derhalven is volgens de beginzels der Meetkunde.

$$1^{o}.\ \frac{2axy-x^2y-xy^2}{\sqrt{a.a-x.a-y.x+y-a}}=2c;$$

$$2^{o}.\ \frac{a.a-x.a-y.x+y-a}{a^2}=b^2$$

Stel nu $x+y=p$

en $xy=q$; dan wordt de tweede

Vergelyk. veranderd in $\frac{-a^4+2a^3p-a^2p^2+ap-a^2.q}{a^2}=b^2$

Of $-a^3+2a^2p-ap^2+p-a.q=ab^2$

$$p-a.q=ab^2+a^3-2pa^2+p^2a$$

Derhalven $q=\frac{ab^2+a^3-2pa^2+p^2a}{p-a}$.

De

De eerste Vergelyking wordt veranderd in deeze

$$\frac{2a-p.q}{\sqrt{(-a^4+2pa^3-p^2a^2+(ap-a^2)q}} = 20,$$

welke, om het wortel-teeken weg te maaken, gequadrateerd zynde, heeft men

$$\frac{(2a-p)^2q^2}{-a^4+2pa^3-p^2a^2+ap-a^2.q} = 400.$$

Hier in nu de waarde van q, boven in een *Functie* van p bepaald, fubftitueerende, heeft men

$$\frac{2a-p \times \frac{(ab^2+a^3-2pa^2+p^2a)2}{(p-a)^2}}{-a^4+2pa^3-p^2a+a\times p-a\times \frac{ab^2+a^3-2pa^2+p^2a}{p-a}} = 400.$$

Of

$$\frac{(2a-p)^2 \times \frac{(ab^2+a^2-2pa^2+p^2a)^2}{(p-a)^2}}{a^2b^2} = 4cc.$$

Dus

$$\sqrt{(2a-p)^2\times(ab^2+a^2-2pa^2+p^2a)^2} = 4aabbcc\times p-a.$$

$$a)\ \frac{2a-p.\ ab^2+a^3-2pa^2+p^2a}{2a-p.\ b^2+a^2-2pa+p^2} = \frac{2abc\times p-a.}{2bc\times p-a}$$

Deeze uitdrukking ontwikkeld zynde, heeft men

$$p^3-4ap^2+5a^2+2bc+b^2.p-2ab^2+2a^3+4abc = 0.$$

Eene

Eene Vergelyking welkers oplosſing de waarde van p zal doen bekend worden; en, indien het Voorſtel mogelyk is, drie waare Wortelen heeft; waar van men elk een naar welgevallen zal kunnen gebruiken.

De waarde van p bepaald zynde, zal die van q, welke wy in een *Functie* van p met bekende grootheden bepaald hebben, gevonden worden.

Deeze waarde van $p=x+y$, en $q=xy$ gevonden zynde, worden x en y bepaald, gelyk bekend is.

Dat te vinden was.

TOEPASSING IN GETALLEN.

Gegeeven zynde $2a=12$, $2b=2$, $c=5$, dan heeft men $4a=24$, $5a^2+2bc+b^2=191$, en $2ab^2+2a^2+2abc=504$. Derhalven

$$p^3-24p^2+191p-504=0.$$

In welke Vergelyking de Wortels zyn, 7. 8 en 9.

Dus $q=\frac{ab^2+a^3-2pa^2+p^2a}{p-a}=12$, indien $p=7$ is; of 15, als $p=8$ genomen wordt; of 20, zoo $p=9$ genomen wordt.

$$\begin{array}{rl} x+y & =7 \\ x^2+2xy+y^2 & =49 \\ 4xy & =48 \\ \hline x^2-2xy+y^2 & =1 \\ \hline x-y & =1 \\ x+y & =7 \\ \hline \end{array}$$

$$\left.\begin{array}{l} 2x = 8 \\ 2y = 6 \\ \text{en } 2s - x - y = 5 \end{array}\right\} \text{Derh.} \left\{\begin{array}{l} x = 4 \\ y = 3 \end{array}\right\} \text{de drie zyden van den Driehoek.}$$

Men ziet, dat men ook dezelfde waarden voor de zyden verkrygen zal, door voor p, 8 of 9 te ſtellen.

ANDERS.

Door J. VAN TWISK, *waar mede* C. BREVILT *en* J. SCHEFFER *overeenkomen.*

Stel de opſtaande zyden van den Driehoek $= x$ en y,
den *Baſis* $= z$,
en den Inhoud $= v$;
dan is door het Voorſtel

$x + y + z = 2s$

$x + y + z \times b = 2v$ (MERTK. 17. 9 *Boek.*

en dus ook $2ab = 2v$

$$ab = v$$

$\frac{2v}{z} : x :: y : c$ (MERTK. 18. 9 *Boek*).

$$xy = \frac{2cv}{a}$$

$$xyz = 2cv = 2abc$$

Ook

Ook is door het bekende *Theorema* (zie *Toepaſſing der Algebra op de Meetkunde* §. 859.)

$$a \times a - x \times a - y \times a - z = yz$$

Of $a^4 - a^3 \times x+y+z + aa \times xy+yz+xz - a \times xyz = yy$

$$a^4 - a^3 \times x+y+z = (a^3 - 2a^4 =) \quad . \quad . \quad - a^4$$

afget.

$$aa \times xy + yz + xz - a \times xyz = yy + a^4$$

Maar $yy = aabb$

$$aa \times xy + yz + xz - a \times xyz = aa \times bb + aa$$

$$- a \times xyz = - 2aabc$$

afget.

$$aa) \quad aa \times xy + yz + xz = aa \times bb + aa + 2bc$$

$$xy + yz + xz = bb + aa + 2bc$$

Nu is bekend, de ſom der zyden; de ſom van het *product* der zyden twee aan twee, en het *product* der drie zyden.

Hier door kan men nu eene Vergelyking van de derde magt ſaamenſtellen, waar van de drie Wortelen de begeerde getallen zyn (zie STRABBE *Inleiding der Mathematiſche Wetenſchappen* II. DEEL, §. XIX. *pag.* 115).

$$p^3 - 2app + aa + bb + 2bc \times p - 2abc = 0$$

Gegeeven $2a = 40_2$

$2b = 8_2$

$c = 16_2$

Dan

Dan is

$$p^3 - 42pp + \overline{441 + 16 + 130 \times p} - 2730 = 0$$

$$p^3 - 42pp + 587p - 2730 = 0.$$

Neem $p =$	1	2184	1.2.3.4.6.7.8.12.13.14.16enz.
$p =$	0	2730	1.2.3.5.6.7.10.13.14.15
$p =$	−1	3360	1.2.3.4.5.6.7.8.10.12.14.15.16.
$p =$	−2	4080	1.2.3.4.5.6.8.10.12.15.16.17.
$p =$	−3	4896	1.2.3.4.6.8.9.12.16.17.18.
$p =$	−4	5814	1.3.9.17.18.19

−12	−13	−14
−13	−14	−15
−14	−15	−16
−15	−16	−17
−16	−17	−18
−17	−18	−19

En $\dfrac{p^3 - 42pp + 587p - 2730}{\overline{p-13} \times \overline{p-14}} = p - 15 = 0.$

Dus de begeerde zyden = 13, 14 en 15.

XXXIV. VOORSTEL.

Door J. TE VELTRUP, *waar mede* C. BREEVILT, J. SCHEFFER, J. DE GELDER, *en* J. VAN TWISK *overëenkomen.*

In de 12de reg. van dit Voorstel staat 1481, lees 148.
Ib. 14de reg. ——————— 175, lees 185.

Stel het Stuk A lang x, en breed y Ellen;
en het Stuk B lang z, en breed u Ellen;

Nu

Nuis $5 : 4 :: x : \frac{4x}{5}$ lang
$2 : 1\frac{2}{3} :: y : \frac{5y}{6}$ breed } A gekrompen.
$3 : 2\frac{16}{17} :: z : \frac{50z}{51}$ lang
$1 : \frac{4}{5} :: u : \frac{4u}{5}$ breed } B gekrompen.

Verders heeft men

$\frac{4x}{5} \times \frac{5y}{6} = \frac{50z}{51} \times \frac{4u}{5}$ $\quad \frac{4x}{5} + \frac{4u}{5} = 148$

Of $\frac{2xy}{3} = \frac{40uz}{51}$ $\quad 4x + 4u = 740$

$x + u = 185$

$17xy = 20uz$

$17uxyz = 20u^2z^2$

Ook is $xy + 25800 \times uz = 13311000$

Of $uxyz + 25800uz = 13311000$

$17uxyz + 438600uz = 226287000$

Maar $17uxyz = 20u^2z^2$

Derh. $20u^2z^2 + 438600uz = 226287000$

$u^2z^2 + 21930uz = 11314350$

$10965^2 = 120231225$ verg.

u^2z^2

$$u^2z^2 + 21930uz + 10965^2 = 131545575$$

$$\sqrt{\quad}$$

$$uz + 10965 = \sqrt{131545575}$$

$$uz = \sqrt{131545575} - 10965$$

$$u = \frac{\sqrt{131545575} - 10965}{z}$$

Maar $u = 185 - x$

vergel.

$$185 - x = \frac{\sqrt{131545575} - 10965}{z}$$

$$185z - xz = \sqrt{131545575} - 10965$$

Wederom $\frac{50z}{51} + \frac{57}{6} = 185$

Of $20z + 17y = 3774$

$$20uz + 17uy = 3774u$$

Maar $20uz = 17xy$ boven gevonden

vergel.

$$17xy + 17uy = 3774u$$

$$17$$

$$xy + uy = 222u$$

$$xy + uy = 185y \quad (x + u = 185 \times y)$$

vergel.

$$222u = 185y$$

$$6u = 5y$$

$$17u$$

$$102uz = 85xy$$

$$100uz = 85xy \quad (20uz = 17xy \times 5)$$

vergel.

$$22)\quad \frac{102xy = 100yz}{51x = 50z}$$

$$\frac{51xz = 50z^2}{xz = \frac{50z^2}{51}}$$

; dit nu in plaats van xz in de boven gevondene Vergelyking, met een * getekend, gesteld, heeft men

$$\frac{50zz}{51} - 185z = 10965 - \sqrt{131545577}$$

$$50 \qquad\qquad\qquad\qquad 51$$

$$zz - 188\frac{7}{10}z = 11184\frac{3}{10} - \sqrt{136860016\frac{23}{100}}$$

$$\overline{94\frac{7}{20}}^{2} = 8901\frac{369}{400}$$

$$zz - 188\frac{7}{10}z + \overline{94\frac{7}{20}}^{2}$$

$$= 20086\frac{89}{400} - \sqrt{136860016\frac{23}{100}}$$

$$\sqrt{\qquad\qquad\qquad\qquad}$$

$$z - 94\frac{7}{20} = \sqrt{18207} - 43\frac{7}{20}$$

$z = \sqrt{18207} + 51$. Ellen lang 't Stuk B;

$$x = \frac{50z}{51} = \sqrt{17500} + 50 \quad \ldots\ldots\ldots \quad A;$$

u =

$x = 185 - x = 185 - \sqrt{17500}$ Ellen breed 't Stuk B;

en $y = \frac{6x}{5} = 162 - \sqrt{25200}$ . . . . . A.

En de gekrompen ſtukken, als

$$A\begin{cases}\text{lang } \frac{4z}{5} = \sqrt{11200} + 40\\ \text{breed } \frac{5y}{6} = 135 - \sqrt{17500}\end{cases}\text{Ellen}$$

$$B\begin{cases}\text{lang } \frac{50z}{51} = \sqrt{17500} + 50\\ \text{breed } \frac{4u}{5} = 108 - \sqrt{11200}\end{cases}$$

XXXV. VOORSTEL. Fig. 25.

Door J. DE GELDER, *waar mede, met weinig verandering, de* OPGEEVER, C. BREEVIET, J. SCHEFFER, J. TE WINKEL, *en* J. VAN TWISK *overkomen.*

De Figuur, als in het Voorſtel opgegeeven wordt, toegeſteld zynde, is

$\overline{AB+BC}^2 = \overline{AB}^2 + 2\square AB, BC + \overline{BC}^2$

Maar $\overline{AB}^2 = \overline{AD}^2 + 2\square AD, DB + \overline{BD}^2$

en $\overline{BE}^2 = \overline{CE}^2 + 2\square CE, EB + \overline{BE}^2$

} 4 *Prop.* 2 *Boek* Eucl. en onderſtelling.

Daarenboven is $2\square AB, BC = 4\triangle ABC$ Meetk.

Derh. $\overline{AB+BE}^2 = 2\overline{AD}^2 + 2AD \times \overline{BD+DE} + 4\Delta ABC$
1 Ax. et 47 *Prop: lib.* 1. 1 *Prop: lib.* 2.

Maar $4\overline{AD}^2 (= 2AD \times 2AD) + 2AD \times \overline{BD+BE} = 2AD \times \overline{AB+BC}$ 1 *Prop.* 2 *B.* en *Fig.*

Derh. $\overline{AB+BC}^2 = 2AD \times \overline{AB+BC}^2 + \overline{DE}^2 + 4\Delta ABC - \overline{2AD}^2$ 1 en 9 *Ax.*

$2AD \times \overline{AB+BC}^2 = 2AD \times \overline{AB+BC}^2$ hier afgenoomen.

---

is $\overline{AB+BC}^2 - 2AD \times \overline{AB+BC} = \overline{DE}^2 + 4\Delta ABC - \overline{2AD}^2$

Voeg hier by $\overline{AD}^2 = \overline{AD}^2$

Dan is $\overline{AB+BC}^2 - 2AD \times \overline{AB+BC} + \overline{AD}^2 = \overline{AB+BC-AD}^2 = \overline{DE}^2 + 4\Delta ABC - \overline{AD}^2$
3 *Ax.* en 4 *Prop.* 2 B.

Maar nu is in het Voorstel DE = 13, AD = CE = 3, en Δ ABC = 60.

Dus $\overline{DE}^2 = 169$, $\overline{AD}^2 = 9$, en $4\Delta ABC = 240$; dus is

$(AB+BC-AD)^2 = 400$
$AB+BC-AD = 20$
$AD = 3$ hier bygevoegd
is $AB+BC = 23$

Dus $\overline{AB}^2 + 2AB,BC + \overline{BC}^2 = 529$
hier $2AB,BC = 4ABC = 240$
en $4AB,BC = 8ABC = 480$ afgetrokk.

Dan is $\overline{AB}^2 + \overline{BC}^2 = \overline{AC}^2 = 289$; dus $AC = 17$.
en $\overline{AB}^2 - 2AB,BC + \overline{BC}^2 = 49$.

Dus

Dus $AB - BC = 7$.
Maar $AB + BC = 23$

Dus $2AB = 30$, of $AB = 15$; dus $BD = AB - AD = 15 - 3 = 12$.
en $2BC = 16$, $BC = 8$, en $BE = BC - CE = 8 - 3 = 5$.

Dat te vinden was.

ANDERE OPLOSSING (*Fig.* 26).

Door J. DE GELDER.

Behalven deeze Oplosſing, waar door wy meenen aan het oogmerk der Components voldaan te hebben, kan men nog een andere geeven, die volmaakt Meetkundig is, door behulp van een *Hyperbool* en Cirkel.

CONSTRUCTIE.

1o. Trekt twee onbepaalde rechte lynen CK en CB, die elkander in C rechthoekig ontmoeten.

2o. Op deeze, als *Aſymptoten*, beſchryft den *Hyperbool* RFV, welks *potentia* aan 2 maal Δ ABC (*Fig.* 25) gelyk zyn.

3o. Neemt CA op CB gelyk AD (*Fig.* 25), en trekt eene onbepaalde rechte lyn AD evenwydig CK; op deeze neemt wederom $AE = AC$.

4o. Beſchryft uit E als middelpunt met DE (*Fig.* 25) als Radius een Cirkel, welke den *Hyperbool* in F en *f* ſnydt.

5°. Trekt door deeze snyd-punten de onbepaalde lynen fh en FH, onbepaald naar boven verlengd, neemt dan $fg = FG = AC$, en trekt de rechte lynen AG, Ag, EF en Ef; dan zyn AGH en EHF, of Agh en Efh de begeerde Driehoeken.

BEWYS.

Want vereenigt de punten C en f: dan is $Ag = CF$; om dat gf, AC evenwydig en gelyk zyn; maar $gh = ef$, en $\angle Agh = \angle Cfe$: dus $\triangle Cfe = \triangle Agh$, gelyk den Inhoud van ABC (*Fig.* 25 *Const.*), $AE = fg = EC$ (in *Fig.* 25), en $Ef = DE$ (*Fig.* 25).

Dat te vinden was.

XXXVI. VOORSTEL.

Door den OPGEEVER, J. DE GELDER, P. BRECHT, J. VAN TWISK, J. VAN DER OORT, J. TE VELTRUP, *en* J. PAUW.

In dit Voorstel pag. 15, reg. 3 van boven staat $\frac{1}{3}$, lees $\frac{1}{3}$.

Na den eersten verkoop competeerde den Pachter 8½ Per Cento, dat is het $\frac{1}{12}$ gedeelte van de Koopsomme.

En, na den derden of laatsten verkoop $\frac{1}{3}$ gedeelte van de eerste Koopsom, volgens 't Voorstel.

Derhalven de som van alle de Impost-Penningen, tot de Impost-Penningen van den eersten verkoop, als $\frac{1}{3}$ tot $\frac{1}{12}$, dat is: als 4 tot 1.

Ge-

Gevolglyk de som der Koop-Penningen van de drie verkoopingen, tot de Koop-Penningen van den eersten verkoop, mede als 4 tot 1.

Maar het *Paard* is slechts driemaalen verkocht; derhalven moet de *tweede* en derde Koopsom te saamen zo veel boven *Twee* eerste verkoopingen verhoogd zyn, als *één* eerste Koopsom bedraagt;

En gevolglyk de tweede en derde verkooping ieder in het byzonder, staan tot de eerste verkooping als 3 tot 2.

Nu heeft B moeten betaalen
$\frac{1}{12}$ van de eerste Koopsom
en $\frac{1}{12}$ van de 2de Koopsom, zynde ═══ } aan Impost.
$\frac{3}{24}$ van de eerste Koopsom

Dus in alles $\frac{5}{24}$ van de eerste Koopsom

Hier by . . £ 7 - - - winst

Komt £ 7 - - - en $\frac{5}{24}$ gedeelte van de eerste Koopsom, zynde het verschil tusschen de eerste en tweede Koopsom.

Of, de helft van de eerste Koopsom: om dat (zo als beweezen is) de tweede Koopsom, staat tot de eerste Koopsom als 3 tot 2.

DERHALVEN:

1ste Koopsom 1ste Koopsom
$\frac{1}{2}$ ═══ $\frac{5}{24}$ + 7

Of $\frac{7}{24}$ ═══ 7
7 ——— 24
Dus 1ste Koopsom = 24 £
$\frac{1}{12}$ = 2 £ eerste Impost.

26 £

 Hier

Hier by 7 ℒ winst B.

11 : 12 :: 33 ℒ : de 2de Koopſom.

Dus . 36 ℒ tweede Koopſom.
en ook . 36 ℒ 3de Kf. volg. 't Voorſtel.
hier by de 24 ℒ eerſte Koopſom

Komt 96 ℒ ſom der Koopenningen.

Derhalven . 8 ℒ aandeel voor den Pachter, van de drie byzondere Verkoopingen.

XXXVII. VOORSTEL. *Fig.* 27.

Door J. DE GELDER.

Laat *ab* het *horizontaale* Vlak verbeelden, waar op den Cirkel ZONWZ uit A, als middelpunt, beſchreeven en in 360 graaden verdeeld is, ZN zy de Middellyn en AR de Styl, die in een Vlak dat rechthoekig door *ab* gaat, en met hetzelve de lyn ZN gemeen heeft, ligt, en met AN den ∠RAN = 53° 43′ = de Noorder-Breedte des Waarneemers vormt; Beſchryf dan in het zelfde Vlak, waar in ∠RAN ligt, uit A als middelpunt, met AN = Az = AP = AQ den Cirkel NPZQ; verbeel nu deezen Cirkel om PQ als *As* te worden omgevoerd, dan zal dezelve een Globe beſchryven; het punt L, dat 90° van P en Q afſtaat, zal den grooten Cirkel EOLW, die ZONW in O en W ſnydt, beſchryven. Indien men nu veronderſtelt, dat deeze Figuur in het middelpunt der Aarde wordt overgebragt, zodanig, dat de Cirkel ZONW met den waaren *Horizon* in alle deszelfs deelen overeenſtemme; dan valt PQ in den As des Hemels, en de Cir-

Cirkel LE ſtemt met de Linie der Waereld overeen. Stel nu verders dat de Zon op het oogenblik der Waarneeming de ſchaduwe AB door den Styl AR werpt, en ZONZ in B ſnydt; brengt dan den beweegenden Cirkel in B over, zoo dat AB in deszelfs vlak valt, en dezelve de Evennachtslyn in G ſnydt.

Nu merk ik aan, dat in den rechthoekigen kloot-ſchen Driehoek OBG, in de eerſte plaats OB bekend is (*Ond.*), 2°. den hoek NOE gelyk het Complement der Noorder-Breedte; dan kunnen in denzelven de overige hoeken en zyden berekend worden, derhalven ook OG het Complement van den Uurhoek door deezen Regel:

Sin. PN : *Rad.* :: *Cot.* OB : *Tang.* GE.

Wy zullen onderſtellen, dat de graaden op den *Horizontaalen* Cirkel van Z af naar W, N, enz. gerekend zyn; dan is W op 90°, N op 180°, O op 270°. ZWNB−ZWN = BN = 226° 25′ − 180° = 46° 25′, PN = 53° 43′.

Log. Tang. BN =	10,0214851
Log. Rad. =	10
	20,0214851
Log. Sin. PN =	9,9063890
	10,1150961

Log. Tang. GE = 52° 30′ = ∠BPE, gelyk den Uurhoek na den middag, deeze in tyd, tegen 15° voor één uur, overgebragt, geeven 3 uur 30′. Derhalven was het 3 uur 30′ na den middag, toen de Waarneeming geſchiedde.

Dat te vinden was.

ANDERS.

Door den OPGEVER, *en* J. PAUW.

Om dit Voorſtel te ontbinden, dient deeze Regel:

Sinus *van de Pools hoogte ſtaat tot de* Radius, *als* Tangens *van de graaden over den middag tot* Tangens *van de namiddags-Uuren.*

226° 25′ plaats der ſchaduwe.
180° 0′ van middernacht tot middag.

46° 25′ over den middag.

Derhalven *Sin.* van 53° 43′: *Rad.* :: *Tang.* van 46° 25′: *Tang.* der namiddags-uuren.

10.0000000
10.0214851

20.0214851
9.9063892

10.1150959 *Tang.* van 52° 30′, deeze, 15° voor een uur rekenende, in uuren overgebragt, komt 3 uuren 30 min. *na* den middag, wanneer de ſchaduwe op 226° 25′ ſtondt.

XXXVIII. VOORSTEL. *Fig.* 28.

Door J. DE GELDER, *waar mede de* OPGEVER *en* J. PAUW *overëenkomen.*

Laat ZONC den Cirkel verbeelden, welke in 360 graaden verdeeld is, en op het *Horizontaale* Vlak *ab* be-

beſchreeven is, AT den verticaalen Wyzer, en AB de ſchaduw; die deeze ſtyl werpt: dan is de hoek ABF gelyk aan de Zons hoogte ten tyde der Waarneeming. Dus kan uit de gegeevene lengtens des Styls en der ſchaduw de *Zons* hoogte door deezen Regel bepaald worden.

AB ; AF :: *Rad.* : *Tang.* ∠B.

10, 0000000
3, 0000000
13, 0000000
2, 9943172
10, 0056828 *Log. Tang* van 45° 22′ = ∠B;

dus was de Zons hoogte by de Waarneeming 45° 22′.

De ſchaduw des verticaalen Styls ſnyd den *horizontaalen* Cirkel in C in 164°; dus indien men onderſtelt, dat op den *horizontaalen* Cirkel de graaden in dezelfde order van Z afgereekend zyn, als in het voorgaande Voorſtel, zal ON de *Zons Azimuth* zyn, en de Waarneeming zal voor den middag geſchied zyn: want verlengende de ſchaduwlyn tot O, zal ∠ ZAO = ∠ BAN zyn, welke ∠ ZAO de Zons *Azimuth* vóór den middag is, en deeze is gelyk aan den boog ZCN — Boog ZC = 180° — 164° = 16° = den boog ZO, de Zons *Azimuth*. Derhalven is nu bekend, 1°. de Noorder-Breedte 53° 43′ (*Voorg. Voorſtel*). 2°. de Zons hoogte 45° 22′ (*gevonden*) en 3°. de Zons *Azimuth* van het Zuiden tot het Oosten 16°: dus zal kunnen gevonden worden 1°. de Zons Uurhoek, en 2°. derzelver *Declinatie* op den tyd der Waarneeming, waar door aan den eisch der Vraag zal voldaan worden.

Laat, om tot dit oogmerk te geraaken, de Cirkel ZTNQ (*Fig.* 29) den Middag-Cirkel, T het toppunt, ZN den *Horizon*, PN de Noorder-Breedte des Waar-

Waarneemers verbeelden. LE zy de Linie, die den *Horizon* in O het Oosten ſnydt, en CSD de Zons evenwydige Cirkel, die zy op den dag der Waarneeming beſchryft. Stel de Zon ten tyde der Waarneeming in S te zyn, dan van T en P door S, het middelpunt der *Zon*, de verticaal- en Declinatie Cirkels TH en PB, die den *Horizon* in H en de Linie in B ſnyden, getrokken hebbende, zyn in den Klootſchen Driehoek PST bekend, 1°. den hoek PTS het *Supplement* van de Zons *Azimuth* 164°. 2°. de zyde TS, het *Complement* van de Zons hoogte 44° 38′, en 3°. de zyde TP, het *Complement* van de Noorder Breedte 36° 47′; men zal dus in denzelven kunnen vinden: 1°. den ∠SPT den Uurhoek der Zon, en 2°. de zyde PS, het *Complement* der Zons *Declinatie*, ten tyde der Waarneeming.

1°. Zeg ik zal men den hoek P kunnen vinden. Zy PTS de Klootſche Driehoek, waar van P moet gevonden worden. Trek uit S den *Perpendiculair* AS, die buiten den Driehoek valt, om dat ∠ T ſtomp is; dan heeft men eerst om AT te vinden

Cof. ∠ T : *Rad.* :: *Cot.* ST : *Cot.* AT

10,0055587
10,0000000

20,0055587.
2,9828416

10,0227171. *Cot.* 43° 30′ = AT
36° 47′ = PT

80° 17′ = AP

Hier door wordt de ∠ P gevonden, door deezen Régel.

Sin.

Sin. AT : *Sin.* AP :: *Cot.* ∠T : *Cot.* ∠P.

10. 5425036
9, 9927247

20, 5361283
9. 8378122

10, 6984161 *Log. Cot.* 11° 19′ ½ = ∠P den Uurhoek der Zonne voor den Middag, welke van graaden in tyd overgebragt, geeft 45′ voor den Middag, dat is ten 11 uuren 15′ Voormiddag dat de Waarneeming geſchiedde.

20. Zal de zyde PS bepaald worden door deezen Régel,

Sin. ∠P : *Sin.* ∠T :: *Sin.* ST : *Sin.* PS.

9. 8466879
9. 4403381

19. 2870260
9. 2927685

9. 9942575 *Log. Sin.* van 80° 42′ = PS
Maar 90° = PB

Dus de ⊙ *Declin.* ten tyde der Waarn. 9° 18′

Dus hebben wy gevonden de Zons *Declinatie* te zyn 8° 27′, en den tyd der Waarneeming 's morgens ten 11 uur 15′.

Die te vinden waren.

XXXXIX.

XXXIX. VOORSTEL.

Door den OPGEEVER *en* J. TE VELTRUP.

Stel het kleinſte getal $= x - y$
en het grootſte . . $= x + y$;
Alzoo hun ſom . . $= 2x$
en hun *Produkt* . . $= x^2 - y^2$.
Derhalven is $x^2 - 2x - 2x - y^2 + 1$ een *Pronic*-getal,
Neem den *Pronic*-wortel hier van $= a^2$;
dan is $a^2 - a = 6$ een *Pronic*-getal.

Komt $a = 3$, en $a^2 = 9$ de *Pr.* wortel;
alzoo $9 \times 9 + 9 = 90$ het eerſte *Pr.* getal.
Dat is $x^2 - 2x - y^2 + 1 = 90$

Of $x^2 - 2x - y^2 = 89$

Vervolgens is

$\overline{x-y}^2 = x^2 - 2xy + y^2$
$x+y = x^2 + 2xy + y^2$
Stel $xy = 2x$
Komt $2x^2 + 2x + 89^2 = 24x$ verg.
$x^2 + x + y^2 = 121$
boven $x^2 - 2x - y^2 = 89$
$2x^2 - x = 210$ verg.
Komt $x = 10\frac{1}{2}$

Dus

Dus $x^2 - y^2 - 2x = 89\frac{1}{4} - y^2 = 89$

of $y^2 = \frac{1}{4}$

$\sqrt{}$

$y^2 = \frac{1}{2}$

Alzo de getallen $x - y$ en $x + y = 10$ en 11.

ANDERS.

Door J. DE GELDER, *waar mede* J. VAN DER OORT, C. BREEVILT, J. SCHEFFER, J. PAUW, J. VAN TWISK, *en* K. AKER *overëenkomen.*

Stel den *Pronik*-Wortel, welke één meer moet zyn dan het verschil van het *Product* en de som der gezochte getallen, gelyk aan $v^4 + v^2$: dan is $v^2 - v = 6$, gelyk het *Pronik*-getal, wiens wortel 2 is; derhalven $v^2 - v = 6$, en $v^2 - v + \frac{1}{4} = 6\frac{1}{4}$, waar uit $v - \frac{1}{2} = \frac{5}{2}$, of $v = 3$, en $v^4 + v^2 = 81 + 9 = 90$.

Stel, na dit bepaald te hebben, voor de gezochte getallen x en y; dan hebben wy deeze Vergelykingen,

$$x^2 + y^2 + x + y = 242$$

$$2xy - 2x - 2y = 178 = 2 \times \overline{90 - 1} \text{ (beg.)}$$

(add.

Komt $x^2 + 2xy + y^2 - \overline{x + y} = 420$

Dus $x^2 + 2xy + y^2 - \overline{x + y} + \frac{1}{4} = 420\frac{1}{4}$

$\sqrt{}$

Komt $x + y - \frac{1}{2} = 20\frac{1}{2}$

Der-

XXXIX. VOORSTEL.

Door den OPGEEVER *en* J. TE VELTRUP.

Stel het kleinſte getal $= x - y$
en het grootſte . . $= x + y$;
Alzoo hun ſom . . $= 2x$
en hun *Produkt* . . $= x^2 - y^2$.
Derhalven is $x^2 - 2x - 2x - y^2 + 1$ een *Pronic*-getal,
Neem den *Pronic*-wortel hier van $= a^2$;
dan is $a^2 - a = 0$ een *Pronic*-getal.

Komt $a = 3$, en $a^2 = 9$ de *Pr.* wortel;
alzoo $9 \times 9 + 9 = 90$ het eerſte *Pr.* getal.
Dat is $x^2 - 2x - y^2 + 1 = 90$

Of $x^2 - 2x - y^2 = 89$

Vervolgens is

$\overline{x-y}^2 = x^2 - 2xy + y^2$
$\overline{x+y}^2 = x^2 + 2xy + y^2$
Som $= 2x$
Komt $2x^2 + 2x + 2y^2 = 24x$ verg.
$x^2 + x + y^2 = 121$
boven $x^2 - 2x - y^2 = 89$ verg.
$2x^2 - x = 210$
Komt $x = 10\frac{1}{2}$

Dus

Dus $x^4 - y^4 - 2x = 89\frac{1}{4} - y^2 = 89$

of $y^2 = \frac{1}{4}$

$y = \frac{1}{2}$

Alzo de getallen $x - y$ en $x + y = 10$ en 11.

ANDERS.

Door J. DE GELDER, *waar mede* J. VAN DER OORT, C. BREEVILT, J. SCHEFFER, J. PAUW, J. VAN TWIST, *en* K. AKER *overëenkomen.*

Stel den *Pronik*-Wortel, welke één meer moet zyn dan het verschil van het *Product* en de som der gezochte getallen, gelyk aan $y^4 + y^2$: dan is $y^2 - y = 6$, gelyk het *Pronik*-getal, wiens wortel 2 is; derhalven $y^2 - y = 6$, en $y^2 - y + \frac{1}{4} = 6\frac{1}{4}$, waar uit $y - \frac{1}{2} = \frac{5}{2}$, of $y = 3$, en $y^4 + y^2 = 81 + 9 = 90$.

Stel, na dit bepaald te hebben, voor de gezochte getallen x en y; dan hebben wy deeze Vergelykingen,

$x^2 + y^2 + x + y = 242$

$2xy - 2x - 2y = 178 = 2 \times 90 - 2$ (2de.)

Komt $x^2 + 2xy + y^2 - x + y = 420$

Dus $x^2 + 2xy + y^2 - x + y + \frac{1}{4} = 420\frac{1}{4}$

Komt $x + y - \frac{1}{2} = 20\frac{1}{2}$

Der-

Derhalven $x+y=20$.

en $xy=178+x+y=110$.

Ook $x^2+y^2=242-x-y=242-21=221$

$2xy = 220$

(afgt

Komt $x^2-2xy+y^2=1$

Dus $x-y=1$

Maar $x+y=21$, gevonden

Dus $2x = 22$, $x=11$

of

$2y = 20$, $y=10$ de begeerde getallen.

Dat te vinden was.

XL. VOORSTEL. *Fig.* 29.

Door J. DE GELDER, J. VAN DER OORT, C. BREVILT, J. SCHEFFER, J. VAN TWISK, K. AKER, *en den* OPGEEVER.

Laat A de plaats zyn, van waar de drie Scheepen, volgens de Courſen AB, AD en AC, zeilen, die met elkander gelyke hoeken BAD en DAC maaken. Zy BDC een gedeelte van den evenwydigen Cirkel des Aardkloots, waar zy zich weder op gelyke Breedte bevinden. Wy zullen den Driehoek ABC als eenen rechtlynigen beſchouwen, dewyl zulks in de rekening weinig verſchil geeven zal.

Om

Om dat AD den hoek A midden door deelt, is

BD : DC :: AB : AC

Derh. $\overline{BD + DC} : \overline{AB + AC} :: \overline{BD} : \overline{AB} :: \overline{DC} : \overline{AC}$

$\overline{16 + 24} : \overline{80} :: \overline{16} : \overline{AB} :: \overline{24} : \overline{AC}$

Waar door men vetkrygt AB = 32, en BC = 48.

Eindelyk is $\overline{AD}^2 = AB, AC - BD \times DC = 32 \times 48 - 16 \times 24 = 1152$.

Derhalven AD = 33. 9.

En dus heeft B, 32, D, 33. 9 en C, 48 Mylen gezeilt.

Dat te vinden was.

XLI. VOORSTEL. *Fig.* 30.

Door C. Breevilt, *en* J. Scheffer, *waar mede de* Opgever, J. te Veltrup, J. de Gelder, J. Pauw, J. van der Oort, J. Visser, K. Aker, *en* J. van Twisk *overëenkomen.*

LEMMA.

De *Diameter* eens Cirkels, in eenen gelykzydigen Driehoek beschreeven, staat tot een zyde des Driehoeks als $\sqrt{3}$ tot 3.

Want AB + BC + AC of 3AC : BD :: AC : DF.

Dus $3DF = BD$.

Maar $\overline{BD}^2 = \overline{AB}^2 - \overline{AD}^2 = 3\overline{AD}^2 - \overline{AD}^2 = 3\overline{AD}^2$

Derhalven $BD = AD\sqrt{3}$

Of $3DF = AD\sqrt{3}$

$3DE = AC\sqrt{3}$

Nu is $DE = \sqrt{24300} = 90\sqrt{3}$

$3DE = AC\sqrt{3} = 270\sqrt{3}$

$\sqrt{3}$

$AC = 270.$

Dat te vinden was.

XLII. VOORSTEL.

Door de OPGEEVERS.

Stel de Getallen $= x, y, z, u, v$, enz.

en derzelver som $= p$.

Dan is $x + y + z + u + v + \text{enz.} = p$

$x + \frac{1}{2}y + \frac{1}{2}z + \frac{1}{2}u + \frac{1}{2}v + \text{enz.} = a$

$\frac{1}{3}x + y + \frac{1}{3}z + \frac{1}{3}u + \frac{1}{3}v + \text{enz.} = a$

$\frac{1}{4}x + \frac{1}{4}y + z + \frac{1}{4}u + \frac{1}{4}v + \text{enz.} = a$

$\frac{1}{5}x + \frac{1}{5}y + \frac{1}{5}z + u + \frac{1}{5}v + \text{enz.} = a$

Indien wy nu ieder volgende Vergelyking van de eerſte aftrekken

Dan is $\frac{1}{2}y + \frac{1}{2}z + \frac{1}{2}u + \frac{1}{2}v + \text{enz.} = p - a$

$\frac{2}{3}x + \ldots\ldots + \frac{2}{3}u + \frac{2}{3}v + \text{enz.} = p - a$

$\frac{3}{4}x + \frac{3}{4}y + \ldots\ldots + \frac{3}{4}v + \text{enz.} = p - a$

$\frac{4}{5}x + \frac{4}{5}y + \frac{4}{5}z + \ldots\ldots + \text{enz.} = p - a$

en zo vervolgens.

Hier

Hier door is $y+z+u+v+\text{enz.} = 2 \times \overline{p-a}$

$x+ \ldots : z+u+v+\text{enz.} = 1\tfrac{1}{2} \times \overline{p-a}$

$x+y+ \ldots u+v+\text{enz.} = 1\tfrac{1}{3} \times \overline{p-a}$

$x+y+z+ \ldots v+\text{enz.} = 1\tfrac{1}{4} \times \overline{p-a}$

en zo vervolgens.

verg.

Komt $\overline{n-1} \times \overline{x+y+z+u+v+\text{enz.}} =$

$2+1\tfrac{1}{2}+1\tfrac{1}{3}+1\tfrac{1}{4}+\text{enz.} \times p-a.$

Of, ſtellende $2+1\tfrac{1}{2}+1\tfrac{1}{3}+1\tfrac{1}{4}+\text{enz.}$ tot n *Termen* $= b$;

$\overline{n-1} \times \overline{x+y+z+u+v+\text{enz.}} = b \times \overline{p-a}.$

$n-1$

$$x+y+z+u+v+\text{enz.} = \frac{b \times \overline{p-a}}{n-1}$$

$$\text{Derh. } p = \frac{b \times \overline{p-a}}{n-1}$$

$n-1$

$\overline{n-1} \times p = b \times \overline{p-a}$

$b-n-1$ $\overline{bp-n-1 \times p = ba}$

$$p = \frac{ba}{b-n-1}$$

Derh. $x+y+z+u+v+$ enz. $= \frac{ba}{b-n-1}$

$y+z+u+v+u = 2\times\overline{\rho-a}y+z+u+x+$ enz. $= \frac{2\times\overline{n-1}\times a}{b-n-1}$

afg.

Rest x . . . . $= \frac{b-2\times\overline{n-1}\times a}{b-n-1}$

Op'gelyke wyze y . . . . $= \frac{b-1\frac{1}{2}\times\overline{n-1}\times a}{b-n-1}$

z . . . . $= \frac{b-1\frac{1}{3}\times\overline{n-1}\times a}{b-n-1}$

u . . . . $= \frac{b-1\frac{1}{4}\times\overline{n-1}\times a}{b-n-1}$

v . . . . $= \frac{b-1\frac{1}{5}\times\overline{n-1}\times a}{b-n-1}$

en zo vervolgens.

Zo nu gegeeven is $n=2$, dan is $b=2+1\frac{1}{2}=3\frac{1}{2}$.

Dus $x = \frac{3\frac{1}{2}-2\times a}{3\frac{1}{2}-1} = \frac{3a}{5}$, en $y = \frac{3\frac{1}{2}-1\frac{1}{2}\times a}{3\frac{1}{2}-1} = \frac{4a}{5}$

Gegeeven $n=3$, dan is $b=2+1\frac{1}{2}+1\frac{1}{4}=4\frac{3}{4}$.

Dus

Dus $x = \frac{4\frac{1}{2}a - 4 \times a}{4\frac{1}{2} - 2} = \frac{5a}{17}$, $y = \frac{4\frac{1}{2}a - 3 \times a}{4\frac{1}{2} - 2} = \frac{11a}{17}$, en

$$z = \frac{4\frac{1}{2}a - 2\frac{1}{2} \times a}{4\frac{1}{2} - 2} = \frac{13a}{17}.$$

Gegeeven $a = 4$; dan is $b = 2 + 1\frac{1}{2} + 1\frac{1}{3} + 1\frac{1}{4} = 6\frac{1}{12}$;

Dus $x = \frac{6\frac{1}{12}a - 6 \times a}{6\frac{1}{12} - 3} = \frac{a}{37}$, $y = \frac{6\frac{1}{12}a - 4\frac{1}{2} \times a}{6\frac{1}{12} - 3} = \frac{19a}{37}$,

$z = \frac{6\frac{1}{12}a - 4 \times a}{6\frac{1}{12} - 3} = \frac{25a}{37}$, en $u = \frac{6\frac{1}{12}a - 3\frac{1}{4} \times a}{6\frac{1}{12} - 3} = \frac{28a}{37}$.

En zo vervolgens.

ANDERS.

Door J. DE GELDER.

Stel voor de begeerde getallen p, q, r, s, t enz. tot n getallen, en derzelver som S: dan is

$$p + \tfrac{1}{2} \times \overline{q + r + s + t + \text{enz.}} = a$$
$$q + \tfrac{1}{3} \times \overline{p + r + s + t + \text{enz.}} = a$$
$$r + \tfrac{1}{4} \times \overline{p + q + s + t + \text{enz.}} = a$$
$$s + \tfrac{1}{5} \times \overline{p + q + r + t + \text{enz.}} = a$$
$$t + \tfrac{1}{6} \times \overline{p + q + r + s + \text{enz.}} = a$$

enz. tot n Vergelykingen.

Derhalven is $\frac{1}{1}S = a - \frac{1}{1}p$, of $S = 2a - p$ (A)

$\frac{1}{2}S = a - \frac{1}{2}q$, $S = 3a - 2q$.

$\frac{1}{3}S = a - \frac{1}{3}r$, $S = 4a - 3r$.

$\frac{1}{4}S = a - \frac{1}{4}s$, $S = 5a - 4s$.

$\frac{1}{5}S = a - \frac{1}{5}t$, $S = 6a - 5t$.

enz. enz.

Uit deeze Vergelykingen kunnen nu de waarden van p, q, r enz. in waarden bepaald worden, die alleen in de onbekende S, met bekenden beſtaan: want

$$p = \frac{2a - S}{1}$$

$$q = \frac{3a - S}{2}$$

$$r = \frac{4a - S}{3}$$

$$s = \frac{5a - S}{4}$$

$$t = \frac{6a - S}{5}$$

enz. tot zoo veele onbekende grootheden, als 'er te vinden zyn; indien dus S bekend wordt, zyn de getallen gevonden.

Laaten nu, om S te vinden, de Vergelykingen (A) met b, c, d, e enz. vermeenigvuldigd worden; dan heeft men deeze volgende

$$bS = 2ba - bp$$
$$cS = 3ca - 2cq$$
$$dS = 4da - 3dr$$
$$eS = 5ea - 4es$$
$$fS = 6fa - 5fs$$
enz.

Nu merk ik aan, dat zoo in deeze Vergelykingen $b = 2c = 3d = 4e = 5f$ enz. ware, de ſom derzelver eene Vergelykinge van S, en bekende grootheden zoude zyn.

Neemende b eene willekeurige onbepaalde grootheid; dan is $c = \frac{b}{2}$, $d = \frac{b}{3}$, $e = \frac{b}{4}$, $f = \frac{b}{5}$ enz. en de ſom der laatſte Vergelykingen neemende, is

$$(b+c+d+e+\text{enz.})\times S = \overline{2b+3c+4d+5e+\text{enz.}}\times a - b\times S.$$
$$\overline{2b+c+d+e+\text{enz.}}\times S = \overline{2b+3c+4d+5e+\text{enz.}}\times a$$
$$S = \frac{(2b+3c+4d+5e+\text{enz.})\times a}{2b+c+d+e+\text{enz.}}$$ Q.E.I.

VOORBEELD.

Laat ons deeze algemeene Oplosſing terſtond door een Voorbeeld in getallen opheldéren. Zy $n = 4$, en $a = 37$.

Stel dan $b = n = 4$; dan is

$$4S = 8a - 4p$$
$$2S = 6a - 4q$$
$$1\frac{1}{2}S = 5\frac{1}{2}a - 4r$$
$$S = 5a - 4s$$

$$8\tfrac{1}{2}S = 24\tfrac{1}{2}a - 4S$$

$$12\tfrac{1}{2}S = 24\tfrac{1}{2}a$$

$$S = \frac{73a}{37} = 73$$

Nu zyn $p = 2a - S = 74 - 73 = 1$

$$q = \frac{3a - S}{2} = \frac{111 - 73}{2} = 19$$

$$r = \frac{4a - S}{3} = \frac{148 - 73}{3} = 25$$

$$s = \frac{5a - S}{4} = \frac{185 - 73}{4} = 28$$

} de begeerde getallen.

XLIII. VOORSTEL.

Door J. DE GELDER, *waar mede* J. TE VELTRUP, J. VAN DER OORT, J. VISSER, K. AKER, *en* J. VAN TWISK, *overeenkomen.*

Wanneer aan alle de Erfgenaamen $5\frac{1}{2}$ wordt uitgedeeld, komen de overige daar van $4\frac{1}{2}$ deel toe: derhalven komen van $5\frac{1}{2}$ den genoemden Erfgenaam $5\frac{1}{2} - 4\frac{1}{2} = 1\frac{1}{25}$ toe; dus is volgens de gronden der *Gezelschaps-Rekening*,

$5\frac{1}{2} : 1\frac{1}{35} :: 675000$ Guld. : x.

Of $175 : 31 :: 675000 : x$.

Of eindelyk $7 : 31 :: 27000 : x$.

$7x = 31 \times 27000 = 837000$

$$x = \frac{837000}{7} = 119571\frac{3}{7}$$ Guldens zyne portie.

Dat te vinden was.

NB. De Opgeever vindt 45000 Guld., door een fout in de berekening te begaan, naamelyk door $4\frac{1}{2}$ abusivelyk $= \frac{9}{2}$, in plaats van $\frac{9}{1}$, te stellen; een feil, die ons by de eerste overziening zyner Ontbindinge ontglipt is.

XLIV. VOORSTEL. *Fig.* 31.

Door den OPGEEVER, C. BREEVILT, J. SCHEFFER, J. TE VELTRUP, J. PAUW, J. VAN TWISK, K. AKER, *en* JACOB BOLTEN JANSZ.

Laat BG & BF te saamengevoegd, en CD verlengd worden, ontmoetende BG, in E.

Dan is AB : CD :: AF : CF.

Divid. AB–CD : AB :: AF–CF : AF.

Of $(5-3) 2 : 5 :: 12 :$ AF.

Komt AF $= 30$.

AB : CE :: AG : CG.
Divid. AB—CE : AB :: AG—CG : AG.
Of $(5-4\frac{4}{5})\frac{1}{5}$: 5 :: 12 : AG.

Komt AG = 360
AF = 30
afg.
GF = 330 Voet in $\frac{1}{2}$ Minuut.
120
Dus 39600 Voeten, of 3300 Roeden in een uur.

XLV. VOORSTEL. *Fig.* 32.

Door J. VAN TWISK, J. TE VELTRUP, P. BRECHT, C. BREEVILT, *en* J. SCHEFFER.

Laat (in de Figuur) AB en CD (die elkander in G ſnyden) de doorſnydende lynen, en AE de *Diameter* zyn.

Voeg BE, CE (die elkander in F ſnyden) en AC te ſaamen, en trek uit het middenpunt van den Cirkel, OF, die de Lyn CD in H te midden doorſnydt.

Dan is ∠CHF = ∠DHF,
CH = DH,
HF = HF.

Ge-

Gevolglyk CF = DF.

Om dat CF×FE = DF×BF is (*Meetk.* II. 3 *Boek*)

Daarom ook CE = BD.

Nu is $\overline{CG}^2 + \overline{AG}^2 = \overline{AC}^2$ (*Meetk* 6. 2 *Boek*)

$\overline{GD}^2 + \overline{GB}^2 = \overline{BD}^2 = \overline{CE}^2$ (*ibid.*)

verg.

$\overline{CG}^2 + \overline{AG}^2 + \overline{GD}^2 + \overline{GB}^2 = \overline{AC}^2 + \overline{CE}^2$

Maar $\overline{AC}^2 + \overline{CE}^2 = \overline{AE}^2$

Dus ook $CG + \overline{AG}^2 + \overline{GD}^2 + \overline{GB}^2 = \overline{AE}^2$. Q.E.D.

XLVI. VOORSTEL.

Door den Opgeever, J. te Veltrup, J. van der Oort, C. Breevilt, K. Aker, J. Scheffer, J. Pauw, *en* J. van Twisk.

Bruto	Netto	
110	100	1

Casgeld	Bankgeld	10
$102\frac{1}{2}$	100	11

Ver-

Verkoop 116 • Inkoop 100 • 4000 — Bankgeld 4521

100000 — Inkoop. 131109

Bruto 112 • Netto 100 • 1

Casgeld 103 • Bankgeld 100 • 25/28

625 — Verkoop 721

100000 — Inkoop 131109

Inkoop 100000 — 131109 — 9843125 — 94529589 — Winst — Inkoop 100

Komt 13 3761/5768 ten 100 gewonnen.

XLVII. VOORSTEL.

Door J. DE GELDER, *waar mede de* OPGEEVER, J. TE VELTRUP, J. PAUW, J. VAN DER OORT, J. VAN TWISK, J. SCHEFFER, *en* C. BREEVILT *overëenkomen.*

Stel

Stel $\square = x$; dan heeft men

$$100 \text{ Cap.} : 100x + 50 \text{ Cap.} :: x \text{ winst} : \frac{100x^2+50x}{100} = \frac{2x^2+x}{2}$$, den ſimpelen intrest van $100x + 500$ in één Jaar : dus is de ſimpele intrest in twee Jaaren $2x^2 + x$, en Capitaal en Intrest na het eerſte Jaar $\frac{2x^2+201x+100}{2}$: derhalven

$$100 \text{ Cap.} : \frac{2x^2+201x+100}{2} \text{ Cap.} :: x \text{ Winst} : \frac{2x^3+201x^2+100x}{200}$$, den Intrest van Intrest des Capitaals in de twee Jaaren.

Nu is volgens de bepaaling van het Voorſtel

$$\frac{2x^3+401x^2+100x}{200} - 2x^2 - x = 2\tfrac{17}{100}$$

$$2x^3 + 401x^2 + 100x - 200x^2 - 100x = 468$$

Of $2x^3 + x^2 - 468 = 0$

$x = -2$	-480	1, 2, 3, 4, 5, 6, 8. 10. 12 enz.	8
$x = -1$	-469	1, 7, 37, 469 enz.	7
$x = 0$	-468	1, 2. 3. 4. 6. 9 enz.	6de *Progreſſie*
$x = 1$	-465	1, 3, 5, 15. 31 enz.	5
$x = 2$	-448	1, 2, 4, 8 enz.	4

Dus is $x = 6$, het Capitaal 650 Rykd., en het Per Cento 5.

Dat te vinden was.

XLVIII.

XLVIII. VOORSTEL.

Door den OPOBSERVER, J. TE VELTRUP, J. VAN DER OORT, *en* J. DE GELDER.

Vermits het getal der Roeden, dat de lengte aanduidt, met een 0 eindigt, zo moet volgen, dat het getal der Roeden, die het Land groot is, ook met een nul eindigen zal; derhalven □ = 0.

Nu is volgens het Voorstel

△ + 3 = ⊙, ☾ = ⊙ − 1

Of △ + 3 = ☾ + 1 ☾ + 1 = ⊙

△ = ☾ − 2

4

4△ = 4☾ − 8

en 50 + ☾ . 2 + 1 = 19△ + 5☾ + ⊙

Of 101 + 2☾ = 19△ + 5☾ + ⊙

101 − 3☾ = 19△ + ⊙

1 + ☾ = ... ⊙ afget.

100 − 4☾ = 19△

− 8 + 4☾ = 4△ verg.

92 . . . = 23△

△ = 4

△ + 3 = ⊙ = 7

⊙ − 1 = ☾ = 6

Dus

Dus bleef de Boer uit 7 dagen

$$\frac{49}{8}$$

57 Roeden het Land breed;

en 42 Morgen 450 vierkante Roeden het Land groot.

Als mede 1 □ = 10 St. geniet de Boer 's daags.

De Menſchen, die 'er aan arbeiden, ſtaan in eene *Arithmetiſche Progreſſie* waar van de eerſte *Term* 2, de opgang 2, en de meenigte der *Termen* 56 is; derhalven de laatſte *Term* 112, zynde het getal der Menſchen die 'er aangewerkt hebben.

Op den eerſten dag worden 'er 16 Roeden beplant, en om dat 'er dagelyks 2 mannen by komen, zo worden 'er ook dagelyks 16 Roeden meer beplant; derhalven heeft men eene *Arithmetiſche Progreſſie* van 56 *Termen*, waar van de eerſte *Term* 16, en de opgang 16 is; dus worden de Roeden door het Iſte Geval §. LIII van 't 2de deel der *Inleiding tot de Math. Weetenſ.* van den Heer A. B. STRABBE, aldus uitgedrukt:

$$56 \times 16 + \frac{56 \times 56 - 1}{2} 16 = 25136 \text{ Roeden, zynde}$$

42 Morgen en 336 □ Roeden, dit
van 42 Morgen 450 □ Roeden afget.

Rest 114 □ Roeden het overſchot.
Op den laatſten dag werken 'er 112 Mannen aan
à 8 □ Roeden

□ Roeden
896 □ Roeden à 10 uur. à 114

Komt

Komt $1\frac{61}{224}$ uur, of 1 uur 16 min.

20 $\frac{5}{14}$ ſeconden, de tyd die over het overſchot gewerkt wordt; dus in 't geheel 56 dagen $1\frac{61}{224}$ uur.

Op den eerſten dag krygen de 2 Menſchen te ſamen 20 ſtuivers, en, volgens den aart van 't Voorſtel, dagelyks 20 ſtuivers meer; dus wedet eene *Arithmetiſche Progreſſie* van 56 *Termen*, waar van de eerſte *Term* 20, en de opgang 20 is, zo dat, door 't Geval § LIII. van 't gemelde Werk, de ſom dus uitgedrukt wordt:

$$56 \times 20 \frac{56 \times 56 - 1}{2} 20 = 31920 \text{ St. of } f\ 1596.$$

De 112 Menſchen diee over het overſchot werken, verdienen in één dag *f* 56; dus heeft men:

uren uur

$$10 : f\ 56 :: 1\frac{61}{224} : 7\frac{1}{2} \text{ Guldens het overſchot.}$$

$3\frac{1}{2}$ *Guld.* de Boer in 7 dagen:
f 1596 hier boven gevonden.

f 1606½ in 't geheel.

Om den Zonnen-Cirkel te vinden

$$\frac{1790}{9} \text{ verg.}$$

$$\frac{1799}{28}$$

Rest 7 voor den Zonnen-Cirkel; dus C de Zondags-letter.

Om

Om het Gulden-getal te vinden.

1790 't Gulden-getal $5 \times 4 \times 90 = 1800$
1
—— verg. de Zonnencirkel $7 \times 2 + 1 =$ 15
19 < 1791 < 94. ———————— afget.
1785 het
Rest 5 voor 't Gulden-getal Jaar waar in het gebeurde.

9 duim-getal

14 Epacta.
1 Maandgetal.

15 dit
van 30

Rest 15 Maart Nieuwe Maan, dus 30 Maart Volle Maan.

Vermits de Maand Maart met D begint, en de Zondagsletter C is; derhalven heeft men den eersten Maart op Maandag, en den 30sten op Dingsdag, zynde de dag van de Paasch-Volle Maan 1790. Zo dat de Werklieden beginnen op den 30 Maart van 't Jaar 1785, zynde Woensdag.

$5 \mathbb{C} = 56$ Dagen wordt 'er aan gewerkt
6

9 Weeken en 2 Dagen, behalven de Zondagen. Waar uit ten klaarsten afteleiden is, door dien dezelve op Woensdag begonnen zyn, dat 'er gedurende dien tyd 9 Zondagen verloopen zyn; derhalven zyn de dagen, die 'er verloopen zyn, van den beginne tot het einde toe 65 dagen; zo datze

den 2 Juny, zynde Donderdag, het werk ten einde gebragt hebben.

XLIX. VOORSTEL.

Door J. DE GELDER.

Dit Vraagstuk is één der schoonste, voortreffelykste en nuttigste der geheele Natuurkunde; wy worden door hetzelve niet alleen opgeleid tot de waare gedaante onzes Aardkloots, maar het bevestigt ons ook, proefondervindelyk, die schoone Wetten der zwaarte, en middelpuntskrachten, welke ons de groote NEWTON in zyne *Principia Mathematica* geleerd heeft. — Ons tegenwoordig Voorstel vereischt volstrekt geene kennis van het Slinger-Uurwerk (hoedanig een men onderstellen moet door den Heer *Opgeever* bedoeld te worden.) *Men behoort alleen* te weeten, dat de versnelling of vertraaging van het Uurwerk (alle de deelen deszelven wél gesteld zynde) altyd aan de versnelling of vertraaging des slingers éventredig is, en haare oorzaak alléén daar in moet gezocht worden. Ten anderen dat in een bepaalden tyd, op het Uurwerk verstroeken, het aantal der slingeringen (het zy die tyd van de waare afwykt, of daar méde overeenstemt) gelyk is.

Dit onder het ooge houdende, *laat dan de tyd*, waar in het Uurwerk de hoeveelheid d veragtert, T genoemd worden; dan zyn de hoeveelheden der slingering in T, op de oppervlakte der Aarde, gelyk aan die, welke in $T + d$ op den top des Bergs voorvallen, en de tyd eener slingering op de oppervlakte der Aarde tot die eener slingering op den top des Bergs is als T tot $T + d$ *directè*. Want x en y de slingertyden op de oppervlakte der Aarde en op den top des Bergs noemende, en het getal der slingeringen is $nx = T$, $ny = T + d$; dus $nx : ny :: x : y :: T :$

T

$T + d$. Noem nu R de Radius der Aarde, x de hoogte des Bergs; dan zyn, (de lengte der slingerroede dezelfde blyvende,) de zwaarte-kracht, waar door de slinger aangedaan wordt, als het vierkant der slingertyd omgekeerd; maar de zwaarte-kracht is als het *quadraat* des afstands van het *Middelpunt*; indien men onderstelt, dat de Aardkloot in al deszelfs deelen een gelyke dichtheid hebbe; (*per Newt. Princ. Math. prop.* 3 *libr.* 3 *de System. Mundi*); dus zyn de vierkanten den slingertyden als de vierkanten der afstanden van het middelpunt, of

$$R^2 : (R+x)^2 :: T^2 : (T+d)^2$$

dus $R : R+x :: T : T+d$

en dividendo $x : d :: R : T$

waar door $x = \frac{d}{T} \times R$ de hoogte des Bergs. Q. E. I.

Dit is eene algemeene *Formula*, waar door de hoogte des Bergs bekend wordt; zoo dra T, d en R in getallen gegeeven zyn.

Wanneer men, om de deeling der getallen te vermyden, van de *Logarithmi* wil gebruik maaken, is $Log.\ x = Log.\ d + Log.\ R - Log.\ T$; of $\frac{d}{T} = \frac{1}{q}$; maakende $Log.\ x = Log.\ R - Log.\ q$.

In ons tegenwoordig geval is gegeeven $R = 19686078$ Fransche Voeten, $T = 24$ uuren, één etmaal, of $1440'$, en $d = 2'$; dus $\frac{d}{T} = \frac{1}{720} = \frac{1}{q}$; by gevolg $q = 720$; nu is

Log. R = 7, 2941591
Log. q = 2, 8573325

Log. x = 4, 3368266 *Log.* van 27341,775

Franſche Roeden voor de hoogte des Bergs; maar eene Myl heeft of houdt 22812 Franſche Voeten naby, dus x = 1,199 Myl, waar van 'er 15 in een Graad gaan, of zeer naby 18 Hollandſche uuren gaans.

Dat te vinden was.

L. VOORSTEL.

Door den Opgeever.

Twee gevallen komen hier in aanmerking, welke wy afzonderlyk zullen verhandelen. 1°. Om de gegeevene *Equatie* te veranderen in eene andere, waar van de wortel $y = x^m + ax^p + bx^q + cx^r + dx^s$ + enz. + ex^z. 2° Dezelve te veranderen in eene andere, waar in de wortel zy $y = \frac{l}{k}(x^m + ax^p + bx^q + cx^r + dx^s$ + enz. + $ex^\varphi)$. Het eerſte geval, als het eenvoudigſte, en het tweede daar uit kunnende afgeleid worden, zullen wy in de eerſte plaats behandelen.

Stel ten dien einde in de gegeevene *Equatie* $x^n - Ax^{n-1}$ + enz. S de ſom der Wortelen, S^I de ſom derzelver Vierkanten, S^{II} de ſom der Cuben, S^{III} de ſom der vierde Magten enz.; dan is volgens het *Theorema*, bewe-

weezen in de oplosſing van het 248 *Voorſtel der Twee-de Verzameling van Mathematiſche en andere Voorſtellen.*

$$S = A.$$
$$S' = -2B + AS.$$
$$S'' = 3C - BS + AS'$$
$$S''' = -4D + CS - BS' + AS''$$
$$S'''' = 5E - DS + CS' - BS'' + AS'''$$
$$S^{n'''} = -6F + ES - DS' + CS'' - BS''' + AS^{n''}.$$

enz. enz.

Deeze ſommen zullen derhalven uit de *Coëfficienten* A, B, C, D, E, enz. van de gegeevene *Equatie* $x^n - Ax^{n-1} + Bx^{n-2} + \text{enz.} = o$, in getallen opgegeeven zynde, bekend worden. Het zal noodig zyn de ſommen door rekening zoo ver te zoeken, als het *Product* van n met m, die ik de hoogſte *Exponent* in de gegeevene *Functie* $x^m + ax^p + \text{enz.}$ onderſtelle, eenheden in zich bevat. Het welk door de volgende redeneering klaar blyken zal.

Stel nu P, Q, R, S, T enz., de Wortelen der gegeevene *Equatie* $x^n - Ax^{n-1} + Bx^{n-2} + \text{enz.} = o$ te zyn; dan heeft men, door voor x in de gegeevene *Functie* agtervolgens de waarden te plaatſen,

$$1^o.\ P^m + aP^p + bP^q + cP^r + dP^s + \text{enz.} + e \quad (M)$$
$$Q^m + aQ^p + bQ^q + cQ^r + dQ^s + \text{enz.} + e$$
$$R^m + aR^p + bR^q + cR^r + dR^s + \text{enz.} + e$$

$$S^m + aS^p + bS^q + cS^r + dS^s + \text{enz.} + e$$
$$T^m + aT^p + bT^q + cT^r + dT^s + \text{enz.} + e$$
enz.

Dit voortgezet zynde tot zoo veel Wortelen, als de gegeevene *Equatie* in zich bevat, heeft men de Wortelen der gezochte *Equatie* $y^n - A'y^{n-1} + B'y^{n-2} - C'y^{n-3} + \text{enz.} = 0$.

2°. Verheffende nu $y + x^m + ax^p + bx^q +$ enz. tot de tweede Magt, heeft men $y^2 = x^{2m} + 2ax^{m+p} + a^2x^{2p} + 2bx^{m+q} + \ldots\ldots$
$$\left(2abx^{p+q} + \text{enz.} + e^2\right.$$

In deeze laatste Vergelyking voor x deszelfs waarden P, Q, R, S, T plaatsende, heeft men,

$$(N)\ P^{2m} + 2aP^{m+p} + a^2P^{2p} + 2bP^{m+q}$$
$$\left(+ 2abP^{p+q} + b^2P^{2q} + \text{enz.} + e^2\right.$$
$$Q^{2m} + 2aQ^{m+p} + a^2Q^{2p} + 2bQ^{m+q} + \ldots\ldots$$
$$\left(2abQ^{p+q} + b^2Q^{2q} + \text{enz.} + e^2\right.$$
$$R^{2m} + 2aR^{m+p} + a^2R^{2p} + 2bR^{m+q} + \ldots\ldots$$
$$\left(2abR^{p+q} + b^2R^{2q} + \text{enz.} + e^2\right.$$

S^{2m}

$$S^{2m} + 2aS^{m+p} + a^2S^{2p} + 2bS^{m+q} + \ldots$$
$$(2abS^{p+q} + b^2S^{2q} + \text{enz.} + e^2.$$
$$T^{2m} + 2aT^{m+p} + a^2T^{2p} + 2bT^{m+q} + \ldots$$
$$(2abT^{p+q} + b^2T^{2q} + \text{enz.} + v^2.$$

enz. enz.

Dit wederom voortgezet zynde tot zoo veel Wortelen, als 'er in de gegeevene *Equatie* $x^n - \ldots A x^{n-2} + B x^{n-2} - \text{enz.} = 0$ zyn, heeft men de tweede magten der Wortelen in de gezochte *Equatie* $y^n - A^1 y^{n-1} + B y^{n-2} - C y^{n-3} + \text{enz.} = 0.$

3. Verheffende de *Equatie* $y = x^m + a x^p + \text{enz.} + e$ tot de derde magt, heeft men $y^3 = x^{3m} + \ldots 3a x^{2m+p} + 3aa x^{m+2p} + a^3 x^{3p} + \text{enz.} + e^3$; en fubftituerende voor x dezelfs waarden P, Q, R, S, T enz. heeft men,

$$(P). \; P^{3m} + 3aP^{2m+p} + 3aaP^{m+2p} + a^3P^{3p} (+\text{enz.} + e^3.$$

$$Q^{3m} + 3aQ^{2m+p} + 3aaQ^{m+2p} + a^3Q^{3p} (+\text{enz.} + e^3c$$

$$R^{3m} + 3aR^{2m+p} + 3aaR^{m+2p} + a^3R^{3p} (+\text{enz.} + e^3c$$

$$S^{3m} + 3aS^{2m+p} + 3aaS^{m+2p} + a^3S^{3p} (+\text{enz.} + e^3c$$

$$T^{3m} + 3aT^{2m+p} + 3aaT^{m+2p} + a^3T^{3p} (+\text{enz.} + e^3c$$

enz. enz.

Deeze uitdrukkingen zyn wederom gelyk de Cuben der Wortelen van de *gezochte Equatie* $y^n - A'y^{n-1} + B'y^{n-2} - Cy^{n-3} + \text{enz.} = 0.$

Op dezelfde wyze voortgaande, met $y = x^m + \text{enz.}$ tot de vierde, vyfde, zesde, enz. magten te verheffen, zal men de waarden der vierde, vyfde, enz. magten van de Wortelen der gezochte *Equatie* kunnen vinden. Elk ziet ondertusschen, dat dit zoo ver zal moeten voortgezet worden, als n eenheden in zich bevat.

Ik merk nu aan, dat zoo van de gezochte *Equatie* $y^n - A'y^{n-1} + B'y^{n-2} - \text{enz.} = 0$, de som der Wortelen, de som van derzelver tweede magten, die van de derde magten enz. konden bepaald worden, de *Coëfficienten* A', B', C' enz. van de gezochte *Equa-*

Equatie $y^n - A'y^{n-1} +$ enz. $= o$ door het vooren aangehaalde *Theorema*, bekend kunnen worden, en dus ook de gezochte *Equatie* zelve.

Dit oogmerk zyn wy in ſtaat te bereiken, door middel van het geen wy ſtraks bepaalden. Uit de Vergelykingen (M) zie ik, dat van de gezochte *Equatie* de ſom der Wortelen gelyk is aan de ſom der m de magten, plus a maal de ſom der de magten, plus b maal de ſom der q de magten, plus c maal de ſom der r de magten, plus d maal de ſom der s de magten van de gegeevene *Equatie*, plus n maal het ledige getal e, dan deeze ſommen zyn, gelyk vooren aangetoond is, bekend: de ſom der Wortelen in de gezochte *Equatie* $y^n - A'y^{n-1} + B'y^{n-2}$ — enz. $= o$ zyn dan meede bekend.

In de *Equatien* N is de ſom der Vierkanten van de Wortelen der gezochte *Equatie* $y^n - A'y^{n-1} + \ldots B'y^{n-2} - Cy^{n-3} +$ enz. $= o$, gelyk aan de ſom der $2m$ de magten, plus $2a$ maal de ſom der $m + p$ de magten, plus enz. van de Wortelen der gegeevene *Equatie* $x^n - Ax^{n-1} +$ enz. $= o$, en dan nog n maal het Quadraat van het ledige getal e.

In de *Equatien* P is de som van de derde magten de der gezochte *Equatie* gelyk aan de som der 3 m magten + enz. van de gegeevene *Equatie*, plus nog n maal de derde magt van het ledige getal e.

De redeneering op dezelfde wyze voortzettende ziet men, dat de som der eerste, tweede, derde, vierde magten enz. van de Wortelen der gezochte *Equatie* bekend zyn, en tevens de reden, waarom van de gegeevene *Equatie* de sommen der agtervolgende magten van haare Wortels zoo ver moeten bepaald worden, als $n \times m$ eenheden in zich bevat.

Neemende nu de sommen der 1e, 2e, 3e, 4e enz. magten van de gezochte *Equatie* $s, s^I, s^{II}, s^{III}, s^{IV}$, enz.: dan is door het hier te vooren aangehaalde *Theorema*.

$$A^I = s$$

$$B^I = \frac{A^I s - s^I}{2}$$

$$C^I = \frac{B^I s - A^I s^I + s^{II}}{3}$$

$$D^I = \frac{C^I s - B^I s^I + A^I s^{II} - s^{III}}{4}$$

enz.

waar door dan A^I, B^I, C^I, D^I, de *Coëfficienten* der *Termen* van de grootste *Equatie*, bekend worden, zoo dra men s, s^I, s^{II}, s^{III}, s^{IIII} enz. in getallen bepaald heeft.

De

De oplossing van het eerste geval nu algemeen aangetoond hebbende, zullen wy dezelve op een Voorbeeld toepassen.

VOORBEELD.

Gegeeven zynde $x^3 - 3x^2 + 6x - 10 = 0$. *Verandert die in een andere Cubik-Equatie, doch zonder eenige Radice dadelyk te ontdekken; de Radice zy* y, *en zal zyn* $y = x^3 + 6xx + 8x + 4$. *De vraag is hoe men de Ontbinding moet inrichten, en welke de begeerde Equatie zy* (*)?

De gegeevene *Equatie* met $x^n - Ax^{n-1} + \ldots Bx^{n-2} - Cx^{n-3} +$ enz $= 0$ vergelykende, heeft men $n = 3$, $A = 3$, $B = 6$, $C = 10$; hier is de gegeevene *Functie* $y = x^3 + 6x^2 + 8x + 4$; en de gezochte *Equatie* $y^3 - A'y^2 + By - C = 0$.

$$S = A = 3.$$
$$S' = AS - 2B = 3 \times 3 - 2 \times 6 = -3.$$
$$S'' = 3C - BS + AS' = 3 \times 10 - 6 \times 3 - 3 \times 3 = 3.$$
$$S''' = CS - BS' + AS'' = 3 \times 10 + 6 + 3 \times 3 = 57.$$
$$S'''' = CS' - BS'' + AS''' = 10 \times 3 - 6 \times 3 + 3 \ldots \times 57 = 123.$$
$$S'''''$$

(*) N. 202 HALKENS *Zinnen-Confect.*

$S^{4'''} = CS^{''} - BS^{'''} + AS^{''''} = 10 \times 3 - 6 \times 57 + 3$
$(\times 123 = 57.$
$S^{5'''} = CS^{'''} - BS^{''''} + AS^{'''''} = 10 \times 57 - 6 \times 123 + 3$
$(\times 57 = 3.$
$S^{6'''} = CS^{''''} - BS^{'''''} + AS^{''''''} = 10 \times 123 - 6 \times 57 + 3$
$(\times 3 = 897.$
$S^{7'''} = CS^{'''''} - BS^{''''''} + AS^{'''''''} = 10 \times 57 - 6 \times 3 + 3$
$(\times 897 = 3243.$

Dit wordt voortgezet tot de som der 9de magten, om dat het Product van 3, de hoogste Exponent van de gegeevene Vergelyking, met 3, de hoogste Exponent in de gegeevene *Functie*, negen eenheden in zich bevat.

Voorts is

$y = x^3 + 6x^2 + 8x + 4$
$y^2 = x^6 + 12x^5 + 52x^4 + 104x^3 + 112x^2 + 64x$
$(+ 16.$
$y^3 = x^9 + 18x^8 + 132x^7 + 516x^6 + 1200x^5 + 1776$
$(x^4 + 1712x^3 + 1056x^2 + 384x + 64.$

Derhalven is in de gezochte *Equatie* de som der Wortelen gelyk de som der *Cuben*, plus 6 maal de som der Quadraaten, plus 8 maal de som der *Wortelen* in de gegeevene *Equatie*, en dan noch met driemaal het ledige getal 4.

Dus $S = 21$
$S' = 4713$
$S'' = 301341$ (*).

$A' =$

(*) Welke uit de waardens van y^2, y^3, even als in de algemeene Oplosſing is aangetoond, afgeleid worden. Eindelyk door het bekende *Theorema*,

$$A' = s = 21.$$

$$B' = \frac{A's - s''}{2} = \frac{21 \times 21 - 4713}{2} = -\frac{4272}{2} = 2136$$

$$C' = \frac{B's - A's' + s''}{3} = \ldots\ldots\ldots$$

$$\frac{-2136 \times 21 - 21 \times 4713 + 301341}{3} = 52504.$$

en derhalven is de begeerde *Equatie* $y^3 - 21y^2 - 2136y - 52504 = 0$.

Dit voorbeeld, dat het 202 Voorſtel van HALKENS *Zinnen-Confect* is, kan ook nog wel anders door eene byzondere Kunstgreep worden opgelost, gelyk in PANSERS *Mathematiſche Rariteitkamer* te zien is. Deeze aangehaalde Oplosſing is zeer kunſtig; maar mist het algemeene van de voorgaande.

Meer voorbeelden zou ik hier kunnen bybrengen, welke door geen byzondere Kunstgreep anders, dan door deeze algemeene Oplosſing, gevonden kunnen worden: Maar de kortheid van myn beſtek gebiedt my dezelve agterweeg te laaten. Ik zal liever in het korte aantoonen, welke byzondere leerwyzen uit deeze algemeene Oplosſing kunnen afgeleid worden.

1°. De Wortelen eener gegeevene vergelyking kunnen door dezelve met een zeker getal verhoogd of verlaagd worden: ſchoon de gewoone Leerwyze, welke men daar toe te werk ſtelt, korter en fraaiër is.

2°. Eene *Equatie* gegeeven zynde, kan men eene andere *Equatie* van dezelfde magt vinden, zoodanig, dat de Wortelen der gezogte *Equatie* de geſlagten zyn der *Poligonaal*-getallen, wier Wortels de Wortelen van de gegeevene *Equatie* zyn.

In

In myne Oplosſingen van Voorſtel 243 en 244 van het tweede Deel der *Kunsteffeningen* heb ik het Genootſchap de navolgende *Formulæ* voor de oneindige geſlagten der *Polygonalen* medegedeeld. Namelyk *n* de Wortel van een *Polygonaal*-getal zynde, *s* de naam des Veelhoeks, dan worden de achtereenvolgende geſlagten der *Polygonaal*-getallen, door de volgende *Formulæ* uitgedrukt.

$$1^{o}.\quad \frac{n-2}{2}.m^{2}-\frac{n-4}{2}.m.$$

$$2^{o}.\quad \frac{n-2}{2}.\frac{m.m+1}{1.2}.2m+1\quad \frac{n-4}{2}.\frac{m.m+1}{1.2}.$$

$$3^{o}.\quad \frac{n-2}{2}.\frac{m.m+1.m+2}{1.2.3}.n+2\quad \frac{n-4}{2}.\frac{m.m+1.m+2}{1.2.3}.$$

$$4^{o}.\quad \frac{n-2}{2}.\frac{m.m+1.m+2.m+3}{1.2.3.4}.2m+3\quad \frac{n-4}{2}.\frac{m.m+1.m+2.m+3}{1.2.3.4}.$$

$$5^{o}.\quad \frac{n-2}{2}.\frac{m.m+1.m+2.m+3.m+4}{1.2.3.4.5}.n+4\quad \frac{n-4}{2}.\frac{m.m+1.m+2.m+3.m+4}{1.2.3.4.5}.$$

$$\text{&c.}\quad \textit{ad inf.}$$

Elk

Elk ziet ligt, dat deeze *Formule*, zoo dra *n* in getallen is opgegeeven, tot het nu opgeloste geval behooren, of daar toe gebragt worden. Om dit met Voorbeelden optehelderen is iets, dat ik voor myne Leezeren overlaat.

3. Door deeze algemeene Oplosſing, kan men eene gegeevene *Equatie* in eene andere van dezelfde magt veranderen; zoodanig, dat de Wortelen der gezogte *Equatie* eene zekere magt van de Wortelen der gegeevene *Equatie* zyn.

Het eerſte geval van de voorgeſtelde algemeene Vraag opgelost hebbende, volgt het tweede van zelve. Men heeft ſlegts 1°. de Wortelen der gegeevene *Equatie* $x^n - Ax^{n-1} + Bx^{n-2} + Cx^{n-3} + \text{enz.} = 0$ zoodanig te veranderen; dat *y*, de Wortel der gezogte *Equatie* $y^n - A'y^{n-1} + B'y^{n-2} + C'y^{n-3} + \text{enz.} = 0$, aan $x^p + ax^q + bx^r + cx^s + dx^t + \text{enz.}$ gelyk zy, gelyk in het eerſte geval aangetoond is: 2°. Volgens de derde Leerwyze, uit het eerſte geval afgeleid, de *Equatie* $A'y^{n-1} + By^{n-2} + Cy^{n-3} + \text{enz.} = 0$ bekend hebbende, dezelve in eene andere *Equatie* $A''z^{n-1} + B''z^{n-2} + C''z^{n-3} + \text{enz.} = 0$ te veranderen, zoodanig dat $z = y^{\varphi}$ zy. 3°. Eindelyk, gelyk bekend is, de Wortelen *z* van de nieuwe verkreegene

Equa-

Equatie $z^n - A''z^{n-1} + B''z^{n-2} - \text{enz.} = o$, met $\frac{l}{p}\left(x^m + ax^p + bx^q + cx^r + dx^s + \text{enz.} + e\right)^{\varphi}$.

Dat te vinden was.

Nu zou ik kunnen overgaan om het omgekeerde van dit Vraagſtuk op te losſen; om naamelyk, $y^n - A'y^{n-1} + B'y^{n-2} - Cy^{n-3} + \text{enz.} = o$ bekend gegeeven zynde, de *Equatie* $x^n - Ax^{n-1} + Bx^{n-2} - \text{enz.} = o$; te vinden, zoodanig dat $y = \frac{l}{p}\left(x^m + ax^p + bx^q + \text{enz.} + e\right)^{\varphi} zy$.

Dan, gelyk het reeds eene bewezene waarheid is, dat de grootheden gemaklyker ſaamen te ſtellen, dan te ontleden zyn, alzoo heeft het hier ook plaats. Ik heb my verledigd het omgekeerde van het Vraagſtuk op te losſen, waar door ik voor A, B, C, D, enz. zulke ſaamengeſtelde en geſtrengelde Vergelykingen verkreeg, zelfs in *eenvoudige gevallen*, dat ik niet dorst onderneemen *dezelve* op te losſen. Hetwelk my met gegronde redenen heeft doen beſluiten, dat het omgekeerde, op deeze wyze, wel *Theoretiſch*, maar niet werkdaadig kan worden opgelost: En dat men in ſommigen zulker gevallen zyn toevlugt tot byzondere Kunſtgreepen zou moeten nemen.

L. VOOR-

LI. VOORSTEL.

Door A. VRYER, *waar mede de* OPGEEVERS *en* J. DE GELDER *overeenkomen.*

Stelt voor de begeerde getallen x en y
Dan staat, volgens 't Voorstel,

$$x+y : x^3+y^3 :: p : q$$

$$q \cdot \overline{x+y} = p\,\overline{x^3+y^3}$$

$$x+y \quad q = p.\overline{xx-xy+yy}$$

$$p \quad \frac{q}{p} = xx-xy+yy$$

$$xy+\frac{q}{p} = xx+yy$$

en $x+y : x^5+y^5 :: p : r$

$$r.\overline{x+y} = p.\overline{x^5+y^5}$$

$$x+y \quad r = p.\overline{x^4-x^3y+x^2y^2-xy^3+y^4}$$

$$p \quad \frac{r}{p} = x^4-x^3y+x^2y^2-xy^3+y^4$$

$$x^2y^2 = x^2y^2$$

$$x^2y^2+\frac{r}{p} = x^4-x^3y+2x^2y^2-xy^3+y^4$$

$$\frac{q}{p} = xx - xy + yy$$

$$\frac{px^2y^2+r}{q} = xx + yy = xy + \frac{q}{p}$$

$$\frac{p}{q}x^2y^2 - xy = \frac{q}{p} - \frac{r}{q}$$. Een vierk. Æquatie.

$$\frac{p}{q}$$

$$x^2y^2 - \frac{q}{p}xy = \frac{qq}{pp} - \frac{r}{p}$$

$$\frac{\frac{1}{2}q|^2}{p} = \frac{\frac{1}{4}qq}{pp}$$

$$x^2y^2 - \frac{q}{p}xy + \frac{\frac{1}{2}q|^2}{p} = \frac{1\frac{1}{4}qq}{pp} - \frac{r}{p}$$

$$xy - \frac{\frac{1}{2}q}{p} = \pm\sqrt{\frac{1\frac{1}{4}qq}{pp} - \frac{r}{p}}$$

$$xy = \frac{\frac{1}{2}q \pm \sqrt{1\frac{1}{4}qq - r}}{p}.$$

Twee onderſcheidene uitkomſten voor 't vermenigvuldigde der twee getallen, zullende men 't Voorſtel van een dubbeld beſtuit vinden.

Stel

Stel $\frac{\frac{1}{2}q}{p} - \sqrt{\frac{1\frac{1}{4}qq}{pp} - \frac{r}{p}} = s$ of $4b$, dan is 't gemult. der getallen, of

$$xy = s$$

$$3xy = 3s$$

$$xx - xy + yy = \frac{q}{p} \text{ boven gevonden}$$

$$xx + 2xy + yy = \frac{q}{p} + 3s$$

$$x + y = \sqrt{\frac{q}{p} + 3s}$$

$$xx - xy + yy = \frac{q}{p}$$

$$xy = s$$

$$xx - 2xy + yy = \frac{q}{p} - s$$

$$x - y = \sqrt{\frac{q}{p} - s}$$

$$x+y=\sqrt{\frac{q}{p}+3s}$$

$$x-y=\sqrt{\frac{q}{p}-s}$$

$$2x=\sqrt{\frac{q}{p}+3s}+\sqrt{\frac{q}{p}-s} \text{ en}$$

$$2y=\sqrt{\frac{q}{p}+3s}-\sqrt{\frac{q}{p}-s}$$

$$x=\frac{\sqrt{\frac{q}{p}+3s}-\sqrt{\frac{q}{p}-s}}{2} \text{ en}$$

$$y=\frac{\sqrt{\frac{q}{p}+3s}-\sqrt{\frac{q}{p}-s}}{2}; \text{ de getallen.}$$

$p=1, q=19$, en $s=2\frac{1}{2}$, dan zyn de getallen 5 en 3.

Maar neemt men $s=4$, dan zyn de begeerde getallen $\sqrt{7\frac{1}{2}}+\sqrt{3\frac{1}{2}}$ en $\sqrt{7\frac{1}{2}}-\sqrt{3\frac{1}{2}}$. De beide antwoorden voldoen aan de proef.

LII. VOORSTEL. *Fig.* 33.

Door A. VRYER, J. DE GELDER, J. VAN DER OORT, C. BREEVILT, K. AKEN, J. VAN TWISK, J. SCHEFFER, *en de* OPGEVER.

Uit het *Centrum* is AB *perpend.* op DC getrokken, makende DB = BE. Volgens 't gevolg van 36 *P. III. Euclid.* is de

$\square$ NCz = $\square$ DCE = 216

DC 20

Kt. CE $10\frac{4}{5}$

CD 20

DE $9\frac{1}{5}$

2

ergo DB = BK $4\frac{2}{5}$.

AZ = AK 15

$\square$ AE 225

$\square$ BE $21\frac{1}{25}$

$\square$ AB $203\frac{24}{25}$

$\sqrt{}$

... AB $\sqrt{}$ $203\frac{24}{25}$.

Om de gelykformigheid der Driehoeken ABC en DCH, staat nu AC : AB :: DC : DH

of 21 : $\sqrt{}$ $203\frac{24}{25}$ :: 20 : DH

komt DH $\sqrt{}$ $184\frac{8}{9}$ = $2\frac{2}{3}$ $\sqrt{}$ 26.

LIII. VOORSTEL. *Fig.* 33.

Door A. VATER, J. VAN DER GORT, J. DE GELDERE, J. SCHEFFER, J. VAN TWISK, C. BREEVELT, K. AKER, *en de* OP-GREVER.

Nu is gegeeven CD = 15, CE = 8, en DH = 9. Men moet vinden de *Diameter* NZ, en het verlengde CZ.

□ DC 225
□ DH 81
□ HC 144
HC 12
HC : DH :: BC : AB
of 12 : 9 :: 11½ : AB
kt. AB 8½
□ AB 74 25/64
□ BE 12 1/64
□ AE 86 41/64
AE = AZ √ 86 41/64
Dus de *Diameter* NZ =
2 √ 86 41/64 = √ 346 9/16
DC 15
CE 8
DE 7

BE

BE $3\frac{1}{2}$
CE 8

BC $11\frac{1}{2}$.

HC : DC :: BC : AC
of 12 : 15 :: $11\frac{1}{2}$: AC

kt. AC $14\frac{4}{8}$
. AZ $\sqrt{86\frac{41}{64}}$

sub.

rest ZC $= 14\frac{4}{8} - \sqrt{86\frac{41}{64}} = \frac{115 - \sqrt{5545}}{8}$.

LIV. VOORSTEL.

Alle de Ontbindingen, naamelyk die van J. DE GELDER, K. AKER, J. VAN TWISK, en J. VISSER, welke ons van dit Voorſtel ter hand gekomen zyn, ſtemmen daar in overeen, dat hetzelve zuiver *Arithmeticè*, zonder behulp van eenen uit de Algebra afgeleiden Regel, onmogelyk opgelost kan worden. Daar wy nu met hun in 't zelfde gevoelen ſtaan, zal het niet ondienſtig zyn de volgende Aanmerking van den Heer J. DE GELDER, benevens deszelfs Algebraïſche Oplosſing van dit Voorſtel, hier nog by te voegen.

AANMERKING.

Na dat wy dit Voorſtel aandachtig onderzocht hebben, is het ons gebleeken, dat hetzelve niet door *Arithmetica* (onder welke kundigheid ik onderſtel gemeene Rekenkunde verſtaan te worden) kan ontbonden worden, zonder toevlugt te neemen tot onderſtellingen, die niet uit de natuur der Vraag,

maar wél uit derzelver *ſtelkundige* Oplosſing afgeleid zyn.

Wanneer wy zeggen een Voorſtel door *Arithmetica* te ontbinden, verſtaan wy daar door de gewoone regulen der zuivere Rékenkunde, als *Additie*, *Subſtraktie*, enz. den Regel *van Drieën*, *van Vyven*, en de *omgekeerde*, *den Ketting-Regel* en de *Leerwyze der valſche Poſitien* optelosſen. — Indien wy by deeze bepaaling blyven — bepaaling, die wy als natuurlyk en overëenkomſtig met het denkbeeld van gemeene, zuivere Rekenkunde beſchouwen, zal by weinig onderzoek blyken, dat geene deezer Regelen ons in ſtaat ſtellen, om de voorgeſtelde Vraag optelosſen. — Het laatſte hulpmiddel, dat ons overig zou blyven, is de Leerwyze der *valſche Poſitien*: dan, wien is niet bewust, dat deeze Leerwyze alleen toepaſſelyk is op dat ſoort van Voorſtellen, waar in de onbekende of gezochte grootheid in de ſtelkundige Oplosſing ſlechts tot de eerſte magt opklimt (*)? Behoorde nu ons Voorſtel tot den rang van die *Problemata*, dan bleef 'er geen zwarigheid over, om aan den eisch van den Heer Opgeever te voldoen; maar nu hetzelve tot dien rang niet kan gebragt worden, dewyl men natuurlyk (hoe men ook de Oplosſing moge inrichten) tot eene Vergelyking van de tweede magt vervalt, maaken wy geen zwaarigheid, hetzelve op de volgende wyze te ontbinden.

OP-

(*) Zie hetgeen de Geleerde Heer *J. J. Blaſſiere* in zyne *Grondbeginz. der Rékenk.* pag. 268 in de noot met korte woorden over dit onderwerp zegt: zyne gevoelen daar omtrent is volmaakt het myne. — Wy zullen misſchien by eene nadere gelegenheid den grond, waar op de Regel der valſche Poſitien ſteunt, met de Kenmerken der Vraagen, die door denzelven al of niet kunnen opgelost worden, het Genootſchap mededeelen.

OPLOSSING.

1 Steen : 12 Steen :: 7 Guld. uitverkocht: $7 \times 12 = 84$ Guldens, waar voor de Vrouw de 12 Steen Vlas uitverkocht heefe.

Stel nu den inkoop x Guldens, dan is

36 Duld. ($= 54$ Gl.) : x Guld. :: $\frac{1}{2}x$ Winst: $\frac{1}{72}x^2 =$ de Winst, gedaan met de x Guldens inkoop.

Derhalven $\frac{x^2}{432} + x = 84$

$x^2 + 432x = 36288$

$46656 = 46656$

$x^2 + 432x + 46656 = 82944$

Hier door $x + 216 = 288$

dus $x = 288 - 216 = 72$ Guldens, de 12 Steen ingekocht.

Eindelyk 12 Steen : 1 Steen :: 72 Guld. : 12 = 6 Guldens, de Steen ingekocht.

Dat te vinden was.

LV. VRAAGSTEL. *Fig.* 34.

Door A. VRYER, *waar mede de* OPGEEVER, J. SCHEFFER, C. BREEVILT, *en* J. VAN TWISK *overëenkomen.*

De voorgeſtelde Driehoek zy ABC. Wy maaken de zyde AB aan als de langſte, en AC als de kortſte des Driehoeks, zynde dus ∠C (het zy ſcherp of plomp.) meer, en de ∠B min dan 60°.

De halve middenlyn des ingeſchreeven ronds *gemult.* met de omtrek des △s of ſom der zyden, is gelyk met het vermenigvuldigde van den *perpend.* CD met de zyde AB; ieder namelyk gelyk de dubbelde inhoud des Driehoeks, dus is $CD \times AB = 2ab$.

Het deel ACD des gegeevenen Driehoeks kan men aanmerken als de helft eenes gelykzydigen Driehoeks, dewyl ∠A gegeeven is = 60°. Hierom is dan $AD = \frac{1}{2} AC$.

Stel $AC = 2x$, dan is $AD = x$, en men vind voor $CD \sqrt{3}.x$.

$$CD \times AB = 2ab$$

$$CD = \frac{2ab}{AB}$$

$$\sqrt{3}.x = \frac{2ab}{AB}$$

komt $AB = \frac{2ab}{\sqrt{3}.x}$, dus $BD = \frac{2ab}{\sqrt{3}.x} - x$.

$$AC = 2x$$

$$AB + AC = \frac{2ab}{\sqrt{3}.x} + 2x$$

$$BC + AB + AC = 2a$$

rest

rest $BC = 2a - 2x - \frac{2ab}{\sqrt{3.x}} = \frac{2a\sqrt{3.x} - 2\sqrt{3.x^2} - 2ab}{\sqrt{3.x}}$

$BD = \frac{2ab}{\sqrt{3.x}} - x = \frac{2ab - x\sqrt{3.x}}{\sqrt{3.x}}$

$CD = \sqrt{3.x} = \frac{3.x}{\sqrt{3.x}}$.

Nu is $2a\sqrt{3.x} - 2\sqrt{3.x^2} = 2ab - \sqrt{3.x^2} + 3x^2$.

Stellende $b = \sqrt{3.c}$, dan is deeze *Equatie*

$2a\sqrt{3.x} - 2\sqrt{3.x^2} - 2a\sqrt{3.c} = 2a\sqrt{3.c} - \sqrt{3.x^2} + 3x^2$

$\sqrt{3.\sqrt{3.}}$

$2ax - 2x^2 + 2ac = 2ax - x^2 + 3x^2$. Door *reductie* verkrygt men deeze vierkante *Equatie*, $4x^2 - 2a + 6c.\ x = -4ac$.

$\frac{1}{2}a + 1\frac{1}{2}c = \frac{1}{4}a^2 + 1\frac{1}{2}ac + 2\frac{1}{4}c^2$

$\sqrt{\ }\ 4x^2 - 2a + 6c.\ x + \frac{1}{4}a^2 + 1\frac{1}{2}ac + 1\frac{1}{2}c = \frac{1}{4}a^2 + 2\frac{1}{2}ac + 2\frac{1}{4}c^2$

$2x - \frac{1}{2}a + 1\frac{1}{2}c = \pm\sqrt{\frac{1}{4}a^2 - 2\frac{1}{2}ac + 2\frac{1}{4}c^2}$

of $2x\,(AC) = \frac{1}{2}a + 1\frac{1}{2}c \pm \sqrt{\frac{1}{4}a^2 - 2\frac{1}{2}ac + 2\frac{1}{4}c^2}$,

a en b, en dus ook c, nu in getallen gegeeven zynde, dan heeft men x; en men heeft de drie zyden des Drichoeks, naar begeeren, ieder byzonder gevonden. NB. Neemt men in de gevondene waar-

de

de van 2x het dubbeld teken als —, voor de zyde AC, dan is die zelfde algemeene waarde, het dubbeld teeken als + neemende, de lengte van de zyde AB, en anders om, zo dat de twee zyden, om den gegeeven hoek van 60°, altyd $2\sqrt{\frac{1}{4}a^2 - 2\frac{1}{2}ac + 2\frac{1}{4}c^2}$ verfchillen.

$$\text{Gevonden AC } (2x) = \tfrac{1}{2}a + 1\tfrac{1}{2}c - \sqrt{\tfrac{1}{4}a^2 - 2\tfrac{1}{2}ac + 2\tfrac{1}{4}c^2}.$$

$$\text{Dan is AB } \left(\frac{2ab}{\sqrt{3}\cdot x} = \frac{2ac}{x}\right) = \tfrac{1}{2}a + 1\tfrac{1}{2}c + \sqrt{\tfrac{1}{4}a^2 - 2\tfrac{1}{2}ac + 2\tfrac{1}{4}c^2}.$$

$$\text{Gevolglyk } BC = a - 3c$$

AANMERKING.

Begeerde men voor de zyden des Driehoeks *rationaale* getallen, dan bepaale men de gegeevene grootheid b op een *Surdisch*-getal, zo dat $\frac{b}{\sqrt{3}} = c$ *rationaal* is. (Zyn de zyden eens Driehoeks *rationaal*, dan ziet een kundige ligt, dat, zo maar één der hoeken 60 graaden is, de inhoud des Driehoeks en dus ook de Middenlyn des ingefchreeven zonds, onmeoglyk *rationaal* kan zyn; b kan dan niet anders, als $= \sqrt{3}$ met eenig *rationaal* getal vermenigvuldigd, bepaald worden.) Nu a en c zo bepaalende, dat $\frac{1}{4}a^2 - 2\frac{1}{2}ac + 2\frac{1}{4}c^2$ een *rationaal Quadraat* is, dan

dan zyn 's Driehoeks zyden, naar begeeren, *rationaal*.

Stelle $\frac{1}{4}a^2 - 2\frac{1}{2}ac + 2\frac{1}{4}c^2 = \frac{1}{2}a - dc$.

Dan is $-2\frac{1}{2}ac + 2\frac{1}{4}c^2 = -adc + d^2c^2$.

of $adc - 2\frac{1}{2}dc = d^2c^2 - 2\frac{1}{4}c^2$

$$a = \frac{d^2c^2 - 2\frac{1}{4}c^2}{dc - 2\frac{1}{2}c} = \frac{4d^2-9}{4d-10} \times c.$$

Neemende $d = 3\frac{1}{2}$, dan is $\frac{4d^2-9}{4d-10} = 10$, gevolglyk $a = 10c$, en $\sqrt{\frac{1}{4}a^2 - 2\frac{1}{2}ac + 2\frac{1}{4}c^2} = \frac{1}{2}a - 3\frac{1}{2}c$. Deeze waardens in de algemeene uitdrukking der zyden overbrengende, vind men alles naar den eisch; de zyde AB is dan $= 5c$, AB $= 8c$, en BC $= 7c$.

Laat gegeeven zyn $a = 40$, dan is de som der zyden 80, $b = \sqrt{3}$. $c = 4\sqrt{3}$, of de middenlyn des ingeschreeven *Cirkels* $\sqrt{192}$, zynde dan $c = 4$; dan zyn de drie zyden des Driehoeks

AC $= 5c = 20$.
AB $= 8c = 32$.
BC $= 7c = 28$.

Zynde dus $\angle A$ 60°, en de Driehoek een scherphoekige.

LVI. VOORSTEL.

Door den OSGEEVER, C. BREEVILT, J. VAN TWISK, *en* J. SCHEFFER.

Stel de zyden x, y, z; dan is $s = \frac{x+y+z}{2}$. Stellende.

1°. $\frac{xyz}{2s} = a$, 2°. $\frac{P}{x+y+z} = b$, 3°. $s.\overline{s-x}.\overline{s-y}.\overline{s-z} = P^2$, volgens de beginselen der Meetkunde.

Derhalven $xyz = 2aP$, $x+y+z = \frac{P}{b}$,

$$s = \frac{x+y+z}{2} = \frac{P}{2b}$$

$$s^2 = \frac{(x+y+z)}{4} = \frac{P}{4bb}.$$

Voorts $s.\overline{s-x}.\overline{s-y}.\overline{s-z} = P^2$

of $s^4 - \overline{x+y+z}.s^3 + \overline{xy+xz+yz}.s^2 - xyz.$ $(s = P^2$

deel door s^2 $= \frac{P^2}{4b^2}$

$$s^2 - \overline{x+y+z}.s + \overline{xy+xz+yz} - \frac{xyz}{s} = 4b^2;$$

maar

maar $\frac{xyz}{s} = \frac{2aP}{\frac{P}{2b}} = 4ab$,

derh. $s^2 = x+y+z.s + xy+xz+yz = 4ab = 4b^2$.

$s^2 = \frac{P^2}{4b^2}$, en $x+y+z.s = \frac{P^2}{2b^2}$

derh. $\frac{P^2}{4b^2} - \frac{P^2}{2b^2} + xy+xz+yz = 4b \times \overline{a+b}$

$xy+xz+yz = \frac{P^2}{4b^2} + 4b + \overline{a+b}$

Nu hebben wy gevonden 1°. $x+y+z = \frac{P}{4b}$

2°. $xy+yz+xz = \frac{P^2}{4b^2}$

$(+4b \times \overline{a+b}$

3°. $xyz = 2aP$.

Derhalven zal de Oplossing van deeze *Equatie*

$y^3 - \frac{P}{b}y^2 + \frac{P^2}{4b^2} + 4b \times \overline{a+b}.y - 2aP^2 = 0$.

de drie zyden van den Driehoek geeven.

Dat is't vinden was.

Toe-

Toepassing in Getallen.

Gegeeven zynde $a = 260$, $4b = 128$, en $P = 21504$;

dan is $\frac{P}{b} = 672$.

$\frac{P^2}{4b^2} + 4b \cdot \overline{a+b} = 140272$, en $2aP = 11382080$; derh.

$$v^3 - 672v^2 + 190272v - 11382080 = 0.$$

Uit welke *Equatie* 208. 224 en 240 de Wortelen zyn, en dus de drie zyden van den Driehoek.

LVII. VOORSTEL. *Fig.* 35.

Door J. DE GELDER, *waar mede de* OPGEEVER, J. VAN TWISK, C. BREEVILT, K. AKER, J. SCHELLINKHOUT, J. SCHEFFER, *en* J. VAN DER OORT, *overëenkomen.*

CONSTRUCTIE.

ABC zy een gelykbeenige Driehoek, waar van AB de *Basis*, en AC = BC de gelyke zyden zyn.

1°. Trekt dan de rechtstandige CD uit den Tophoek C tot den *Basis* AB, en beschryft in ABC een Cirkel D*a*F*b*, die de zyden AC, BC en AB in *a*, *b* en D raakt, en de lyn CD in F snydt.

2°. Door het punt F trekt de lyn GH evenwydig aan AB: deeze zal den Cirkel D*a*F*b* raaken, en van

van den △ ABC den gelykbeenigen en met ABC gelykvormigen Driehoek CGH afsnyden.

3°. In deezen Driehoek CGH beschryft men als in No. 1°. een Cirkel F c K d, die de zyden GH, CG en CH des gelykbeenigen Driehoeks in F, c en d raakt, en de lyn CD in K snydt.

4°. Even als in het eerste, trekt door K de lyn LM evenwydig aan AB of GH: dan raakt deeze den tweeden Cirkel in K, en snydt wederom van △ CGH een gelykbeenigen en met CGH gelykvormigen Driehoek CLM af.

5°. In deezen laatsten Driehoek CLM beschryft insgelyks een Cirkel K e N f, die de zyden GM, CL en CM in de punten K, e en f raaken: dan zyn DF, FK en NK Middellynen van Cirkels, die in den Driehoek ABC boven elkander beschreeven zyn, de zyden en elkander onderling raakende (*Const. & Elem.* 12. 3.). — Het aantal Cirkels, welke op deeze wyze boven elkander in een gelykbeenigen Driehoek beschreeven kunnen worden, is oneindig.

De Figuur dus toegesteld, en tot de Oplossing geschikt zynde, is de Vraag: De middellyn van den grootsten Cirkel; dat is DF, en die van den kleinsten Cirkel; dat is KN, bekend gegeeven zynde, hoe zal men daar uit de zyden des Driehoeks, en de Middellyn van den middelsten Cirkel vinden?

Wy zullen hier van twee onderscheidene Oplossingen geeven. 1°. Eene Stelkundige. 2°. Zullen wy, door de eigenschappen der Figuur na te speuren, de Vraag Meetkundig oplossen, en uit de *Constructie* dier Oplossing aantoonen, hoe men (alleen op de gelykvormige Driehoeken en de aangetoonde eigenschappen acht geevende) op eene zeer eenvou-

dige wyze de zyden en de middellyn des middelſten Cirkels berekenen kan.

Om tot de eerſte te komen, en die eenigzints in de Rekening te bekorten, zal ik het volgende *Lemma* laaten voorafgaan.

1. LEMMA.

De Figuur toegeſteld zynde, als in de voorgaande Conſtructie *geleerd is: zeg ik; dat de* Perimeter *van elken volgenden Driehoek CGH, CLM gelyk is aan de ſom der opſtaande zyden, min den Baſis van zynen voorgaanden Driehoek ABC, CGH.*

Dat is in $\triangle CGH$ is $CG+CH+GH=2AC-AB$,
en in $\triangle CLM$ is $CL+CM+LM=2CG-GH$.

BEWYS.

Want $AC=Aa+aC=AD+aC$ (9 *Ax.* & *Prop.* 36 *Lib* 3.); maar om de zelfde reden is $aC=aG+CG=CG+FG$: derhalven $AC=AD+FG+CG$: Hier $AD=AD$ afneemende, is $AC-AD=FG+CG$: dus $2AC-AB=CG+CH+GH$ (*Ax.* 6 en Ond.) En om dezelfde reden is in den $\triangle CLM$, $CL+CM+LM=2CG-GH$; en zoo ook met alle de overige Driehoeken, indien 'er meer Cirkels in den $\triangle ABC$ boven elkander beſchreeven waren. — Dit beweezen zynde, gaan wy over tot de volgende

STELKUNDIGE OPLOSSING.

Stel de gegeevene Middellynen $DF=a$, $KN=b$, $AB=x$, en $AC=BC=y$; ſtel boven dat den Inhoud

houd des Driehoeks gelyk P, eene grootheid, die wy alleen gemakshalven invoeren: Het is door het bekende *Theorema* der Driehoeken bekend, dat $P = \frac{1}{4}x\sqrt{4yy-xx}$.

Dit gesteld, is $CD = \frac{2P}{x}$, $DF = \frac{4P}{x+2y}$ (door het bekende *Theorema*), en $CF = CD - DF = \frac{2P}{x} - \frac{4P}{x+4y}$. Nu hebben wy

1°. Door de gelykvormigheid der Driehoeken ABC en CGH,

$$CD^2 : CF^2 :: \Delta ABC : \Delta CGH,$$

$$\text{of } \frac{4PP}{xx} : \left(\frac{2P}{x} - \frac{4P}{2y+x}\right)^2 :: P : \Delta CGH = \ldots$$

$$\ldots \left(\frac{2y-x}{2y+x}\right)^2 \times P.$$

2°. Door het beweezene in *Lemma* I, is $CG + CH + GH = 2AC - AB = 2y - x$: waar door in den ΔCGH, $FK = \frac{4\Delta CGH}{GH+2CG} = \frac{4 \times 2y-x}{2y+x} \times P$, en

$$CK = CF - FK = \left(\frac{2}{x} + \frac{4}{2y+x} - \frac{4(2y-x)}{(2y+x)^2}\right) \times P.$$

3°. Door de gelykvormigheid der Driehoeken ABC en CLM is.

$$\overline{CD}^2 : \overline{CK}^2 :: \Delta ABC : \Delta CLM.$$

$$\text{of } \frac{4PP}{xx} : \left(\frac{4}{x} - \frac{16}{2y+x} - \frac{16 \cdot \overline{2y-x}}{\overline{2y+x}^2}\right)^2 \times PP :: P. (\Delta CLM.$$

Hier door $\Delta CLM = \left(\frac{2y-x}{2y+x}\right)^4 \times P.$

4°. Is door het *Lemma*, $CL+LM+CM = 2CG - CH = \frac{\overline{2y-x}^2}{x+2y}$, waar door in ΔCLM, $KN = \frac{4\Delta CLM}{LM+2CL} = \frac{4(2y-x)^3}{\overline{2y+x}^2} \times P.$

5°. Nu hebben wy de drie volgende Vergelykingen, $\frac{4P}{2y+x} = a$, $\frac{4P \times \overline{-2yx}^2}{\overline{2y+x}^3} = b$, en $16PP = xx\sqrt{\overline{4yy-xx}}$

De twee eerste quadraateerende,

$$\frac{16PP}{\overline{2y+x}^2} = aa, \quad \frac{16PP \times \overline{2y-x}^4}{\overline{2y+x}^6} = bb.$$ In dezelve de waarde van 16 PP overbrengende, heeft men

2y

$$\left.\begin{array}{l}\left(\frac{2y-x}{2y+x}\right)^5 . xx = bb \\ \left(\frac{2y-x}{2y+x}\right) xx = aa\end{array}\right\}$$ de bovenſte door de onderſte deelende,

komt $\left(\frac{2y-x}{2y+x}\right)^4 = \frac{bb}{aa}$, of $\frac{2y-x}{2y+x} = \sqrt{\frac{b}{a}} = p$ ſtellende.

In $\frac{2y-x}{2y+x} \times xx = aa$, voor $\frac{2y-x}{2y+x} \sqrt{\frac{b}{a}}$ of p ſtellende, is $p\,xx = aa$;

dus $x = \frac{a}{\sqrt{p}}$; by gevolg $\frac{2y-\frac{a}{\sqrt{p}}}{2y+\frac{a}{\sqrt{p}}} =$ hier uit is $y = \frac{a(p+1)}{2(1-p)\sqrt{p}}$.

Nu is in getallen gegeeven $a = 20$, $b = 7\frac{1}{5}$; dus $p = \sqrt{\frac{b}{a}} = \frac{3}{5}$, $x = \frac{a}{\sqrt{p}} = 6\frac{1}{2}\sqrt{15}$, en $y = \frac{a \times p+1}{2.1-p.\sqrt{p}} = 13\frac{1}{2}\sqrt{15} = BC = AC$, en

eindelyk $FK = \left(\frac{2y-x}{2y+x}\right)^2 \times xx = ra$.

Dat te vinden was.

AANMERKING.

Het is uit de voorgaande Rekening genoegzaam gebleeken, dat de Middellynen der Cirkels, in den Driehoek boven elkander beschreeven, geduurig evenredig zyn, gelyk met een oplag van het oog blyken zal, wanneer men zich de uitdrukkingen, voor DF, FK en NK gevonden, herinnert. — Eene waarheid nochthans, die uit eenvoudiger beginselen kan worden afgeleid, gelyk wy gaan aantoonen in het volgende

LEMMA.

De Middellynen der Cirkels, die boven elkander in een gelykbeenigen Driehoek beschreeven zyn, zyn geduurig evenredig.

Dat is :: DF, FK, KN enz.

BEWYS.

Trekt van de punten A, G en L tot de middelpunten E, I en O der Cirkels van DF, FK en KN de lynen AE, GI en LO; dan zyn de Driehoeken ADE, GFI en LKO gelykvormig; want ∠ GAD = ∠ CGF; dus ½ ∠ GAD = ½ CGF, dat is ∠ DAE = ∠ IGF, en ∠ ADE = ∠ GFI = recht

recht: derhalven ook ∠AED = ∠GIF. De △en ADE en GIF zyn dan gelykvormig: en om deselfde reden ook de △en GFI en KLO.

Nu is △ABC : △CGH :: $\overline{AD}^2$: $\overline{GF}^2$ :: $\overline{DE}^2$: $\overline{FI}^2$ :: $\overline{DF}^2$: $\overline{FK}^2$ :: $\overline{CD}^2$: $\overline{CF}^2$

derhalven DF : FK :: CD : CF

of CD : DF :: CF : FK.

Wederom △CGH : △CLM :: $\overline{FK}^2$: $\overline{KN}^2$ :: $\overline{CF}^2$: $\overline{CK}^2$

derhalven FK : KN :: CF : CK

of CF : FK :: CK : KN

Hier door CD : DF :: CF : FK :: CK : KN

Dividendo CD : CD − DF :: CF : CF − FK :: CK : CK − KN

of CD : CF :: CF : CK :: CK : CN

of = CD, CF, CK, CN enz.

Dus = CD − CF, CF − CK, . . . CK − CN enz.

Eindelyk = DF, TK; KN enz. Q.E.D.

I. GEVOLG. Dewyl, gelyk wy boven aanmerkten, het aantal der Cirkels, die boven elkander kunnen beschreeven worden, oneindig is, zal de som van alle deeze Middellynen gelyk zyn aan den *Perpendiculair* CD, en door de eigenschap der *Geometrische Progresie* is $CD = \frac{DF^2}{DF-FK}$. Hier uit volgt nu deeze

MEETKUNDIGE CONSTRUCTIE.

Zy M en P de gegeevene eerste en derde Middellynen: zoekt dan,

1°. Een Meetkundige midden-evenredige N tusschen M en P.

2°. Een derde-evenredige tot M—N en N, welke is CD.

3°. Door D eene onbepaalde rechthoekige AB; en men beschryft uit E (DE = ½ M genomen hebbende) met DE een Cirkel.

4°. Op CE als Middellyn een anderen Cirkel, die den eersten in *a* en *b* snyde.

5°. Van C, door de punten *a* en *b*, de lynen AC en BC geleid hebbende, is ABC de begeerde Driehoek. Q. E. I.

De waarheid hier van is uit het bewéézene, in *Lemma* II. en *Prop.* 17. 3 *Boek* der Beginzelen zo klaarblyklyk, dat het overtollig zoude zyn hier van iets meer te zeggen.

II. GE-

II. GEVOLG. Indien men van E tot *b* eene rechte lyn trekt, is C*b*E een regthoekige Driehoek met C D B gelykvormig; om dat de laatste in D regthoekig is, en met den eersten den ∠ C gemeen heeft.

Hier uit, en uit het eerste Gevolg, volgt eene zeer eenvoudige berekening der lynen, welke gevraagd worden, in getallen te vinden.

In getallen is gegeeven M = DF = 20, en P = KN = $7\frac{1}{5}$; nu is

1°. N° = M × P = 20 × $7\frac{1}{5}$ = 144; dus N = KF = 12 (*Const.*)

2°. $CD = \frac{\overline{DF}^2}{DF-FK} = \frac{M^2}{M-N} = \frac{400}{20-12} = 50$: hier door CD − DE = 50 − 10 = 40.

3°. Is in den regthoekigen Driehoek C*b*E, $\overline{GE}^2 - \overline{Eb}^2 = \overline{Cb}^2$, of 1600 − 100 = 1500; waar door C*b* = 10 $\sqrt{15}$.

4°. Geeft ons de gelykvormigheid der △en C*b*E en C D B deeze evenredigheden

C*b* : *b*E :: CD : DB

of 10 $\sqrt{15}$: 10 :: 50 : DB = $3\frac{1}{3}\sqrt{15}$

dus 2 DB = AB = $6\frac{2}{3}\sqrt{15}$.

Wederom *b*E : DB :: CE : CB

10 : $3\frac{1}{3}\sqrt{15}$ :: 40 : CD = AC = $13\frac{1}{3}\sqrt{15}$,

Welk overeenkomt met het geen in de voorgaande Oplossing gevonden is.

LVIII. VOORSTEL.

Door de OPGEEVERS (*allen Leden van dit Genootschap, die tot hunne byzondere Oeffening saamen in Hoorn een Gezelschap houden, en by den Secretaris met naamen bekend zyn.*)

De jaarlyks stervenden zyn, volgens het voorstel, het $\frac{1}{40}$ deel van het geheele Menschdom.

$$100 : 112 :: \frac{1}{40} : \frac{28}{1000}$$

$$\frac{a}{40}$$

afg.

$\frac{3}{1000}$ Jaarlyksche vermeerdering.

Laat nu het geheele aantal der Menschen $= a$, en de jaarlyksche Vermeerdering $\frac{3}{1000} = r$ zyn.

Stel het getal der Jaaren, binnen welke het gantsche Menschlyk Geslagt verdubbeld wordt, $= n$. Dan is het aantal der Menschen,

na 1 Jaar $= a \times \overline{1 + r}$

na 2 Jaar $= a \times \overline{1 + r}|^2$

na 3 Jaar $= a \times \overline{1 + r}|^3$

dus na n Jaaren $= a \times \overline{1 + r}|^n$

Der-

Derh. $a \times \overline{1+r}^{n} = 2a$

$$\overline{1+r}^{n} = 2$$

In *Logarithm.* $n \times Log.\ 1+r = Log.\ 2$

$$n = \frac{Log.\ 2}{Log.\ 1+r}$$

Nu is *Log.* 2 = 0.30103

$1+r = \frac{1003}{1000}$, dus *Log.* $1+r$ = 0.00130

gedv.

komt $n = 231\frac{73}{130}$ Jaaren.

ANDERS.

Door J. de Gelder.

Stel de reden van het Menschdom tot het getal der Menschen, die jaarlyks sterven, p, de reden der geboorens wordende tot die der stervende q: het aantal van het Menschdom d (eene zekere onbepaalde en van de Vraag onafhanglyke grootheid, die wy gemaks- en duidelykheidshalven in de Rekening zullen invoeren,) en stel den begeerden tyd x.

Dit

Dit geſteld zynde, is het aantal Menſchen, die het eerſte Jaar ſterven, pa, en die het eerſte Jaar gebooren worden pqa, van dit laatſte het aantal menſchen, die het eerſte jaar ſterven, afgenoomen, is $\overline{p-1} \cdot qa$ het aantal menſchen, waar mede het Menschdom in het eerſte jaar vermeerderd wordt: dus is de grootheid van het Menschdom na het einde van het eerſte Jaar $= a + \overline{p-1} \cdot qa$.

Hier van ſterven in het tweede Jaar $ap + \overline{p-1} \cdot pqa$, en 'er worden dus $apq + \overline{p-1} \cdot pqqa$ Menſchen gebooren. De eerſte deezer grootheden van de tweede afgenoomen, is het getal menſchen, met welk het Menschdom in het tweede Jaar vermeerderd wordt, $\overline{q-1} \cdot pa + \overline{q-1}^2 \cdot p^2a$. Na het einde van het tweede Jaar zal dus het Menschdom zyn $a + 2\overline{q-1} \cdot pa + \overline{q-1}^2 \cdot ppa$.

Van dit aantal Menſchen ſterven in het derde Jaar $2p + 2 \cdot \overline{q-1} \cdot p^2a + \overline{q-1}^2 \cdot p^2a$, en 'er worden $apq + 2\overline{q-1} \cdot qp^2a + \overline{q-1}^2 \cdot qp^2a$ Menſchen gebooren. Het aantal Menſchen, waar mede het Menschdom vermeerderd wordt, is in het derde Jaar $\overline{q-1} \cdot pa + 2(q-1)^2 qp^2a + (q-1)^2 qp^2a$, en de grootheid van het Menschdom is ten einde van het derde Jaar $a + 3(q-1)pa + 3(q-1)^2p^2a + (q+1)^2p^3a$.

Met

Met op deeze wyze voort te redeneeren, zal men bevinden de hoegrootheden van het Menschlyk geslagt na het 1e, 2e, 3, 4e, 5e enz. Jaar te zyn

$$a + \overline{q-1} \cdot pa.$$

$$a + 2(q-1)pa + (q-1)^2 p^2 a.$$

$$a + 3(q-1)pa + 3(q-1)^2 p^2 a + (q-1)^3 p^3 a.$$

$$a + 4(q-1)pa + 6(q-1)^2 p^2 a + 4(q-1)^3 p^3 a + [(q-1)^4 p^4 a.$$

$$a + 5(q-1)pa + 10(q-1)^2 p^2 a + 10(q-1)^3 p^3 a + 5(q-1)^4 p^4 a + (q-1)^5 p^5 a.$$

enz.

Of, dat op het zelfde uitkomt,

na het eerste Jaar	$\overline{(q-1)\,p+1} \cdot a$
na het tweede	$\overline{(q-1)p+1}\,|^2 \times a$
na het derde	$\overline{(q-1)p+1}\,|^3 \times a$
na het vierde	$\overline{(q-1)p+1}\,|^4 \times a$
na het x^{de} Jaar	$\overline{(q-1)q+1}\,|^x \times a.$

Nu moet, volgens de bepaaling van het Voorstel,

$$\left((q-1)\,p+1\right)^x \times a = 2a,$$

of $\left((q-1)\,p+1\right)^x = 2$ zyn;

derh.

derh. $x \times Log. \overline{q-1}.p+1 = Log. 2.$

waar door $x = \frac{Log. 2}{Log.(\overline{q-1}).p+1)}$

Zynde eene *Formule*, waar door men met behulp der *Logarithmi* den begeerden tyd bepaalen kan, zoo dra p en q in getallen bekend zyn.

In het voorſtel is gegeeven $p = \frac{1}{30}$, $q = \frac{113}{1000} = \frac{28}{25}$; dus $q-1 = \frac{3}{25}$, $1+\frac{28}{25} = \frac{53}{25}$, en $(q-1)\times p+1 = 1+\frac{1}{10}\times\frac{3}{25} = 1{,}003$: hier door is

$$x = \frac{Log.\ 2}{Log.\ 1{,}003} = \frac{0{,}30103000}{0{,}00130009} = 231\tfrac{4}{7} \text{ Jaaren zeer naby.}$$

Dus zal het Menſchdom in den tyd van $231\frac{4}{7}$ Jaaren verdubbeld zyn, in de onderſtelling, dat het getal der geboorenen en ſtervenden tot het Menſchdom zich in de voorgeſtelde reden verhouden.

Dat te vinden was.

LIX. VOORSTEL.

Door A. VRYER.

Neeme $9088 = a$, en $4928 = b$.

En ſtelle voor 't derde getal x.

voor

voor 't tweede $\frac{b}{x}$.

voor 't eerste $\frac{\frac{a-xx}{b}}{x} = \frac{ax-x^3}{b}$.

Dan is alles naar den eisch, alleenlyk moet

$\frac{ax-x^3}{b}, \frac{b}{x}$ en x eene *arithmetische Progressie* zyn.

Derhalven is $\frac{ax-x^3}{b} + x = \frac{2b}{x}$

bx

$axx - x^4 + bxx = 2bb$

of $x^4 - \overline{a+b}.xx = -2bb$

$\frac{1}{2}a + \frac{1}{2}b = \frac{1}{4}aa + \frac{1}{2}ab + \frac{1}{4}bb$

$x^4 - \overline{a+b}.xx + \frac{1}{2}\overline{a+b}^2 = \frac{1}{4}aa + \frac{1}{2}ab - (1\frac{1}{2}bb$

$xx - \frac{1}{2}\overline{a+b} = \pm\sqrt{\frac{1}{4}aa + \frac{1}{2}ab - 1\frac{1}{2}bb}$

$xx = \frac{1}{2}a + \frac{1}{2}b \pm \sqrt{\frac{1}{4}aa + \frac{1}{2}ab - \frac{1}{4}bb}$

$x = \sqrt{\frac{1}{2}a + \frac{1}{2}b \pm \sqrt{\frac{1}{4}aa + \frac{1}{2}ab - 1\frac{1}{4}bb}}$.

Dat is $x = 88$ of $56\sqrt{2}$.

Vol-

Volgens de eerſte uitkomst

$$\text{is } \frac{x \cdot \overline{a-x^2}}{b} = \frac{88 \times \overline{9c88-88}^2}{4928} = 24\text{ 't eerſte}$$

$$\frac{b}{x} = \frac{4928}{88} = 56\text{ 'tweede}$$

$$x = 88\text{ 'tderde}$$

} getal.

Volgens de andere waarde van x vind men voor de *Progres* $32\sqrt{2}, 44\sqrt{2}$ en $56\sqrt{2}$. Dus twee proefhoudende uitkomſten.

ANDERS.

Door J. DE GELDER *en* J. VAN TWISK, *waar mede de* OPGEEVER, J. SCHEFFER, J. DE JONGH, C. BREEVILT, K. AKER, J. SCHELLINKHOUT, J. VAN DER OORT, J. VISSER, *en* H. VEEN *overëenkomen.*

Stel de getallen of *Arithmetiſche Progreſſie* $x-y$, x en $x+y$: dan is het *product* der twee eerſte *termen* $xx-xy$;

het *Quadraat* des derden *termis* $xx+2xy+yy$ bygev.

derhalven $2xx+xy+yy=9088$

het

het *product* der 2e en ge*term.* $xx+xy = 4928$ afg.

heeft men $xx+yy = 4160$

waar uit $yy = 4160-xx$.
en $xxyy = 3160xx-x^4$.

maar $xy = 4928-x^2$

dus $xxyy = 24285784-9856x^2+x^4$
derh. $4160x^2-x^4 = 24285184-9856xx+x^4$

of herl. $2x^4-14016xx = -24285184$

$x^4-7008xx = -12142592$
$12278016 = +12278016$

$x^4-7008xx+12278016 = 135424$

$\sqrt{\quad}$

$x^2-3504 = \pm 368$

$x^2 = 3136$ of 3872

$\sqrt{\quad}$

$x = \pm 56$ of $\pm 44\sqrt{2}$

waar uit $y = 32$ of $12\sqrt{2}$

Derhalven zyn 24 of $44\sqrt{2}-12\sqrt{2} = 32\sqrt{2}$
56 $44\sqrt{2}$ $= 44\sqrt{2}$
88 $44\sqrt{2}+12\sqrt{2} = 56\sqrt{2}$ de begeerde getallen, die in eene *Arithmetiſche Progreſſie* zyn.

Dat te vinden was.

Aanmerking. Indien men voor x het teken $-$ gebruikt, zal men voor de *Progressien* dezelve getallen, maar met een *negatief* teken aangedaan, vinden; die mede aan den eisch der Vraag voldoen.

NB. Eenigen tyd na dit Vraagstuk te hebben opgelost vond ik, zegt J. DE GELDER, dat hetzelve door den Heer *Praalder*, in het *Oefenschool der Mathem. Weetensch.* in zyn *Byvoegzel tot het Mengelwerk*, *p.* 182. byna op gelyke wyze als by my is opgelost.

LX. VOORSTEL.

Door A. VRYER, *waar mede de* OPGEEVER, C. BREEVILT, K. AKER, J. SCHELLINKHOUT, J. VAN TWISK, J. DE GELDER, J. VISSER, *en* J. SCHEFFER, *overeenkomen.*

Lees in dit Voorstel, volgens *Meisner*, 95, in plaats van 195.

Steld het eerste lid der *Progressie* $= x$.

De opklimming $= y$.

't Getal der leden van de eerste *Progres* $= n$.

Dan is 't laatste lid van dezelve $= x+\overline{n-1}.y$.

Van de uitgezette leden, het eerste $= x+ny$.

En 't laatste $= x+\overline{n+1}.y$.

Vol-

Volgens 't Voorſtel is nu

$n - 1 . y = 55$

en $n + 15 . y = 95$

Subſt.

$16\ y = 40$

$y = 2\frac{1}{2}$ de opklimming.

$n - 1 . y = 55$, voor y deszelfs waarde geſteld,

komt $2\frac{1}{2}\ n - 2\frac{1}{2} = 55$

$5n - 5 = 110$

$5n = 115$

$n = 23$ leden de eerſte *Progres.*

Eerſte lid x
laatſte lid $x + 55$

$2x + 55.$

$11\frac{1}{2}$ halve getal der leden
$23x + 632\frac{1}{2}$ ſom der eerſte *Progres.*

x eerſte lid
$x + 95$ laatſte lid

$2x + 95$

$19\frac{1}{2}$ halve getal der leden
$39x + 1852\frac{1}{2}$ ſom der geheele *Progres*
$23x + 632\frac{1}{2}$
Subſt.
$16x + 1220$ ſom der uitgezette leden
$23x + 632\frac{1}{2}$ ſom der eerſte *Progres*
mult.

komt $36ax^2 + 38180x + 771650 = 992772$
$771650 = 771650$

$368x^2 + 38180x = 221122$

92

$4x^2 + 415x = 240312 = \frac{38456}{16}$

$\frac{415^2}{4} = \frac{172225}{16}$

$4x^2 + 415x + \frac{415^2}{4} = \frac{21681}{16}$

V

$2x + \frac{415}{4} = \frac{459}{4}$

$2x = \frac{44}{4} = 11$, of $x = 5\frac{1}{2}$ het eerſte lid.

Dus $23x + 632\frac{1}{2} = 759$ de ſom der eerſte *Progres.*

En $16x + 1220 = 1308$ de ſom der uitgezette leden.

Dat te vinden was.

LXI. VOOR-

LXI. VOORSTEL.

Door A. VRYER, *waar mede de* OPGEEVER, J. VAN DER OORT, J. VAN TWISK, J. DE GELDER, C. BREEVILT, K. AKER, J. SCHELLINKHOUT, J. SCHEFFER, *en* H. VEEN *overeenkomen.*

Steld voor de *Progresfie*

$x-5y, x-3y, x-y, x+y, x+3y,$ en en $x+5y.$

$\overline{x-5y} \times \overline{x-3y} = x^2-8xy+15y^2$

$\overline{x-3y} \times \overline{x-y} = x^2-4xy+3y^2$ rest $+4xy-12y^2$

$\overline{x-y} \times \overline{x+y} = x^2 \quad -y^2 \;..\; 4xy-4y^2$

$\overline{x+y} \times \overline{x+3y} = x^2+4xy+3y^2 \;..\; 4xy-4y^2$

$\overline{x+3y} \times \overline{x+5y} = x^2+8xy+15y^2 \;..\; 4xy+12y^2$

$\overline{4xy-12y^2} \times \overline{4xy+12y^2} = 16x^2y^2-144y^4$

$\overline{4xy-4y^2} \times \overline{4xy+4y^2} = 16x^2y^2-16y^4$

mult.

kort $256x^4y^4-2560x^3y^6+23047y^8$
$(=27143424.$

$\overline{x-5y} \times \overline{x+5y} = x^2-25y^2$

$\overline{x-3y} \times \overline{x+3y} = x^2-9y^2$ verſchil $16y^2$

$\overline{x-y} \times \overline{x+y} = x^2 - y^2 \ldots\ldots 8y^2$

$128y^2 = 648.$

$2x^4$

$256x^4y^4 = 1296x^4$

$128y^4 = 648$

$64y^4 = 324$

$8y^2 = 18 \ldots\ldots\ldots 4y^2 = 9$

$2\frac{1}{2}$ $\qquad 2y = 3$

$20y^2 = 45$ $\qquad y = 1\frac{1}{2}.$

$128y^4 = 648$

$2560y^6 = 29160$

x^2

$2560x^2y^6 = 29160x^2.$

$128y^4 = 648$

8

$16y^4 = 81$

$2y^4 = 10\frac{1}{8}$ *add.*

$18y^4 = 91\frac{1}{8}$

$128y^4 = 648$ *mult.*

$2304y^8 = 59049.$

$256x^4y^4 = 1296x^4$

$-2560x^2y^6 = -29160x^4$

$2304y^8 = 59049$

$256x^4y^4 - 2560x^2y^6 + 2304y^8 = 1296x^4 - 29160x^2$

$(+59049 = 27143424$

1296

$$81\left|\begin{array}{l} 1296x^4 - 29160x^2 = 27084375 \\ 16x^4 - 360x^2 = 334375 \\ 45 = 2025 \end{array}\right.$$

$$16x^4 - 360x^2 + 45 = 336400$$

$$4x^2 - 45 = 580$$

$$4x^2 = 625$$

$$2x = 25. \quad \text{Dus } x = 12\tfrac{1}{2}$$

En y is $= 1\frac{1}{2}$, boven gevonden.

Ergo de begeerde *Progresſie* 5, 8, 11, 14, 17, 20.

LXII. VOORSTEL.

Door J. DE GELDER, *waar mede de* OPGEVER *overeenkomt.*

Dewyl een *Mark Bruto* Goud aangenomen wordt tot 21 Karaat $11\frac{1}{2}$ Grein fyn, en een Mark fyn tot een vasten prys van 355 Gulden bepaald is, kunnen wy door eene eenvoudige Proportie-rekening de waarde van één Mark Bruto goud vinden: want

24 Kar. : 21 Kar. $11\frac{1}{2}$ Grein :: 355 Guld. : $324\frac{7}{8}$ Guld. zeer naby, voor de waarde van een Mark Bruto, die ſlechts $\frac{7}{320}$ gulden van de waare verſchilt, eene kleinigheid, die men in de Praktyk vellig mag verwaarloozen.

Nu merken wy aan.

1°. Dat wanneer men by 320 guldens $1\frac{1}{2}$ prCent voegt, de ſom juist aan $324\frac{1}{2}$ guldens gelyk is.

2°. Dat wanneer men de Marken Bruto Goud met 8 tot Oncen, deeze Oncen met 40 tot halve Penningen maakt, hetzelve even is als of men de Marken Bruto Goud met 320 hadt vermeenigvuldigd.

3°. Dat wanneer men dus het voorgeſtelde getal Marken Bruto Goud met 8 tot Oncen, met 40 tot halve-Penningen maakt, daar een perCent byvoegt, uit de laatſte de helft, de ſom deezer deelen zoo veel is, als of men het voorgeſtelde getal met $324\frac{1}{2}$ hadt vermeenigvuldigd, uit kracht van de 1ſte en 2de Aanmerkingen.

Om nu te bepaalen hoe veel Guldens een zeker getal Marken Bruto Goud waardig zyn, moet $324\frac{1}{2}$ Guldens met de Marken vermeenigvuldigd worden: dat is zoo veel maal genomen worden, als 'er Marken zyn; dit met de derde Aanmerking vergeleeken, behoeft niets meer van de deugdzaamheid des voorgeſtelden Regels gezegd te worden.

Wil men den Régel zelven door voorbeelden zien opgehelderd, men zie *Grauman* op de aangehaalde plaats.

LXIII. VOOR-

LXIII. VOORSTEL.

Door de OPGEEVERS.

De Algemeene *Formule* van een *Poligonaal*-getal, welkers Wortel $= a$, en getal der hoeken $= n$ is, is $\frac{a^2n-2a^2-an+4a}{2}$ (zie, *Oeffenschool der Mathematische Weetenschappen*, IIde DEELS 1ste Stuk. pag. 47.)

Stellende nu a, b, c, &c. achtereenvolgende voor a; en 3, 10, en 100, voor n; dan zyn:

De *Trigonalen* $\frac{aa+a}{2}$, $\frac{bb+b}{2}$, $\frac{cc+c}{2}$, enz.

hun som $\frac{aa+bb+cc+\&c.+a+b+c+\&c.}{2}$

De *Decagonaalen* $4aa-3a$, $4bb-3b$, $4cc-3c$ &c.

hun som $4aa+4bb+4cc+\&c.-3a-3b-(3c-\&c.$

De *Octogonaalen* $49aa-49a$, $49bb-48b$, $49cc-(48c$, &c.

hun som $49aa+49bb+49cc+\&c.-48a-(48b-48c-\&c.$

Nu is door het Voorſtel

$$\frac{aa+bb+cc+\&c.+a+b+c+\&c.}{2} = p$$

$$8$$

$$4aa+4bb+4cc+\&c.+4a+4b+4c+\&c. = 8p$$

$$4aa+4bb+4cc+\&c.-3a-3b-3c-\&c. = q$$

afg.

$$7a+7b+7c+\&c. = 8p-q$$

$$7$$

$$a+b+c+\&c. = \frac{8p-q}{7}$$

$$aa+bb+cc+\&c.+a+b+c+\&c. = 2p$$

afg.

$$aa+bb+cc+\&c. \ldots\ldots = \frac{6p+q}{7}$$

$$49$$

$$49aa+49bb+49cc+\&c. = 42p+7q$$

$$48a+48b+48c+\&c. = \frac{384p-48q}{7}$$

afg.

Dus $49aa+49bb+49cc+\&c.-48a-48b-48c-\&c.$

$$= \frac{97q-90p}{7}$$

De ſom der *Coſinogonalen*,

AN.

ANDERS.

Door J. DE GELDER.

Wy zullen aan deeze Vraag eene algemeene Oplosſing poogen te geeven, waar van het voorgeſtelde ſlechts een enkel geval is. Ten deezen einde merk ik aan, dat alle *Polygonaal*-getallen in het algemeen tot deeze uitdrukking of *Formula* $Ay^2 - By$ behooren, waar in y de Wortel verbeeldt; dat de onderſcheidene naamen der *Polygonaalen* alleen afhangen van de veranderingen, die de *Coëfficienten* A en B ondergaan, en dat de naam des *Polygonaal*-getals gegeeven zynde, daar door de *Coëfficienten* A en B bekend worden.

Laaten nu $ry^2 - sy$, $ty^2 - uy$, $\mathfrak{C}y^2 - \gamma y$ drie onderſcheidene *Formulae* der *Polygonaal*-getallen verbeelden: de twee eerſte voor de *Polygonaal*-getallen, welker ſommen gegeeven zyn, de laatſte voor de *Polygonaal*-getallen, welker ſom gezocht wordt.

Indien men nu in elk deezer *Formulae* voor den Wortel y achtereenvolgens de grootheden a, b, c, d, enz. plaatst, zyn de drie *Polygonaalen* deezer grootheden 1°. $ra^2 - sa$, $rb^2 - sb$, $rc^2 - sc$, $rd^2 - sd$, enz. 2°. $ta^2 - ua$, $tb^2 - ub$, $tc^2 - uc$, $td^2 - ud$, enz. $\mathfrak{C}a^2 - \gamma a$, $\mathfrak{C}b^2 - \gamma b$, $\mathfrak{C}c^2 - \gamma c$, enz. Stellende nu $a + b + c + d +$ enz. $= S$, $a^2 + b^2 + c^2 + d^2 +$ enz. $= S'$; dan is het klaar, dat

1°. $rS' - sS = p$.

2°. $tS' - uS = q$.

3°. $\mathfrak{C}S' - \gamma S = x$. de begeerde ſom.

Deeze waarde van x zal uit de bepaaling der waarden van S en S^{1}, die met behulp der twee eerſte *Equatien* opgelost worden, bekend zyn.

Nu hebben wy uit de twee eerſte *Equatien*

$$S' = \frac{sS+p}{r}$$

$$S' = \frac{uS+q}{t}$$

Derhalven $\frac{sS+p}{r} = \frac{uS+q}{t}$

$$stS+tp = ruS+rq$$

$$(ru+st)\times S = pt-rq$$

$$\text{Derhalven } S = \frac{pt-rq}{ru-st}$$

en $\frac{sS+p}{r} = S' = \frac{pu-sq}{ru-st}$.

Nu hebben wy $x = CS'-\gamma S = C\times\frac{pu-qs}{ru-st}-\gamma\times\left(\frac{pt-rq}{ru-st}\right)$ Q. E. I.

Laat ons nu deeze algemeene Oplosſing op twee byzondere gevallen toepaſſen.

I. *Geval.* Indien gegeeven is de ſom der *Trigonaalen* en en de ſom der *Quadraaten*; dan zal men met behulp der eigenſchappen van de *Polygonaal*-getallen door rekening bevinden, dat $r = +\frac{1}{2}$, $s = -\frac{1}{2}$, $t = 1$, $u = 0$; dus $S = \frac{pt - rq}{ru - st} = \frac{p - \frac{1}{2}q}{\frac{1}{2}} = 2p - q$, en $S' = \frac{\frac{1}{2}q}{\frac{1}{2}} = q$. Nu zyn de waarden van ζ en γ in de *Pentagonaalen*, *Hexagonaalen*, *Heptagonaalen*, *Octagonaalen enz.* $1\frac{1}{2}$ en $\frac{1}{2}$, 2 en 1, $2\frac{1}{2}$ en $1\frac{1}{2}$, 3 en 2, $3\frac{1}{2}$ en $2\frac{1}{2}$, enz. en de ſommen deezer *Polygonaalen* worden door deeze volgende *Formulae* uitgedrukt.

$$1\tfrac{1}{2}\,q - \tfrac{1}{2} \times (2p - q)$$
$$2\,q - \quad (2p - q)$$
$$2\tfrac{1}{2}\,q - 1\tfrac{1}{2} \times (2p - q)$$
$$3\,q - 2 \times (2p - q)$$
$$3\tfrac{1}{2}\,q - 2\tfrac{1}{2} \times (2p - q)$$

enz. voor de overige.

II. *Geval.* Laaten nu gegeeven zyn de ſom der *Trigonaalen*, en die der *Decagonaalen*, en laat geeischt worden de ſom der *Cosiogonaalen* te vinden: dan is $r = \frac{1}{2}$, $s = -\frac{1}{2}$, $t = 4$, $u = 3$, $\zeta = 49$ en $\gamma = 48$, en men verkrygt voor x, de ſom der *Cosiogonaalen*, deeze uitdrukking $49 \times \frac{3p + \frac{1}{2}q}{3 \times \frac{1}{2} + 2} - 48 \times \frac{4p - \frac{1}{2}q}{3 \times \frac{1}{2} + 2} = 49 \times \frac{6p + q}{7} - 48 \times \frac{8p - q}{7} = x$.

Laaten wy dit laatſte geval, dat het onze is, en eigenlyk in de vraag voorgeſteld was, door een voorbeeld in getallen opheldéren.

Voorbeeld in Getallen. Laaten van de getallen 1, 2, 3, 4, 5. gegeeven zyn de ſom der *Trigonaalen* 35, die der *Decagonaalen* 175: dan is in dit geval $p = 35$, $q = 175$ en $x = 49 \times \frac{6p+q}{7} - 48 \times \frac{8p-q}{7} = 49 \times \frac{6 \times 35 - 175}{7} - 48 \times \frac{8 \times 35 - 175}{7} = 1975 =$ de ſom der *Coſiogonaalen*, dat elk beproeven kan, door de getallen 1, 2, 3, 4 en 5 *ſucceſſivelyk* tot *Trigonaalen*, *Decagonaalen* en *Coſiogonaalen* te verheffen, en van elk deezer Veelhoeks-getallen afzonderlyk de ſom te zoeken.

I. SCHOLION.

Het blykt allerduidelykst uit de Oplosſing der voorgaande vraag, dat het aantal n der getallen, a, b, c, d, enz. volſtrekt van den geſch der Vraag onafhanglyk is. — En hier uit leeren wy, dat uit de bepaalde grootheden p en q, welke in de Vraag bekend gegeeven zyn, die getallen zelven niet kunnen gevonden worden, ten ware het aantal dier *termen* of grootheden ſlechts twee zy: om dat alsdan de ménigte der onbekende grootheden het getal der gegeevene Vergelykingen evenaart. — Men merke ondertuſſchen wel op, dat zulks alléén doorgaa, in de onderſtelling, dat de grootheden a, b, c, d, enz. geen de minſte bekende betrekking tot elkan-

der

der hebben, of liever, dat die betrekking niet gegeeven zy: want, zoo men, by voorbeeld, onderſtelt, dat het getal der groothéden gegeeven is, en dat dezelve in eene *Arithmetiſche* of *Geometriſche Progreſſie* ſtaan; dan worden, gelyk aangetoond is, de ſom, en de ſom der *Quadraaten* van dezelve bekend: Hoe nu uit deeze bekendens de *Progreſſien* zelve gevonden worden, weet elk één, die zich de eerſte beginſelen der Stelkunde heeft eigen gemaakt: derhalven enz.

II. SCHOLION.

Men heeft in de Oplosſing reeds duidelyk aangetoond, dat indien de ſommen van twee onderſcheidene *Polygonaalen* van eenige getallen gegeeven zyn, de ſom van eenig ander *Polygonaal* dier getallen altyd kan gevonden worden; doch men zoude uit die bepaaling alléén te vergeefsch de ſom van eenig *Polygonaal* van één hooger geſlacht deezer getallen zoeken: want daar toe zou vereiſcht worden, dat men de ſom der *Cuben*, *Quadraats-Quadraaten*, *Vyfde*, *Zesde* magten, enz. bekend kreeg; naar dat de *Polygonaalen*, welker ſom men vinden moet, van het tweede, derde, vierde, enz. geſlacht zyn. — Indien men dan de ſom der *Polygnaalen* van het $m$de geſlacht bepaalen wil, is het noodig, dat de ſommen der eerſte, tweede, derde magten, tot de ſom ——de

der $m+1$ magt, bekend worden: eene waarheid, die een ieder, die op de uitdrukkingen of *Formulae* der *Polygonaalen* van hoogere geſlachten let, terſtond in het oog loopt; (*Zie Byv. op de Opl. van Voorſt.* 244. II. *Deel der Kunſtoeff. pag.* 474.) en dus moeten 'er zoo veele Vergelykingen als onbekende grootheden in de Vraag te vinden zyn: namelyk $m+1$ Vergelykingen.

Dit gezegde zal veel licht byzetten tot de Oplosſing van andere Vraagen, die zeer ingewikkeld zyn, en tot het ſoort van deeze onze opgeloste behooren. Zeer gaerne zouden wy nog het een en ander hier byvoegen, inlien ons de tyd zulks toeliet; dan wy zullen in het vervolg gelegenheid genoeg hebben, om over die ſtof nog één en ander te zeggen.

LXIV. VOORSTEL. Fig. 36.

Door C. BREEVILT, *waar mede* J. DE GELDER, J. SCHEFFER, H. VEEN, J. VAN DER POORT, J. VAN TWISK, K. AKER, *en de* OPGEEVER *overëenkomen.*

$$AD = AB - BC = 4$$

$$\sqrt{\quad}$$

$$\left.\begin{array}{l} \overline{AB - BC}^{2} = 16\ldots \\ \text{A ABC} = \dfrac{AB \times BC}{2} = 96 \\ \dfrac{\qquad}{8} \\ 4AB \times BC = 768 \end{array}\right\} \text{Verg.}$$

$$\overline{AB + BC}^{2} = 784$$

$$\sqrt{\quad}$$

$$\begin{array}{l} AB + BC = 28 \\ AB - BC = 4 \end{array} \quad \text{Verg. en afg.}$$

$$2AB = 32, \text{ en } 2BC = 24$$

$$\frac{}{2}$$

$$AB = 16, \text{ en } BC = 12$$

Der-

Derhalven staat het Land van M tot het Land van N, als

BD ; AD :: 12 : 4 :: 3 : 1

Dus de *Quotr.* hunner Kooppenn. :: 2 : 1

9			
1 af			
8	44472	2	2

Komt 46656

De Kooppenn. van M = 216 Guldens.

Dus die van N = 72 Guldens.

NB. Uit deeze Ontbinding, zeggen C. BREEVILT, J. SCHEFFER, en K. AKER, blykt, dat in het Voorstel eene Conditie te veel is opgegeeven; alzo wy in 't geheel niet noodig gehad hebben de laatste Conditie op één na te gebruiken.

LXV. VOORSTEL. *Fig.* 37.

Door J. DE GELDER, C. BREEVILT, J. VISSER, J. SCHEFFER, H. VEEN, J. VAN TWISK, J. VAN DER OORT, K. AKER, J. SCHELLINKHOUT, en *de* OPGEEVER.

Laat ABC den rechthoekigen Driehoek, BC den *Basis* verbeelden. Stel BC = $\frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}x$, een *Tri-*

genaal-getal, waar van x de Wortel is; dan is AC $= \frac{1}{2} x^2 + \frac{3}{2} x$, en AB $= \frac{BC + AC}{2} = \frac{1}{2}x^2 + x$; hier uit is $AB^2 = \frac{1}{4} x^4 + x^3 + x^2$; daarenboven is $\overline{AC}^2 + \overline{BC}^2 = (\frac{1}{2} x^2 + 1\frac{1}{2} x)^2 - (\frac{1}{4} x^2 + \frac{1}{2} x)^2 = x^3 + 2 x^2$. Dit verschaft ons nu de volgende Vergelyking:

$$\frac{1}{4} x^4 + x^3 + x^2 = x^3 + 2 x^2$$

$$\text{of } \frac{1}{4} x^4 + x^2 = 2 x^2$$

$$\frac{1}{4} x^4 = x^2$$

$$\sqrt{}\ \frac{1}{2} x^2 = x$$

$$x\ \frac{1}{2} x = 1$$

$$\frac{}{}\ 2$$

$$x = 2$$

Waar uit BC $= 4$
AC $= 5$

en AB $= 4$, de zyden des begeerden rechthoekigen Driehoeks ABC gevonden worden.

LVI. VOOR-

LXVI. VOORSTEL.

Door J. DE GELDER, J. VAN DER OORT, J. VISSER, J. SCHEPPER, H. VERN, J. VAN TWISK, *en de* OPGEVER.

Stel het getal der Maanden x, en het Jaartal y; dan is de *datum* der loopende Maand $31 - x$.

Van het *Quadraat* des *datums* der loopende Maand $961 - 62x + xx$ dat van het aantal der Maanden afgetrokken xx, heeft men

$$961 - 62x = 589$$

$$\text{dus } 62x = 372$$

of $x = 6$, het getal der Maanden, dat is de Maand Juny, en $31 - x = 25$, het aantal der dagen van de loopende Maand, waar uit 5 de Wortel is.

Nu moet nog het Jaartal bepaald worden. Volgens het gevondene is de som der loopende Maand en de *radix* des *datums* $6 + 5 = 11$.

$$\text{dus } 11y = 5y + 10350$$

$$6y = 10350$$

$$y = 1725.$$

Waar

Waar uit blykt, dat des *Components* vriend den 25 van *Juny Anno* 1725 gebooren is.

Dat te vinden was.

LXVII. VOORSTEL.

Door J. DE GELDER, C. BREEVILT, J. SCHEFFER, J. VAN TWISK, J. VAN DER OORT, H. VEEN, K. AKER, J. SCHELLINKHOUT, *en de* OPGEBVERS.

Stel b, $b+x$, $b+2x$, $b+3x$ voor de *Arithmetiſche Progreſſie*: dan is het *Produkt* der middelſte *Termen* $bb+3bx+2xx$.

En het *produkt* der uiterſten $bb+3bx$.

Derhalven is het verſchil der *Produkten* $2xx=a$; waar uit blykt, dat het getal a gelyk aan het dubbeld van een *Quadraat* moet genomen worden.

Neem $a=2$, 8, 18, 32, 50, 72, 98 *enz.*

Dan is $x=1$, 2, 3, 4, 5, 6, 7 *enz.*

Neem nu $b=3$: dan is ($a=2$ neemende) 3, 4, 5, 6 de *Progreſſie*, waar in $4\times5-3\times6=2=a$ is, en oneindig anderen meer.

Dat te vinden was.

LXVIII.

LXVIII. VOORSTEL.

Door den OPGEEVER.

Dewyl in een aangenomen Systema van telling (welk het ook zy) een getal nimmer gelyk kan zyn aan een ander, dat kleiner of grooter is, ten zy men aan de getallen byzondere hoedanigheden toeëigene, zo volgt van zelfs, dat in dit geval twee verschillende tellingen bedoeld worden; naamelyk: onze gewoone, die van 1 tot 10, en eene andere, die slegts van 1 tot 7 telt. Naar deeze bevatting, die hun, welke der Rekenkunde meer dan gewoonlyk doorgrond hebben, niet vreemd kan zyn, wordt het Voorstel op de volgende wyze zeer gemaklyk opgelost.

Dewyl 10 in onze telling = 7 in de andere is;
Zo is 12 = 7 × 2 = 9
met 9 verm.

komt 81 het begeerde Product naar onze gewoone telling.

BEWYS.

12 × 12 = 144.
Maar 144 = 1 honderd = 7^2 = 49 } naar de gewoone telling.
4 tienen = 4 × 7 = 28 }
4 eenh. = ... 4 }

Dus 144 in de andere tell. = 81 in de gewoone telling.

Q. E. D.

LXIX. VOORSTEL. *Fig.* 38.

Door A. VRYER, J. PAUW, C. BREEVILT, K. AKER, J. DE GELDER, S. GRAAF, J. SCHEFFER, J. VAN TWISK, *en de* OPGEEVER.

De Regthoek zy ABED. NB. Gelyk in deeze *Figuur* moet men de letters plaatsen; dan is, trekkende uit het gegeeven punt H tot de 4 hoeken lynen, □ AH + □ HE = □ BH + □ HD, volgens dit

BEWYS.

Trekt door 't punt H de regte lyn CF, evenwydig met AD. De Δ^{en} HFD, HFE, HCB en HCA, zyn dus alle regthoekig, daarom

□ AC + □ CH = □ AH
□ EF + □ FH = □ HE

□ AC + □ CH + □ EF + □ FH = □ AH + □ HE.

Ook is □ BC + □ CH = □ EF + □ CH = □ BH
□ DF + □ FH = □ AC + □ FH = □ HD

□ AC + □ CH + □ EF + □ FH
(= □ BH + □ HD.

Maar

Maar ook is boven gevonden □AC+□CH+□EF (+□FH = □AH+□HE.

E ergo is □AH+□HE = □BA+□HD.

Dat te bewyzen was.

LXX. VOORSTEL. *Fig.* 39.

Door J. DE GELDER, *waar mede de* OPGEVER; C. BREEVILT, J. VAN TWISK, J. PAUW, J. SCHEFFER, *en* J. VISSER *overkomen.*

De Cirkel, welke in eenen gelykzydigen Driehoek beſchreeven is, ſnydt van elk der rechtſtandige lynen, uit elk een der hoeken tot de overſtaande zyden getrokken, een derde gedeelte af, bevat tuſſchen dien hoek en den omtrek des ingeſchreeven Cirkels.

Zy ABC een gelykhoekigen of gelykzydigen Driehoek: beſchryf in denzelven een Cirkel DEF, 4 *Prop.* 4 B. Trek de lyn BD uit B rechthoekig op AC, die den omtrek in *e* ſnydt; dan moet beweezen worden, dat 3B*e* = BD.

BEWYS.

Trek uit één der overige hoeken, als C, de lyn CE rechthoekig op de overſtaande zyde AB: deeze ontmoet dan BD in *d*, het middelpunt van den Cirkel; vereenig voorts E en *e* door de rechte E*e*; dan is △ BE*d* rechthoekig, en ∠ BE*d* = ∠ *d*E*e* +∠

$+ \angle BEe = \angle BEE + \angle EBd =$ *recht* 32 *Prop.* 1 *B.* en gaat van deeze $\angle BdE = \angle dEe$ (die gelyk zyn; om dat $\angle ABC = \angle edE = \angle dEé = \angle dEE = 60°$ is 32 *Prop.* 1 B.) afgenomen, is $\angle BEe = \angle eBE$; dus $Be = Ee$, 5 *Prop.* 1 B.: maar $dE = Ee = de$: 4. 1 B. 15 *Def.*; dus $Be = de = dD$; waar uit $3\,Be = BD$.

Dat te bewyzen was.

Hier uit volgt nu deeze Oplosſing.

$Bé$ is gegeeven gelyk 21. Dus de middellyn $Dé = 3Be - Be = 2Be = 42$. Voorts is volgens de proportie van *Archimedes*,

$$7 : 22 :: 42 : x = \frac{22 \times 42}{7} = 6 \times 22 = 132 =$$

den omtrek des ingeſchreeven Cirkels.

Eindelyk $14 : 11 :: 42 \times 42 : x = \frac{11 \times 42 \times 42}{14}$

$= \frac{3 \times 11 \times 42}{1} = 1386$ den inhoud des ingeſchreeven Cirkels.

Dat te vinden was.

AN-

ANDERS.

Door A. Vryer.

Deilyn B*d* tot het punt D in de zyde AC verlengd, dan is BD loodregt op AC, en 't punt D 't raakpunt des *Cirkels dE*, tot het raakpunt getrokken, fuydt de zyde BA in tweeën gelyk.

Steld de zyde BA = 2 *x*,
dan is BE = DC = *x*,
en de *perpend.* BD = $\sqrt{3}.x$.

De $\square$ DB *e* 21 $\sqrt{3}.x$ = $\square$ BE *x* 2 (36 *P. III. B. Euclid.*)

x

$x = 21\sqrt{3}$

$\sqrt{3}$

$\sqrt{3}.x = 63$ BD

21 B *e*

42 *e* D, de *Diameter.*

7 : 22 :: *e*D (*Diam.*) : de omtrek des *Cirkels.*

of 7 : 22 :: 42 : de omtrek
komt 132 de omtrek,

en $\frac{42}{4} \times \frac{132}{4} = 1386$ de inhoud des *Cirkels* P.

Dat te vinden was.

LXXI. VOORSTEL.

Door A. VRYER, *en nog anders door* C. BREEVILT, J. DE GELDER, H. DRESSELHUIS, J. SCHEFFER, S. GRAAF, J. VAN TWISK *en* K. AKER.

De begeerde deelen zyn x en y.

$$x+y=a.$$

$$xx+2xy+yy=a^2$$

$$x^2+y^2=-2xy+a^2$$

$$x^3y+xy^3=-2x^2y^2+a^2xy.$$

De ſom der Teerl. is x^2+y^2
de ſom der *Quadraaten* $xx+yy$
mult.
komt $x^4+x^3y^2+x^2y^3+y^4=b.$

$$x+y=a$$

$$x^4-x^3y+2x^2y^2-xy^3+y^4=\frac{b}{a}$$

$$x^4+2x^3y^2+y^4=x^3y+xy^3+\frac{b}{a}$$

$$x^2+y^2=\sqrt{x^3y+xy^3+\frac{b}{a}}=-2xy+a^2$$

$$x^3y+xy^3+\frac{b}{a}=4x^2y^2-4a^2xy+a^4$$

$$x^3y+$$

$$x^3y + xy^3 = -2x^2y^2 + a^2xy = 4x^2y^2 - 4a^2xy + a^4 - \frac{b}{a}$$

$$6x^2y^2 - 5a^2xy = \frac{b}{a} - a^4$$

$$6$$

$$a^2y^2 - \frac{5}{6}a^2xy = \frac{b}{6a} - \frac{1}{6}a^4.$$ Een

(vierk. Æquatie.

$$\left| -\frac{5}{12}a^2 \right|^2 = \frac{25}{144}a^4$$

$$x^2y^2 - \frac{5}{6}a^2xy + \left| -\frac{5}{12}a^2 \right|^2 = \frac{b}{6a} + \frac{1}{144}a^4$$

$$V$$

$$xy - \frac{5}{12}a^2 = \pm V\left(\frac{b}{6a} + \frac{1}{144}a^4\right)$$

$$xy = \frac{5}{12}a^2 \pm V\left(\frac{b}{6a} + \frac{1}{144}a^4\right).$$

Maar xy, 't vermenigvuldigde der deelen, kan niet meer dan $\frac{1}{4}a^2$ zyn, gevolglyk kan het dubbeld teken alleenlyk $-$ zyn, en de waarde van $xy = \frac{5}{12}a^2 - V\left(\frac{b}{6a} + \frac{1}{144}a^4\right)$.

Stelle $xy = \frac{5}{12}a^2 - \sqrt{\frac{b}{6a} + \frac{1}{144}a^4} = c$.

$4xy = 4c$

$x^2 + 2xy + y^2 = a^2$ *subst.*

$x^2 - 2xy + y^2 = a^2 - 4c$

$x - y = \sqrt{a^2 - 4c}$

$x + y = a$ *add.* en *subst.*

$2x = a + \sqrt{a^2 - 4c}$, en $2y = a - \sqrt{a^2 - 4c}$

komt $x = \frac{a + \sqrt{a^2 - 4c}}{2}$, en $y = \frac{a - \sqrt{a^2 - 4c}}{2}$

(de begeerde deelen.

Laat het gegeeven getal $a = 12$ zyn.
$b = 34632$.

Dan is $\frac{5}{12}a - \sqrt{\frac{b}{6a} + \frac{1}{144}a^4} = c = 35$.

Komt $x = \frac{a + \sqrt{a^2 - 4c}}{2} = 7$

$y = \frac{a - \sqrt{a^2 - 4c}}{2} = 5$

} de deelen.

Dat te vinden was.

AAN-

AANMERKING VAN DEN OPGEEVER.

Daar veelligt iemand zou kunnen denken, dat ik my in de Noot op dit Voorſtel eenigzins te ſcherp uitgedrukt hebbe, zo als my reeds vóór eenigen tyd door eenen myner Vrienden, en tevens Lid van dit Genootſchap, is voorgehouden, acht ik my verpligt my in dat opzicht te rechtvaerdigen, door allerduidelykst aan te toonen, dat niet zoo zeer myne driften, als wel de voorbaarige oordeelveliing van een zich zo noemend Genootſchap van Liefhebbers der Wiskunde (in hunne *uitgewerkte* P. VENEMA'S ALGEBRA) over eenen Leerregel, die zy toonen zelven niet te verſtaan, my genoopt hebben voor de eere van P. VENEMA op te komen; en wyders te betoogen, dat zy beter gedaan hadden zich nog eenigen tyd van de leſſen eens kundigen Meesters te bedienen, dan eenen last op hunne ſchouders te leggen, die zy niet kunnen torſen, en eenen taak over te neemen, waar toe zy geene de minſte bekwaamheid hebben.

VENEMA zegt in zyne ALGEBRA pag. 28, Voorſt. 9: *De √ uit* 7000, *komt* BYNA $83\frac{111}{166}$. Elk die eenigzins regelmaatig heeft leeren denken, begrypt in den eerſten opſlag, dat het woord BYNA eene onvolmaaktheid inſluit; en dat VENEMA hier te kennen geeft, dat uit 7000 geen volkomen Wortel te vinden is: echter ontziet zich dat Genootſchap niet deezen Autheur in 't openbaar te hoonen, door de volgende ſchampere aanmerking by gelegenheid van het evengemelde Voorſtel te berde te brengen (*zie hun Werk* pag. 48).

„ Onzen Autheur ſchynt gemeend te hebben, dat
„ 'er geen *irrationaale getallen* zyn. Want hy trekt,
„ naar zyn gevoelen, den Wortel in geheelen en
„ deelen uit allerlei getallen, op deeze wyze: hy
„ trekt den Wortel uit de voorgeſtelde grootheid;
„ blyft 'er iets over, ſtelt hy, dat dit de teller van
„ een Breuk is, wiens noemer tweemaal meer een-
„ heden bevat, dan het Wortelgetal geheelen heeft."

Voorts tracht dat Genootſchap, door zyne verdere redenecring, de Leezers in den waan te brengen, dat VENEMA ſchynt gemeend te hebben, dat een aldus benaderde Wortel de waare Wortel uit het voorgeſtelde getal is: ik heb dit voorgeeven hier boven reeds met de eigene woorden van den Autheur gelogenſtraft; dus komt het 'er nu nog maar op aan te toonen, dat de benadering, waar van VENEMA gebruik maakt, op eenen Wiskundigen grond gevestigd is.

Laat dus $aa + b$ de algemeene uitdrukking van eene *irrationaale* grootheid zyn, waar uit de Wortel niet anders als door benadering getrokken kan worden; dan is a het *Quotient* der Worteltrekking, en b het overblyvende getal, en dus volgens VENEMA de Wortel $= a + \frac{b}{2a}$.

Maar de Wortel uit $aa + b$ in eene *Series* uitgedrukt, door uit de evengemelde grootheid daadelyk den Wortel te trekken, is

$$a + \frac{b}{2a} - \frac{b^2}{8a^3} + \frac{b^3}{32a^5} - \frac{b^4}{128a^7} + \frac{b^5}{512a^9} - \&c.$$

Welke *Séries*, wat de twee eerſte *Termen* belangt, de zelfde is waar van VENEMA zich bediend heeft; weshalven zyne Leerwyze niets ongerymds insluit, maar op eenen Wiskundigen grond ſteunt. Dat zyn gevondene Wortel niet zeer naauwkeurig is, moet daar aan toegeſchreeven worden, dat hy de *Séries* ſlegts tot twee *Termen* voortzet; daar hy, om nader tot de waarheid te komen, meerdere *Termen* hadt moeten gebruiken. Dat echter de Decimaal-Rekening hier toe een gereeder weg is, behoefde ons het gemelde Genootſchap niet te onderrichten, vermits ik zulks in myne *Inleiding tot de Mathematiſche Weetenſchappen*, vóór eenige Jaaren in druk gegeeven, vry wat duidelyker dan die Liefhebbers der Wiskunde in hunne misgeboorte heb aangetoond.

ven

Dat hun Werk een misgeboorte is, blykt onder anderen duidelyk in hunne Ontbindingen der Voorst. 97, 98, 99, 100 (*), 101, 102, en 103 van de *Simpele Vergelykingen*, waar in zy één der Onbekenden, die niet als uit eene gegronde bewerking bepaald kan worden, in den beginne hunner bewerkinge raadender wyze onderstellen; hebbende zy zelfs de domme vrymoedigheid, om aan het einde hunner Ontbindinge van Voorstel 97 tot onderrichting, of liever verwarring, by te voegen: *Wanneer in een Voorstel drie onbekenden gevonden worden, moet men een derzelven stellen.*

Wat moet men al verders van de bekwaamheid dier Liefhebbers denken, als zy aan het einde van Voorst. 217 der *Vierkants-Vergelykingen* pag. 269, den Leezer vryheid geeven, om eene valsche stelling te doen, als een getal daar door *rationaal* wordt; terwyl zy niet eens bezeffen, dat de bedoelde stelling niets minder dan valsch is, en openlyk hunne onkunde aan den dag leggen van niet te weeten, dat elke Vergelykinge zoo veel Wortelen heeft, als de *Exponent* der hoogste magt van die Vergelykinge uitdrukt?

Andere ongerymde stellingen en verkeerde begrippen, welke in dat Werk overvloedig voor handen zyn, gaa ik stilzwygende voorby.

LXXII. VOORSTEL.

Door C. BREEVILT, *waar mede de* OPGEEVER, J. DE GELDER, J. PAUW, K. AKER, J. VAN TWISK, J. SCHEFFER, S. GRAAF, *en* J. VISSER *overeenkomen.*

Stel het getal $= x$.

Dan

(*) Dit zooste Voorstel is volkomen bepaald, en dus ten onrechte onder de onbepaalde Voorstellen geplaatst. Echter vinden deeze Liefhebbers goed het Voorstel als onbepaald te beschouwen; zeggende, als naar gewoonte, stel $y = 3$.

Dan is $\frac{xx+x}{2} = \frac{x \times xx+x}{20}$

$xx+x = 10x$

$x = 9$

Derhalven 't begeerde getal $= 10$.

LXXIII. VOORSTEL. *Fig.* 40.

Door C. BREEVILT, *en* J. PAUW, *waar mede de* OPGEEVER, J. SCHEFFER, J. VAN TWISK, K. AKER, *en* S. GRAAF *overëenkomen.*

Verleng AB tot in K, zoo dat AK $=$ AC is, en voeg CK te saamen; dan is

$\angle A + \angle K + \angle ACK = 180°$
$\angle A \ldots\ldots = 59° 29'$ afg.

$\angle K + \angle ACK = 120° 31'$

$\angle K = \angle ACK = 60° 15' 30''$

Nu is BC : *Sinus* $\angle$ K :: BK : *Sin.* $\angle$ BCK
14 : 86827 :: 2 : *Sin.* $\angle$ BCK

komt *Sin.* $\angle$ BCK $= 12404$
dus $\angle$ BCK $= 7° 7' 30''$ } afg.
$\angle$ ACK $= 60° 15' 30''$ }

$\angle ACB = 53° 8'$

Wederom *Sin.* $\angle$ A : AC :: *Sin.* $\angle$ ACB : AB
86148 : 14 :: 80000 : AB

Komt AB $= 13$
AC $-$ AB $= 2$

AC $= 15$

AN-

ANDERS. Fig. 41.

Door J. DE GELDER.

Zy ABC als vooren de begeerde Driehoek, maak in denzelven AB = AK en trek de rechte lyn BD; dan is ∠ ABK = ∠ AKB 4 *Prop.* 1 *B.*, en ∠ CKB = ∠ A + ∠ ABK = ∠ A + ½ *Supp.* ∠ A; dewyl nu ∠ A bekend gegeeven is, is ook deszelfs *Supplement*, en ∠ A + ½ *Suppl.* ∠ A bekend gegeeven; daarenboven zyn CK = AC − AB, en CB, (*Conſt.* en *Voorſt.*) bekend gegeeven. In den Driehoek BCK zyn dus drie termen bekend, en alle de overige; dus ook ∠C en ABC zyn bekend; en door deezen, met behulp van ∠ A en BC, in △ ABC de zyden AB en AC.

In dit Voorſtel is ∠ A = 59° 19', BC = 14, CK = 2; dus *Sup.* ∠ A = 120° 31' en ½ S. ∠A = 60° 15½'.

Nu is BC : CK :: S. ½ *Supp.* ∠ A : S. ∠CBK.

9, 9386553
9, 3010300

10, 2396853
1, 1461280

9, 0935573 = *Log.* S. ∠CBK = 7° 7½'

Maar ∠ ABK = 60° 15½'

Dus ∠ CBK + ∠ ABK = 67° 23' = ∠ ABC.

Wederom is S. ∠ A : S. ∠ ABC :: BC : AC
r, 1461280
9, 9652480

11, 1113760
9, 9352459

1, 1761301 = N. *Log.* 13,0014 = AC
hier 2 = CK afn.

blyft 13,0014 = AB.

LXXIV. VOORSTEL.

Door den OPGEVER, en J. VAN TWISK.

1. Zoo de ſtof door het Water niet beſchadigd wordt, kan men het Lighaam *in een vierkante* Bak onder het Water dompelen, en door het opryzen des Waters den Inhoud ligtelyk vinden. Of de Bak vol Waters zynde, kan men het uitgeloopen Water meeten, welks uitgebreidheid met die van het ingedompeld Lighaam zal overëenkomen.

2. Zoo het geen Water lydt, zondet nadeel kan men, in plaats van Water, fyn zand gebruiken.

3. Men zou ook, door eenige kleevende ſtof daar aan te hechten, hetzelve tot een gefchikt Lighaam kunnen vormen, den Inhoud daar van berekenen, als mede van de bygevoegde ſtoffe, en 't laatſte van het eerſte trekken, de reſt zal de Inhoud zyn.

4. Zoo de ſoortelyke zwaarte der ſtoffe bekend is, kan men het Lighaam weegen, en vervolgens, door rekening, den Inhoud ligtelyk vinden.

NB. De

NB. *De fraaije Verhandeling van* J. DE GELDER *over dit Voorſtel zullen wy voor het* MENGELWERK *beſpaaren.*

LXXV. VOORSTEL. *Fig.* 74.

Door den OPGEVER.

Beſchryf uit A *Perpend.* op EF den boog AG, en uit het midden D van den *Baſis* AB den boog DG, zodanig dat dezelve aan den hoog DE gelyk zy. Snydt alsdan op den grootſten Cirkel ECF uit F den boog FC = AG af, en voeg de punten A en B met C door boogen van grootſte Cirkelen te ſaamen, zo is ABC de begeerde Driehoek.

BEWYS.

Men ſtelle EA = *a*, EB = *b*, EC = *z*, en den hoek AEC = *e*, zo is eerſtelyk $AD = \frac{b-a}{2}$ en $ED = \frac{b+a}{2}$. In den rechthoekigen Driehoek DAG is *Cof.* DG = *Cof.* ED = *Cof.* AD. *Cof.* AG; by gevolg

$$Cof.\,AG = \frac{Cof.\,ED}{Cof.\,AD} = \frac{Cof.\,\frac{b+a}{2}}{Cof.\,\frac{b-a}{2}}.$$ Dus moet bewezen worden, dat ook *Cof.* FC =

Cof.

$Cos. \frac{b+a}{2}$ . . . . . zal zyn, wanneer de Inhoud des Drie-

$Cos. \frac{b-a}{2}$ . . . . . hoeks ABC tot een *Maximum* gemaakt wordt.

Wanneer men den Inhoud des Driehoeks EBC door X, en den Inhoud des Driehoeks EAC door Y uitdrukt, zo is de oppervlakte des gezochten Driehoeks ABC $=$ X $-$ Y. Deeze moet een *Maximum* zyn; by gevolg $dX - dY = 0$.

Als men hier den gewoonen weg wilde inslaan, om den Inhoud der beide Driehoeken door de bekende uitdrukkingen te zoeken, en de *Differentiaalen* te neemen, zoude men tot *Formulen* komen, welke den arbeidzaamsten Rekenaar zouden afschrikken. De volgende Methode zal ons op eene zeer gemaklyke wyze tot het oogmerk brengen.

Trek naar het punt c, oneindig dicht by het punt C, uit A en B de boogen Ac en Bc, zo verkrygt men twee *Elementaire* Driehoeken CAc en CBc, welkers Inhoud het *Differentiaal* des Inhouds van de Driehoeken ECA en ECB is; dus $CAc = dY$, en $CBc = dX$.

Nu beschouwen wy eerstelyk den Driehoek CAc, wiens Inhoud, als men den hoek $CAc = d\omega$, en den boog $AC = p$ stelt, uitgedrukt wordt door $d\omega\,(1 - Cos.\,p.)$

Men neeme den hoek $ECA = \varphi$, dan is in den Driehoek CAc; $dz : d\omega = Sin.\,p : Sin.\,\varphi$. Dus is ook $d\omega\ Sin.\,p = dz\ Sin.\,\varphi$; of $d\omega = \frac{dz\ Sin.\,\varphi}{Sin.\,p.}$

by gevolg $dY = \frac{dz\ Sin.\,\varphi\,(1 - Cos\,p)}{Sin.\,p.}$.

Om

Om den boog p en den hoek φ uit deeze uitdrukking te doen verdwynen, beſchouwen wy den Driehoek EAC, waar in wy hebben

$$Sin.\ a : Sin.\ \varphi = Sin.\ p : Sin.\ \alpha, \text{ en}$$

$$Cof.\ p = Cof.\ a\ Cof.\ z + Sin.\ a\ Sin.\ z.\ Cof.\ \alpha.$$

De laatſte Evenredigheid geeft $Sin.\ \varphi = \frac{Sin.\ a.\ Sin.\ \alpha.}{Sin\ p.}$

en dienvolgens wordt

$$dY = \frac{dz\ Sin.\ a\ Sin\ \alpha\ (1 - Cof.\ p)}{Sin.\ p^2}$$

$$\text{of } dY = \frac{dz\ Sin.\ a\ Sin.\ \alpha}{1 + Cof\ p} = \ldots\ldots$$

$$\frac{dz\ Sin\ a\ Sin.\ \alpha}{1 + Cof.\ a\ Cof.\ z + Sin.\ a\ Sin.\ z\ Cof.\ \alpha}.$$

Daar nu in deeze uitdrukking ſlegts de boogen a en z, nevens den hoek α voorkomen, en de Driehoek $EBC = X$ van den Driehoek $EAC = Y$ eenig en alleen in den *Baſis* onderſcheiden is, zo is het klaar dat men dX bekomt, als men in dY, in plaats van a, b ſchryft. Dienſvolgens is het onnoodig de zelfde rekening voor den Driehoek CBc te herhalen, vermits

$$dX = \frac{dz\ Sin.\ b.\ Sin.\ \alpha}{1 + Cof.\ b.\ Cof.\ z + Sin.\ b\ Sin.\ z.\ Cof.\ \alpha},$$

Ingevolge de Conditie van den grootſten Inhoud, moet nu $dX - dY = 0$ zyn. Hier uit ontſtaat de volgende Vergelyking, als men naamelyk door $dz\ Sin\ \alpha$ gedeeld heeft:

$$0 =$$

$$o = \frac{Sin.\ b}{1 + Cof.\ b\ Cof.\ z + Sin.\ b\ Sin.\ z.\ Cof.\ a},$$

$$\frac{Sin.\ b}{1 + Cof.\ a\ Cof.\ z + Sin.\ a.\ Sin.\ z.\ Cof.\ a}, \text{ of}$$

$$Sin.\ b + Cof.\ a.\ Cof.\ z.\ Sin.\ b + Sin.\ a.\ Sin.\ b.\ Sin.\ z. + Sin.\ a - Sin.\ a.\ Cof.\ z.\ Cof.\ b - Sin.\ a.\ Sin.\ b.\ Sin.\ z.$$
$$\left(\begin{matrix} Cof.\ a \\ Cof.\ a \end{matrix} \right\} = o.$$

Welke Vergelyking gemaklyk tot de volgende min ingewikkelder Vergelykinge herleid wordt:

$Sin.\ b - Sin.\ a - Cof.\ z.\ Sin.\ (a - b) = o$, en uit welke voor $Cof.\ z$ de volgende Waarde gevonden wordt:

$$Cof.\ z = \frac{Sin.\ b - Sin.\ a}{Sin.\ (a - b)}.$$

Eindelyk, naardien $Sin.\ b - Sin.\ a = 2\ Sin.\ \frac{b - a}{2}$. $Cof.\ \frac{b + a}{2}$, en $Sin.\ (a - b) = -2\ Sin.\ \frac{b - a}{2}$. $Cof.\ \frac{b - a}{2}$ is, zo wordt

$$Cof.\ z = Cof.\ EC = -\frac{Cof.\ \frac{b + a}{2}}{Cof.\ \frac{b - a}{2}}, \text{ en by gevolg}$$

Cof.

$$Cos.FC = -Cos.EC = +\frac{Cos.\frac{b+a}{2}}{Cos.\frac{b-a}{2}};$$

Dat te bewyzen was.

I. SCHOLIUM.

Vermits $Cos.FC = \frac{Cos.\frac{b+a}{2}}{Cos.\frac{b-a}{2}}$ is, zo wordt $\frac{1-Cos.FC}{1+Cos.FC} =$

$$\frac{Cos.\frac{b-a}{2} - Cos.\frac{b+a}{2}}{Cos.\frac{b-a}{2} + Cos.\frac{b+a}{2}}, \text{ of } Tang.\tfrac{1}{2}FC = \sqrt{\frac{Cos.\frac{b-a}{2} - Cos.\frac{b+a}{2}}{Cos.\frac{b-a}{2} + Cos.\frac{b+a}{2}}} = \sqrt{Tang.\tfrac{1}{2}a.\,Tang.\tfrac{1}{2}k};$$

of $Cot.\frac{1}{2}EC = \sqrt{Tang.\frac{1}{2}EA.\,Tang.\frac{1}{2}EB}$. Dus is de *Cotangens* des halven-Boogs EC een Midden-evenredige tusschen de halve-Boogen EA en EB.

II. SCHO-

II. SCHOLIUM.

Wanneer de punten A en B even ver verwyderd zyn van de doorsnydingspunten der beide grootste Cirkelen E en F, zo dat ED en FD *Quadranten* worden, zo is *Cos.* EC = *Cos.* FC = 0, en dus EC = FC = 90°. Dus zal de gezochte Driehoek in dit geval gelykbeenig zyn.

I. AANMERKING.

Het is merkwaardig, dat de grootte des Boogs EC of FC in 't geheel niet afhangt van de neiging der beide grootste Cirkelen, maar enkel en alleen door de Boogen EA en EB bepaald wordt.

II. AANMERKING.

Op eene der te vooren aangemerkte overëenkomstige wyze, doch veel gemaklyker, laat zich het punt C zodanig bepaalen, dat de som der beide zyden AC + BC een *Maximum* of een *Minimum* wordt; in welk geval echter de neiging der beide grootste Cirkelen in aanmerking genomen moet worden.

LXXVI. VOORSTEL.

Door C. BREKVILT, J. DE GELDER, J. VISSER, J. SCHEFFER, J. PAUW, J. SWITSER JANSZ., J. RUYTER, K. AKER, J. VAN TWISK, en de OPGEVER.

Aantal Potten 72

2

Aan-

Aantal Koopen 36
min 1

is 35
gedurige opklimming ... 2 Penn.

Verſchil tuſſchen de eerſte en laatſte 70 Penn.
de eerſte ..... 1 "

de laatſte ... 71 "
de eerſte .... 1 "

te ſamen ... 72 "
à meenigte ... 18 "
verm.
bedraagt 1296 Penn.
16
is 81 Stuiv.
bovendien 15 "

geheele Inkoop .... 96 Stuiv.
de Verkoop van 72 Potten à 2 St. .. 144 "

Wint dus ..... 48 Stuiv.

LXXVII. VOORSTEL.

Door J. DE GELDER, J. PAUW, J. SWITSER JANSZ., C. BREEVILT, J. RUYTER, J. VISSER, J. SCHEFFER, S. GRAAF, K. AKER, *en de* OPGEEVER.

Stel voor de Rechthoekszyden des begeerden Driehoeks x en y, voor de ſchuinſe z; dan is

$$x + y + z = 12$$

Dus $x + y = 12 - z$

$$x^2 + 2xy + y^2 = 144 - 24z + zz$$

Maar $x^2 \ldots\ldots + y^2 = \ldots\ldots\ldots zz$

Derhalven $2xy \ldots\ldots = 144 - 24z$

$$2xyz \ldots = 144z - 24zz = 120$$

$$\text{of } 24zz - 144z = -120$$

$$24$$

$$zz - 6z = -5$$

$$9 = 9$$

$$zz - 6z + 9 = 4$$

$$\sqrt{}$$

$$z - 3 = 2$$

$$\text{Dus } z = 5$$

$$zz = xx + yy = 25$$

$$2xy = 24 \; (= 144 - 24z)$$

afgetr.

$$xx - 2xy + yy = 1$$

$$\sqrt{}$$

$$x - y = 1$$

$$x + y = 7 \; (= 12 - z)$$

$$\sqrt{}$$

Dus $2x = 8$, $2y = 6$

$$x = 4, \quad y = 3$$

Derh. 3, 4, 5 de zyden des Driehoeks.

Dat te vinden was.

LXXVIII.

LXXVIII. VOORSTEL.

Door J. SCHEPPER, J. PAUW, K. AKER, S. GRAAF, J. VISSER, J. VAN TWISK, J. SWITSER JANSZ., J. DE GELDER, C. BREEVILT, en de OPGEEVER.

Stel het getal der Jaaren na Christi Geboorte $= 2x$, het getal van de Jaaren des Onderdoms $= y$.

Dan is $x+y = \left(878\frac{549}{730} =\right) \frac{641489}{730}$, en $4xy$

$\left(= 17159\frac{19391}{26645}\right.$

Dus $x^2+2xy+y^2 = \frac{411508137121}{532900}$, en $4xy =$

$\left(\frac{7315535\,1360}{532900}\right.$

Derhalven $x+y = \frac{641489}{730}$

$x^2+2xy+y^2 = \frac{411508137121}{532900}$

$4xy \ldots\ldots = \frac{7315535\,1360}{532900}$

afgetr.

$x^2-2xy+y^2 = \frac{338352785761}{532900}$

$$\left.\begin{aligned} x-y &= \frac{581681}{730} \\ x+y &= \frac{641489}{730} \end{aligned}\right\} \text{Verg. en afgetr.}$$

$$\text{Komt } 2x = \frac{1223317}{73} = 1675\frac{42}{73}$$

$$\text{en } 2y = \frac{59808}{730}$$

$$y = \frac{29904}{730} = 40\frac{352}{365} \text{ Jaar; weshal-}$$

ven hy 40 Jaaren en 352 Dagen oud was.

AANMERKING.

Schoon de getallen voor de Uitkomst in alle de Ontbindingen de zelfde zyn, komen echter alle de Ontbinders in de bepaaling des tyds, toen K. L. FORMA geſtorven is, niet overeen. De meesten van hun bepaalen dien tyd op den 29 July 1675, een ander op den 3 Augustus 1675; en de Opgeever ſtelt daarvoor (doch ten aanzien zyner Opgave abuſivelyk) den 11 Aug. 1624. Wy voor ons verklaaren ons voor de volgende Aanmerking van J. PAUW. „ Indien men den Breuk, die over is, in het Jaar „ zelf (naamelyk 1675) laat vallen, zo komt de „ Sterfdag op den 29 July 1675: doch zulks dunkt „ my niet waarſchynlyk te zyn; om dat, het Jaar „ reeds vol zynde, de Breuk in herzelve niet val- „ len kan, maar noodzaakelyk tot het volgende „ Jaar

„ Jaar gebragt moet worden; en zo is dan het waa-
„ re Antwoord OVERLEEDEN OP DEN 28 JU-
„ LY 1676, om dat dit Jaar een Schrikkeljaar is,
„ waar in February 29 dagen heeft."

LXXIX. VOORSTEL. *Fig.* 43.

Door J. DE GELDER, *waar mede de* OPGEEVER *en* C. BREEVILT *overëenkomen.*

Laat ACD de gegeeven *Paraboel* zyn, AB de *As*, AP de *Parameter*, CD de grootste *Applicaat* of *Basis*, M het middelpunt van den ingeschreeven Cirkel, die den *Paraboel* in F en G raakt. Trek dan de *Normaals* MF, MG uit M, het middelpunt des ingeschreeven Cirkels; dan zyn deeze rechthoekig en op den *Paraboel* en op den Cirkel (*Toepassing der Algebra op de Hooge Meetkunde*, Kegelst. §. 30); dus vallen zy in de punten F en G, waar de Cirkel den *Paraboel* raakt. FM = GM = de *Normaal* van F of G; dus FG vereënigende, tot dat zy AB in N snydt, is FN = NG de *Applicaat* tot de *Abscisse* AN, en MN is de *Subnormaal* van F of G.

Noem nu AP, den *Parameter*, = *p*. AB = *a*, CB = *d*, en BM = *x*; dan is AM = *a* − *x*, en AN = AM − MN = *a* − *x* − ½ *p*, om dat de *Subnormaal* MN altyd gelyk is aan den halven *Parameter* (*Toep. der Alg. op de Hooge Meetk.*, Kegelst. §. 35). Maar door de eigenschap des *Paraboels* is $\overline{FN}^2$ = AN, AP (*Ib.* §. 21), = *p* × (*a* − ½ *p* − *x*) = *ap* − ½ *pp* − *px*. Hier $\overline{MN}^2$ = ¼ *pp* bygedaan, is $\overline{FM}^2$ = *ap* − ¼ *pp* − *px*.

Derhalven $ap - \frac{1}{2}pp - px = xx$

of $xx + px + \frac{1}{4}pp = ap$

$\sqrt{}$

$x + \frac{1}{2}p = \sqrt{ap}$

Eindelyk $x = -\frac{1}{2}p + d$ (om dat $\sqrt{ap} = d$ is).

Waar uit blykt, dat de *Parameter*, *Abscissa* en grootste *Applicaat* of *Basis* van een *Parabool* tot de middellyn des ingeschreeven Cirkels zyn, als p, a, d tot $-\frac{1}{2}p + d$. Q. E. I.

I. GEVOLG.

Om dan in een *Parabool* een Cirkel te beschryven, maakt men $MB =$ aan $\frac{CD - Param.}{2}$, en men beschryft uit M als middelpunt met MB als *Radius* een Cirkel; dan is deeze de begeerde Cirkel, die in den *Parabool* beschreeven is. Want de middellyn van den ingeschreeven Cirkel hebben wy gevonden te zyn $= CB - \frac{1}{2}$ *Param.* of $-\frac{1}{2}p + d$. Derh. enz.

II. GEVOLG.

Dewyl de *Ordinaaten* naar het toppunt des *Paraboels* geduurig afneemen, tot dat zy in het toppunt zelve $= 0$ worden, is het klaar te zien, dat de middellyn of *positif* of *negatif* kan zyn. Laat ons, om hier van de *Limiet* te bepaalen, $CB - \frac{1}{2}$ *Param.* $= 0$ stellen, dan is $CB = \frac{1}{2}$ *Param.* en dit heeft plaats als CD door het Brandpunt gaat; maar AB is dan de *Radius curvaturæ* van het toppunt A (Zie J. A. FAS *Differentiaal-Rekening* pag. 110 en 111). Dus zal in dit geval en in alle overige gevallen, waar

waar in CB = ½ *Param.*, CB < ½ *Param.*, en CB = *Param.* is, de ingeschreeven Cirkel alleen het toppunt in A en den *Basis* in B maken; maar in twee punten F en G, wanneer CB > *Param.* is.

LXXX. VOORSTEL.

Door J. DE GELDER, *waar mede de* OPGEEVER *en* C. BREEVILT *overeenkomen.*

Dewyl 'er geen bepaaling gemaakt wordt, welke Posten na verloop van een vierendeel jaars het eerst, één uur na den eersten, drie uuren na den laatstgenoemden arriveeren, moeten 'er zes onderscheidene beproevingen plaats hebben: wy moeten naamelyk, door de drie Posten in alle mogelyke ordens achter den anderen te onderstellen te arriveeren, de tyden bepaalen, waar in de Posten in die orde, de tweede één uur na den eersten, de derde drie uuren na den tweeden, kunnen aankomen. Wanneer wy dit in de zes mogelyke onderstellingen beproefd zullen hebben, zal door de uitkomsten blyken in welke orde de Posten aangekomen zyn.

De Post uit A kan het eerst, uit B de tweede, uit C de derde arriveeren; dan A, C, B; dan B, A, C; dan B, C, A; dan C, A, B; en eindelyk C, B, A in orde. Laat ons nu in elk één deezer onderstellingen den tyd bepaalen; waar in de Posten in die orde en met het gegeeven tydverschil kunnen aankomen.

Wy onderstellen dan vooreerst, dat eerst de Post uit A, dan de Post uit B, en eindelyk de Post uit C aankomt, noemen het getal van uuren, waar in A aangekomen zynde, B één uur, C vier uuren daar na aankomt, P, en merken aan, dat uit de bepaaling van het Voorstel volgt, dat P één veelvoud (*multiplex*) van 28, P + 1 een veelvoud van 19, en P + 4 een veelvoud van 15 zyn moet: weshalven P als zodanig moet bepaald worden.

Stel

Stel dan $P = 28$; dan is $P + 1 = 28x + 1$; dus moet $\frac{28x+1}{19}$ een heel getal zyn, of $x + \frac{9x+1}{19}$; dus $\frac{9x+1}{19}$ een heel getal. Stel $\frac{9x+1}{19} = q$; dus $9x = 19q - 1$, en $x = 2q + \frac{q-1}{9}$ een heel getal. Stel $\frac{q-1}{9} = r$; dus $q = 9r + 1$ een heel getal, indien r een heel getal is; hier door $x = 19r + 2$, en $28x = 532r + 56$. Nu moet $\frac{28x+4}{15} = \frac{532r+60}{15} = 35r + 4 + \frac{7r}{15}$ een heel getal zyn, waar uit blykt, dat men voor r een *multiplex* van 15 neemen moet. Neem r op het kleinst $= 15$, dan is $28x = 532r + 56 = 8036$, en dit het getal uuren (zynde 334 dagen 20 uuren) waar in het voor de eerstemaal gebeurt; dat, na de Post uit A *gearriveerd* is, de Post uit B één uur, en die uit C vier uuren daar na arriveert; dan dewyl die tyd veel grooter dan een vierendeel jaars is, blykt hier uit, dat de Posten in deeze orde niet aankomen.

Even op dezelfde wyze redeneerende zal men bevinden, dat ingelyks de Posten in deeze orde in de vier volgende onderstellingen niet aankomen: want in de orde A, C, B verlopen 'er 341 dagen 20 uuren, in de orde B, C, A, 234 dagen 12 uuren, in de orde B, A, C, 307 dagen en 23 uuren; in de orde C, B, A 347 dagen 12 uuren, eer het voor de eerste maal gebeurt, dat in elk één der onderstellin-

lingen de Posten in de gegeevene uuren na elkander aankomen.

Laat ons dan eindelyk onderstellen, dat eerst de Post uit C, dan uit A, en daar na uit B aankomt, en stelt de tyd eer het voor de eerstemaal gebeurt, dat zy in de gegeevene uuren na elkander aankomen, $= 15x$, dan moet $\frac{15x+1}{28}$ een heel getal zyn; noem hetzelve $= p$; dan is $15x = 28p - 1$, $x = p + \frac{13p-1}{15}$; dus $\frac{13p-1}{15}$ nog een heel getal; stel $\frac{13p-1}{15} = q$; dus $13p = 15q + 1$; dus $p = q + \frac{2q+1}{13}$, $\frac{2q+1}{13} = r$, $2q = 13r - 1$, $q = 6r + \frac{r-1}{2}$; $\frac{r-1}{2}$ moet dan nog een heel getal zyn; stel $\frac{r-1}{2} = s$; dan is $r = 2s + 1$.

Hier door $q = 13s + 6$

$p = 15s + 7$

$x = 28s + 13$

$15x = 420s + 195$

en $15x + 4 = 420s + 199$.

Nu moet $\frac{15x+4}{19} = \frac{420s+199}{19} = 22s + 10 + \frac{2s+9}{19}$ een heel getal zyn; dus nog $\frac{2s+9}{19}$ een heel getal. Stel $\frac{2s+9}{19} = u$, $2s = 19u - 9$, $s = 9u - 4$

$\frac{u-1}{2}$ of $\frac{u-1}{2}$; dus $\frac{u-1}{2}$ een heel getal. Stel $\frac{u-1}{2} = y$,

dan is $u = 2y + 1$. Nu kan x op het kleinste $= 0$ zijn; dus $u = 1$, $s = 5$, $15x = 420t + 195 = 2295$ uuren of 95 dagen 15 uuren. Deeze tyd, met ruim een vierendeel jaars overëenkomende, bewyst, dat eerst de Post uit C, daar na de Post uit A, en na de laatste de Post uit B, aankomt. Nu verloopen van den 14 Maart 's avonds ten 6 uuren, tot den 17 van July daar aan volgende 95 dagen, dus tot den 18 July 's morgens 9 uuren 95 dagen 15 uuren. Dus komt de eerste Post aan den 18 July in 't jaar 1777, 's morgens ten 9 uuren, de tweede ten 10 uuren, en de derde 's namiddags ten 1 uuren; en hier door is aan het eerste gedeelte der Vraage voldaan.

Nu moeten wy nog de Herbergen bepaalen, waar in elk der Posten by de aankomst zynen intrek neemt.

Nu is $\frac{2295}{28} = 81$; dus heeft de Post uit A in den tyd van 95 dagen 81 reizen; de Post uit B, $\frac{2295}{19} = 120$; de Post uit C, $\frac{2295}{15} = 153$ reizen gedaan, dus is 'er $81 + 120 + 153 = 354$ maal in de Stad D een Post aangekomen; maar dewyl in het geval, als 'er twee Posten te gelyk aankomen, zy beide hun intrek in de Herberg nemen, die alsdan aan de beurt ligt, moet 'er vooraf nog bepaald worden hoe dikwyls dit voorvalt. Nu kunnen A en B, A en C, en B en C te gelyk aankomen; om dat A en B respective 28 en 19 uuren noodig hebben om te reizen; en om de 28 en 19 uuren afgaan, is $28 \times 19 = 532$ uuren; dus komen A en B om de 532 uuren te gelyk aan, en dat valt den in de 2295 uuren 4 maal voor. Op dezelfde wyze komen A en C om de $28 \times 15 = 420$ uuren te gelyk aan; dit valt in

2295

2295 uuren $\frac{2295}{420} = 5$ maal voor. B en C komen ingelyks om de $19 \times 15 = 285$ uuren te gelyk aan, en dit geschiedt in de 2295 uuren $\frac{2295}{285} = 8$ maal: dus gebeurt het in den tyd van 2295 uuren $4 + 5 + 8 = 17$ maal, dat 'er twee Posten te gelyk aankomen; dus zyn 'er in de Herbergen $354 - 17 = 337$ maal Posten aangekomen; dit door vier deelende, is de uitkomst 84, en 1 de rest: dus zyn de vier Herbergen 84 maal rond geweest, en de eerstaankomende Post neemt zyn intrek in de Herberg E, de volgende in F, en de laatste in G.

Dat te vinden was.

LXXXI. VOORSTEL.

Door den Opsteller.

Als het Capitaal tot 5 ten 100 wordt uitgezet, so neem in acht den volgenden

REGEL.

Men vermenigvuldige 21 zo veel maal met zich zelve, als het getal der Jaaren bedraagt, in welken, volgens het Voorstel, het Capitaal met de jaarlykse en weder uitgezette Interessen geheel vernietigd zullen zyn. Verricht zulks ook met 20, en zoek het verschil deezer beide *Producten*. Men vermenigvuldige het eerste met het 20ste deel des gegeevenen Capitaals, en deele het komende door het verschil, dat in 't eerste geval gevonden is; dan zal het *Quotient* de begeerde som aantoonen, welke jaarlyks afgelost moet worden.

BEWYS.

Vermits het Capitaal tot 5 ten 100 Interessen uitge-

geleend wordt, zo zal daar door by 't eerſte Jaar met de Intereſſen 100 Guldens Capit. = 105 Guld. Capitaal en Intereſſen zyn. Uit deeze Proportie de kleinſte in geheele getallen gezocht, zo is 20 = 21; naardien dus de Intereſſen jaarlyks by het Capitaal gevoegd, en mede uitgezet worden, als ook de tyd, dat het Capitaal met het Interest op Interest gerekend Vermogen na 20 Jaaren vernietigd zal zyn, voor deeze Periode bekend is; zo moet het kleinſte der gevondene Proportien = 20, als het *uitgeleend* Capitaal van 100; desgelyks het grootſte = 21; als het Capitaal van 100, waartoe reeds de Intereſſen voor 't eerſte Jaar toegeteld worden, naar het getal der gegeevene Jaaren = 20, ook 20 maal ieder met zich zelve vervielvuldigd worden, wyl de jaarlyks daarby komende Intereſſen het Capitaal daar door helpen vermeerderen, vergrooten, of vervielvuldigen. Het verſchil toont alsdan de ſommariſche Intereſſen voor alle *Jaaren*. *Vervielvuldigt* men het eerſte *Product*, 't welk het Geheel des Capitaals en Intereſſen voorſtelt, met het 20ſte deel van het in den beginne gegeeven Capitaal (wyl 5 per Ct. Intereſſen het 20ſte deel eens Capitaals van 100 Guld. maakt:) zo ontſtaat daar door de totaale ſom des ſommariſchen Capitaals met alle Interest van Interest van gemelde Jaaren, die alsdan door het eerstgevonden verſchil, als de *bloote ſommariſche* Interest op Interest, afgedeeld wordt, en de afloſſing eens Capitaals te kennen geeft, dat jaarlyks uitgekeerd moet worden. Als:

20^{20} = 10185760000000000000000000 eerſte *Product* van het na 20 Jaaren vervielvuldigd *Capitaal*.

21^{20} = 27821842944695154863719640 1 tweede *Product* van het na 20 Jaaren vervielvuldigd Capitaal en Interest van Interest.

De beide *Producten* naar den regel afgetrokken, komt voor 't verſchil 17336082944695154863719640 1, zynde de Interest van Interest na 20 Jaaren van 100 Guld

Guld., en de Deeler tot het volgende *Product* van het geheele Capitaal met den Interest van Interest.

Als nde *Prod.* 2782184294469515486371964O1; met het $\frac{1}{10}$ deel der gegeevenen Capitaals ad *f* 1000 = 500 vermeenigvuldigd, komt 113910921472347577481899800500; dit *Product* nu door het bovenstaande Verschil gedeeld zynde, zal men eindelyk verkrygen *f* 802:8:8, welke de Eigenaar jaarlyks moet verteeren, op dat zyn vermogen met alle Interessen van Interessen na 20 Jaaren geheel vernietigd zy.

LXXXII. VOORSTEL. *Fig.* 44.

Door de OPGEEVER, C. BREEVILT, J. SCHEPPER, S. GRAAF, K. AKER, J. DE JONGH, J. SWITSER JANSZ. *en* J. VAN TWISK.

$$\begin{aligned} AB &= 43 \\ AC &= 27 - \sqrt{24} + \sqrt{195} \\ BC &= 27 + \sqrt{24} - \sqrt{195} \end{aligned}$$ verg.

$$AB + AC + BC = 97$$

$\frac{1}{2}$ som der zyden .... $= 48\frac{1}{2}$
$\frac{1}{2}$ som — AB .... $= 5\frac{1}{2}$
$\frac{1}{2}$ som — AC .... $= 21\frac{1}{2} + \sqrt{24} - \sqrt{195}$
$\frac{1}{2}$ som — BC .... $= 21\frac{1}{2} - \sqrt{24} + \sqrt{195}$ verm.

Komt $64886\frac{1}{16} + \sqrt{1332032130}$

$\sqrt{\quad}$

Inh. des Drieh. ABC $\sqrt{64886\frac{1}{16} + \sqrt{1332032130}}$

Dit Voorstel is te vinden in A. B. STRABBE *Appendix* pag. 88., Voorst. 244.

LXXXIII. VOORSTEL.

Door J. DE GELDER, C. BREEVILT, J. VAN TWISK, *en den* OPGEEVER.

Stel voor de opgaande *Arithmetiſche Progreſſie* de Termen $x-3$, x en $x+3$; dan is hun *Product* x^3-9x een *Minimum*.

In *Fluxie* $3\dot{x}x^2-9\dot{x}=0$.

Dus $x^2=3$,

waar door $x=\sqrt{3}$,

en $\sqrt{3}-3$, $\sqrt{3}$, $\sqrt{3}+3$ de begeerde *Progreſſie* is.

LXXXIV. VOORSTEL.

Door den OPGEEVER, J. DE GELDER, J. PAUW, J. VAN TWISK, *en* C. BREEVILT.

De gegeevene Vergelykingen $x^3-4x^2y+5xy^2-2y^3$, en $x^4+16xy=1584$ zynde, deel de eerste door $x+y\,|^2$, dan is het Quotient $x-2y=0$; dus $x=2y$, of $y=\frac{1}{2}x$. Deeze Waarde in $x^4+16xy=1584$ geſubſtitueerd, heeft men

$$x^4+8x^2=1584$$
$$16=16$$
$$x^4+8x^2+16=1600$$
$$\sqrt{\quad}$$
$$x^2+4=40$$
$$x^2=36$$
$$\sqrt{\quad}$$
$$x=6$$

Dus $y=\frac{1}{2}x=3$ } de begeerde getallen.

LXXXV.

LXXXV. VOORSTEL.

Door J. DE GELDER, J. SCHEFFER, C. BREBVILT, T. SWITSER JANSZ., S. GRAAF, J. VAN TWISK, J. PAUW, *en den* OPGEVER.

Stel voor de begeerde getallen $2x$ en $7x$; dan zyn deeze in *ratione ſubtripla ſubſesqui altera*, naar den eisch des Voorſtels.

De Proniken zyn $4xx + 2x$
en $49xx + 7x$
hun ſom $53xx + 9x$

Nu is door het Voorſtel

$$53xx + 9x \times 2x = 252\tfrac{1}{7} \times 7x$$

en verder herleid

$$106x^2 + 18x = 1768$$

$$\overline{106}|^2\, x^2 + 106 \times 18x = 187408$$

$$\overline{9}|^2 = \ldots 81$$

$$\overline{106}|^2\, x^2 + 106 \times 18x + \overline{9}|^2 = 187489$$

$$106x + 9 = 433$$

$$106x = 424$$

$$x = 4$$

waar door $2x = 8$, en $7x = 28$ de begeerde getallen zyn.

LXXXVI. VOORSTEL.

Door C. BREEVELT *en* J. SCHEFFER.

Stel dat de eerste x, de tweede y, de derde z, en de vierde u Guldens betaalt.

Dan moet $x+y+z+u=3600$ zyn.

Maar $x+\frac{1}{2}y+\frac{1}{3}z+\frac{1}{4}u=3600$ volgens het Voorſtel.

Derhalven $x+y+z+u=x+\frac{1}{2}y+\frac{1}{3}z+\frac{1}{4}u$

Of $y+z+u=\frac{1}{2}y+\frac{1}{3}z+\frac{1}{4}u$

$y+z+u$

By gevolg $1=\frac{1}{4}$ 't welk onmogelyk is.

Dus is het Voorſtel ongerymd, zo lang men onderſtelt, dat de gefourneerde Penningen en de Waarde van het Schip gelyk zyn.

ANDERS.

Door J. DE GELDER, *waar mede* S. GRAAF, J. PAUW, J. VAN TWISK, J. SWITSER JANSZ., K. AKKER, J. VISSER, *en de* OPOEVER *overëenkomen.*

Stel de ſom die de eerſte, tweede, derde en vierde der Koopers betaalen $=x$, y, z en u, ſtel 3600 Gulden $=a$, $x+y+z+u=a+p$; dan is

$$\begin{aligned} x+\tfrac{1}{2}y+\tfrac{1}{3}z+\tfrac{1}{4}u &= a \\ \tfrac{1}{2}x+y+\tfrac{1}{3}z+\tfrac{1}{4}u &= a \\ \tfrac{1}{3}x+\tfrac{1}{3}y+z+\tfrac{1}{4}u &= a \\ \tfrac{1}{4}x+\tfrac{1}{4}y+\tfrac{1}{4}z+u &= a \end{aligned}$$

Deeze Vergelykingen van de bovenſtaande $x+y+z+u=a+p$ afgetrokken en herleid; heeft men

$y+$

$$y+z+u = 2p \quad (A)$$
$$x+z+u = 1\tfrac{1}{2}p$$
$$x+y+u = 1\tfrac{1}{2}p$$
$$x+y+z = 1\tfrac{1}{2}p$$

Deeze Vergelykingen by elkander voegende, is de som $3(x+y+z+u) = 3p+3u = 6\tfrac{1}{2}p$

dus $3\tfrac{1}{2}p = 3$

en $p = \frac{36a}{37}$

$$p+a = \frac{73a}{37}.$$

$2p = \frac{72a}{37}$, $1\tfrac{1}{2}p = \frac{54a}{37}$, $1\tfrac{1}{4}p = \frac{48a}{37}$ en $1\tfrac{1}{4}p = \frac{45a}{37}$.

Trekkende nu de Vergelyking (A) van de Vergelyking $x+y+z+u = \frac{73a}{37}$, ieder afzonderlyk; dan zyn de *respective* resten $x = \frac{a}{37}$, $y = \frac{19a}{37}$, $z = \frac{25a}{37}$ en $u = \frac{28a}{37}$.

Nu is $a = 3600$, dus $x = \frac{3600}{37} = 97\tfrac{31}{37}$, $y = \frac{19\times 3600}{37} = 1848\tfrac{24}{37}$, $z = \frac{25\times 3600}{37} = 2432\tfrac{16}{37}$, en $u = \frac{28\times 3600}{37} = 2724\tfrac{12}{37}$.

Dat te vinden was.

AANMERKING.

Men ziet uit deeze bewerking, dat dit Voorſtel ſlechts een byzonder geval van *Voorſtel* 42 is, het welk men op twee onderſcheidene wyzen pag. 122 & ſeqq. vindt opgelost.

LXXXVII. VOORSTEL. *Fig.* 45.

Door den OPGEEVER *en* C. BREEVILT.

Laat AB de ſchuine hoogte des Kegels zyn: uit het punt B met de wydte BA beſchryf een Cirkel AECDA; dan is AB de halve *Diameter*; verleng dus AB tot C. Uit A deel den Cirkel in vier gelyke deelen door de deelpunten E, C, D, A; dan heeft men vier *Quadranten*, waar van één, als ABDFA; het Vlak tot den begeerden Kegel is; dus deszelfs kanten AB en DB tot elkander gebragt zynde, is de Kegel gemaakt.

ANDERS.

Door J. DE GELDER.

Dit Vraagſtuk, in het afgetrokkene beſchouwd zynde, komt hoofdzaakelyk hier op uit: om op een vlak de geboogene oppervlakte van een Kégel te beſchryven. Wy zullen in de onderſtelling, dat de Heer Opgeever de Kégel als gegeeven aanmerke (†), onderſcheidene Oplosſingen van het Vraagſtuk opgeeven.

I. OP-

(†) Wanneer wy een Kegel onderſtellen gegeeven te zyn, dan is de *Baſis* en opſtaande zyde in groótheid gegeeven, ook den lichaamlyken tophoek; maar deeze worde niet wel dan door de *Hooge Meetkunde* bepaald, —— gelyk uit het beloop van onze volgende redeneeringen, duidelyk genoeg blyken zal.

I. OPLOSSING.

Zy ABC (*Fig. 46. a.*) de gegeevene gelykzydige Kégel, AB de middellyn van den *Baſis*; AC, en CB de opſtaande zyden; CD de As. Beſchryf dan op eenig vlak, uit een willekeurig middelpunt M met AM (*Fig. 46. b.*) = AC (in *Fig. a.*) als Radius een Cirkel, verleng AM tot in E, en maak AE = AB (*Fig. a.*) de *Baſis* des Kégels; deel AE in N middendoor, en beſchryf uit N, met de tuſſchenruimte AN, eenen kleinen Cirkel AGEH. Laat dan deezen kleinen Cirkel AGEH, met zynen omtrek, langs den grooten Cirkel ACBD zodanig ontrold worden, dat alle de deelen van den omtrek AGEH achteréenvolgend op de deelen van den omtrek AEBD van den anderen Cirkel *geapplicéerd* worden; dan beſchryft eenig vaſt punt A aan den omtrek des kleinen Cirkels de kromme AGFB, bekend onder den naam van *Cyclois* (*), waar van ACB de *Baſis* aan den omtrek des teelenden Cirkels gelyk is. Trekt dan uit M tot de uiteinden A en B van den *Baſis* de *Radien* AM en BM, dan is de *Sector* ACBMA = aan de oppervlakte van den gegeéven Kégel; want ACB

(*) Deeze lyn bezit zeer fraaije eigenſchappen, onder anderen is zy die kromme lyn, welke de natuur door de ſaamenkomſt der lichtſtraalen vormt, die alle evenwydig aan élkander, binnen den omtrek van een Cirkel vallende, te rugge gekaatst worden, met een hoek gelyk aan den hoek van invalling, waar van men de proef neemen kan, door een glazen Vaas met Water gevuld aan het ſlicht der zonne bloot te ſtellen. —— Wy zullen in het vervolg gelegenheid vinden, om den Vaderlanderen, die geen ſtiltheemſche Taalen machtig zyn, veele aanmerkenswaardige eigenſchappen van deeze en andere kromme lynen te leeren. *Zie le Marquis de l'Hopital Analyſe des Infiniment- petits pag.* 140. *& ſuiv.* NEWTON *Princ Math. prop.* 49. *Tom. I. cum Comm. à Jaquier & le Seur.*

ACB = AGEH door de teeling, en AE, AM zyn *respective* aan de middellyn van den *Basis* en opstaande zyde van den Kégel gelyk. Derhalveneêz.

II. OPLOSSING.

Behalven de voorgaande Oplossing, die zuiver Meetkundig, maar in de practyk niet zeer applicabel is; om dat de kromme lynen van die natuur, niet dan met zeer veel moeite naauwkeurig kunnen beschreeven worden, zullen wy, om dit gebrek eenigzins te vergoeden, aantoonen hoe men in de practyk, zich met eenen enkelen *régel van Proportie* en den *Transporteur* vergenoegende, de voorgestelde vraag oplossen kan.

Maak (*Fig.* 46. *b.*) den *Sector* NQHAN gelykvormig aan den *Sector* MABCM; dan is *Sect.* MACBM: *Cirk.* AGEH :: *Boog* ACB × AM : *Omt.* AGEH × AN.

derh. *Sect.* MACBM: *Cirk.* AGEH :: AM : AN;

maar *Cirk.* AGEH : *Sect.* NQHAN :: 360° : ∠ AMB = ∠ ANQ

derh. *Sect.* MACBM : *Sect.* NQHAN :: AM × 360° : AN × ∠ AMB

maar *Sect.* MACBM : *Sect.* NQHAN :: $AM^2 : AN^2$

derh. $AM^2 : AN^2$ :: AM × 360° : AN × ∠ AMB.

of $AM : AN :: 360° : \angle AMB = \frac{AN}{AM} \times 360°$

Nu is ∠ AMB, gelyk de lichaamlyke tophoek des Kégels AN = de halve middellyn der *Basis* AM, de opstaande zyde. Waar uit blykt, dat *de lichaamelyke tophoek eenes Kégels tot vier rechte hoeken staat, als de halve middellyn der Basis tot de opstaande zyde.* Men zoude dus den lichaamlyken tophoek zeer wél door de *Quadratrix Dinostrati* kunnen vinden, indien het niet te veel moeite koste om deeze krom-

me

me lyn te beſchryven; — dan wy ſlaan eenen anderen weg in.

Onderſtel, dat (*Fig. a.*) AC = 18, AD = 5, is dan is de lichaamlyke tophoek des Kégels = $\frac{5}{18} \times 360^{o}$ = 100°. Maak dan met behulp van een *Transporteur* een hoek AMB (*Fig. c.*) = 100°, en beſchryf uit M als tophoek, met de opſtaande zyde des Kégels als *Radius*, een Cirkel, dan is de Sector AMB de begeerde oppervlakte.

AANMERKING.

Indien (*Fig. a.*) AC een twee-, drie-, vier-, vyf-, zes-, agt-, tien-, twaalfvoud enz. van AD is, zal de hoegrootheid van den lichaamlyken tophoek des Kégels, volgens de gemeene Meetkunde, door de inſchryving eenes veelhoeks in een Cirkel kunnen bepaald worden.

LXXXVIII. VOORSTEL.

Door C. BREEVILT, *waar mede* J. DE GELDER *en de* OPGEVER *overeenkomen.*

De Oppervlakte eener vierzydige *Piramide* beſtaat in vier gelykbeenige Driehoeken, van welken de *Baſes* de zyden van het Grondvlak der *Piramide*, en de Beenen de Hoeklynen der *Piramide* zyn.

Om derhalven het begeerde te verrichten, heeft men het Lood ſlegts tot vier zulke Driehoeken te ſnyden, welkers toppunten allen in één punt te ſaamen komen, en welkers aaneenpaalende zyden aan elkander gevoegd blyven. Deeze aan elkander gevoegd, zo dat de *Baſes* eenen Vierhoek vormen, en de buitenſte zyden tot elkander komen, zal het begeerde verricht zyn.

LXXXIX. VOORSTEL.

Door J. SCHEFFER, waar mede J. VAN TWISK, S. GRAAF, K. AKER, J. SWITSER JANSZ. en de OPGEEVER overeenkomen.

Stel de Cyfferletters $= x$, y, en z.

Dan is volgens de eerste Voorwaarde.

$$(100x+10y+z)\times 16=(100z+10y+x)\times 16-1584$$

dat is $1600x+160y+16z=1600z+160y+16x-1584$

$$1584x-1584z=-1584$$

$$1584 \quad x-z=-1$$

$$z=2$$

$$x=1 \quad \text{Verg.}$$

Volgens de tweede Voorwaarde is:

$$(100x+10y+z)\times 16=(100x+10z+y)\times 16+144$$

dat is $1600x+160y+16z=1600x+160z+16y+144$

$$144y-144=z\,144$$

$$144 \quad y-z=1$$

Eindelyk is, volgens de derde Voorwaarde:

$$(100x+10y+z)\times 16=(100x+10y+z)\times 61-5940$$

dat is $1600x+160y+16z=6100x+610y+61z-5940$

$$4500x+450y+45z=5940$$

$$45 \quad 100x+10y+z=132$$

$$100x-100z\ldots\ldots=-100$$

$$10y+101z=232 \quad \text{afget.}$$

10y

$$10y - 10z = 10$$

afgat.

$$111z = 222$$

$$111 \quad z = 2$$

Dus $100x + 10y + z = 132$, het begeerde getal Deelen.

AANMERKING.

Uit deeze Ontbinding blykt, dat de laatst gegeevene voorwaarde alleen genoeg geweest zoude zyn, om het begeerde getal Deelen te vinden. Wanneer de Opgeever niet bedoeld heeft, om iedere Letter van dit Getal in 't byzonder te vinden.

ANDERS.

Door J. DE GELDER, *waar mede* C. BREEVILT, J. PAUW, *en* J. RUYTER *overeenkomen.*

Stel voor het begeerde getal van Deelen x; dan is, volgens de rekening van den Heer Opgeever, het beloop der Deelen in gelde $16x$ Stuivers, en volgens de rekening van den Knegt *Joannes*, die het tegen 61 Stuiv. per abuis berékent, $61x$: dus $61x - 16x = 45x = 5940$. Waar door $x = 132$ Deelen. *Dat te vinden was.*

Men ziet uit deeze Oplossing, dat 'er in de opgave twee overtollige voorwaarden zyn.

XC. VOORSTEL.

Door J. VAN TWISK, *waar mede* J. VISSER, J. DE JONGH, *en de* OPGEEVER *overeenkomen.*

Stel de Intrest van 1 Guld. in één tyd $= x$.

Laat het aantal tyden $= t$,

het

het uitgezette Capitaal $= a$,
Capitaal en Interest ten einde van t tyden $= b$ zyn.
Dan is door het Voorstel

$1 : 1+x :: a : a \cdot \overline{1+x}$, Capitaal over 1 tyd.

$1 : 1+x :: a \cdot \overline{1+x} : a \cdot \overline{1+x}^2$, over 2 tyden.

$1 : 1+x :: a \cdot \overline{1+x}^2 : a \cdot \overline{1+x}^3$, over 3 tyden.

Dus is het Capitaal over t tyden $= a \cdot \overline{1+x}|^t$

Derh. $a \cdot \overline{1+x}|^t = b$

$$\overline{1+x}|^t = \frac{b}{a}$$

$$\sqrt[t]{\frac{b}{a}}$$

$$1+x = \sqrt[t]{\frac{b}{a}}$$

$$x = \sqrt[t]{\frac{b}{a}} - 1$$

In Getallen $x = \sqrt[8]{\frac{921 : 50 : 4\frac{475346}{2278125}}{550}} - 1$

$$= \sqrt[8]{\frac{755914244096}{550 \cdot 72 \cdot 5 \cdot 2278125}} - 1 = \frac{16}{15} - 1 = \frac{1}{15}.$$

Dus is de Interest van 100 Ryksd. in een Jaar

$$= 100 \times \frac{1}{15} = 6\frac{2}{3}.$$

XCI.

XCI. VOORSTEL. *Fig.* 47.

Door M. J. ZUIDHOF.

180 — o
108 — o ∠ BAD

72 — o

36 — o ∠ BAC = ∠ DAE
90 — o ∠ C = ∠ E

54 = o ∠ ABC = ∠ ADE.

Van 36 en 54 graaden zyn de respective *Sinus's* $\sqrt{\frac{5}{8}-\frac{1}{8}\sqrt{5}}$ en $\frac{1}{4}\sqrt{5+\frac{1}{2}}$ waar over men, onder anderen, de nieuwe Drietoeksmeeting van den Heere STRABBE, met zeer groot verlangen, in het licht verwacht.

Stel nu de hoogte DE = $x + 10$
en BC = $x - 10$.

Daar mede dan de twee rechthoekige Driehoeken byzonder bewerkt:

Sin. ∠ A : DE :: *Sin.* ∠ D : AE.

$\sqrt{\frac{5}{8}-\frac{1}{8}\sqrt{5}}$ — $x+10$ — $\frac{1}{4}\sqrt{5+\frac{1}{2}}$
4 4
$\sqrt{10-2\sqrt{5}}$ $\sqrt{5+1}$
$\sqrt{10-2\sqrt{5}}$ $\sqrt{6+2\sqrt{5}}$
$10+2\sqrt{5}$ Tegendeel $10+2\sqrt{5}$
80 deeler $80+32\sqrt{5}$
80
$\sqrt{1+\frac{1}{2}\sqrt{5}}$

Derhalven $x+10 \times \sqrt{1+\frac{1}{2}\sqrt{5}}$ AE.
en $x-10 \times \sqrt{1+\frac{1}{2}\sqrt{5}}$ AC.
om dat de hoeken wederzyds gelyk zyn.

Hier van doet de som

$$2 \quad \frac{2x\sqrt{1+\frac{2}{5}\sqrt{5}} = 600 \text{ CE}}{x\sqrt{1+\frac{2}{5}\sqrt{5}} = 300}$$

$$\sqrt{1+\tfrac{2}{5}\sqrt{5} \times xx = 90000}$$

$$xx = 450000 - 180000\sqrt{5}.$$

$$x = \sqrt{450000 - 180000\sqrt{5}}$$

Dus $x+10 = \sqrt{450000-180000\sqrt{5}} + 10$ DE.

en $x-10 = \sqrt{450000-180000\sqrt{5}} - 10$ BC.

ieder byzonder met $\sqrt{1+\frac{2}{5}\sqrt{5}}$ vermenigv.

komt $x+10 \times \sqrt{1+\frac{2}{5}\sqrt{5}} = 300+\sqrt{100+40\sqrt{5}}$ AE.

en $x-10 \times \sqrt{1+\frac{2}{5}\sqrt{5}} = 300-\sqrt{100+40\sqrt{5}}$ AC.

ANDERS.

Door J. VAN TWISK, *waar mede* J. PAUW *overëenkomt.*

Laat (in de Figuur) BC de kleinste, en DE de grootste Toren verbeelden.

Nu is $\angle CAB + \angle BAD + \angle DAE = 180° : 0'$

$\angle BAD = 108° : 0'$

afg. $\angle CAB + \angle DAE = 72° : 0'$

Maar $\angle CAB = \angle DAE$; dus ieder $= 36° : 0'$

en $\angle CBA = ADE = (90° - 36° =) 54° : 0'$

De *Sinus* van 36° is (als de *Rad.* = 1 is) $= \sqrt{\frac{1}{2} - \sqrt{\frac{5}{64}}}$.

en de *Sinus* van 54° $= \sqrt{\frac{1}{2} + \sqrt{\frac{5}{64}}}$.

Nu is door de gelykvormigheid der Driehoeken CBA, ADE

AE : AC :: DE : BC

divid.

divid. AE + AC : AC :: DE + BC : BC
Invert. BC : AC :: DE + BC : AE + AC
Maar *Sin.* ∠ BAC : *Sin.* ∠ B :: BC : AC
Dus ook *Sin.* ∠ BAC : *Sin.* ∠ B :: DE + BC : AE + AC
of $\sqrt{\frac{1}{2}} - \sqrt{\frac{1}{10}} : \sqrt{\frac{1}{2}} + \sqrt{\frac{1}{10}} :: 20 : AE + AC$

Komt $AE + AC = 20 \times \sqrt{1 + \sqrt{\frac{1}{5}}}$
$AE + AC = 300$
verg. en afg.

$2AE = 300 + 20\sqrt{1 + \sqrt{\frac{1}{5}}}$; $2AC = 300 - 20\sqrt{1 + \sqrt{\frac{1}{5}}}$

$AE = 150 + 10\sqrt{1 + \sqrt{\frac{1}{5}}}$; $AC = 150 - 10\sqrt{1 + \sqrt{\frac{1}{5}}}$.
Wederom AE : AC :: DE : BC.
Divid. en *Comp.* AE + AC : AE + AC :: DE + BC : DE + BC
$20 : \sqrt{1 + \sqrt{\frac{1}{5}}} : 300 :: 20 : DE + BC$

$DE + BC = 300 \times \sqrt{5} \times \sqrt{5}$
$DE - BC = 20$
verg. en afg.

$2DE = 300 \times \sqrt{5} - 2\sqrt{5} + 20$; $2BC = 300 \times \sqrt{5} - 2\sqrt{5} - 20$

$DE = 150 \times \sqrt{5} - 2\sqrt{5} - 10$. $BC = 150 \times \sqrt{5} - 2\sqrt{5} - 10$.

XCII. VOORSTEL. Fig. 48.

Door den OPGEEVER.

Verleng den *Basis* AB ter wederzyden, als tot E en F; boven en *parallel* met denzelven trek (naar goedvinden wat hoogte) de *Horizon*-Lyn H ⊙. — Bepaal op den *Basis* den stand van het Oogpunt,

als, by voorbeeld, in G, en uit dat punt trek opwaarts tot de *Horizon* Lyn H ⊙ den *Perpend.* G ⊙; dan is ⊙ het Oogpunt. —— Voorts van het punt G bepaal op den *Basis* de lengte van den afstand des Zieners Oog, als, by voorbeeld, in E; uit dat punt tot de *Horizon* Lyn richt op den *Perpendiculair* E H; dan is de afstand van des Zieners oog tot het Glas of Tafereel gelyk aan H ⊙.

Voorts uit de punten A en B tot het Oogpunt ⊙ trek de Straalen A ⊙, B ⊙. —— In B zet den Passer, en met de wydte B D, als de lengte of diepte der gegeevene grondvlakte, beschryf tot op den *Basis* den Cirkelboog D K F; dan is B F = B A, en uit de punten A, B, F tot het afstandpunt H trek de Straalen F A en B H; deeze doorsnyden de Straalen A ⊙, B ⊙ in L en M. Derhalven getrokken de Lyn L M; dan is het Vierkant *A B C D A* Perspectivisch overgebragt in het Vierkant *A L M B A*.—

Dat begeerd was.

XCIII. VOORSTEL.

Door J. VAN TWISK, J. PAUW, J. VISSER, J. DE JONGH, *en de* OPGEEVER.

Stel de eerste Letter = x,
en de laatste Letter = y;
dan is zyn ouderdom = $10x + y$.
En door 't Voorstel is:

$$3y - 2x = 25$$

$$2x = 3y - 25$$

$$x = \frac{3y - 25}{2}$$

We-

Wederom is $yy+y-10 = 10 \times y-x$

$10x = -yy+9y+10$

Dus $5 \times 3y-25 = -yy+9y+10$

Door herleid. $yy+6y = 135$

$3\,|^{2} = 9$

$yy+6y+3\,|^{2} = 144$

$y+3 = 12$

$y = 9$

$x = \left(\frac{3\times 9-25}{2} =\right) 1,$

en $10x+y = 19.$

XCIV. VOORSTEL. *Fig.* 49.

Door den OPGEEVER, *waar mede* M. J. ZUIDHOF *en* J. VAN TWISK *overëenkomen.*

Ik zal in drie gevallen van dit Voorſtel 't begeerde bepaalen.

I. Als de geheele Boog minder dan 90 Graaden is.

II. Als die méer is dan 90 Graaden, maar deszelfs deelen ieder byzonder minder dan 90 Graaden.

III. Als een deezer deelen (de geheele boog een $\frac{1}{4}$ rond te boven gaande) méer dan 90 Graaden is.

Op 't I. *Geval.*

De voorgeſtelde Boog is BDC, DE *Sinus* van 't eene ſtuk $= a$, CF *Sinus* van 't ander ſtuk $= b$, *Radius* $= 1$; wy moeten vinden CH *Sinus* des geheelen boogs. Uit F is getrokken, *perpend.* op AB, de lyn FG; en op CH, FI.

$\square AC = 1$
$\square CF = b^2$
$\square AF = 1 - b^2$
$AF = \sqrt{1-b^2}$

AD : DE :: AF : FG
$1 : a :: \sqrt{1-b^2} : FG$
Dus $FG = IH = a\sqrt{1-b^2}$.

$\angle AFC = \angle IFG$ beide regt zynde.
$\angle AFI = \angle AFI$
ſubſt.
dus $\angle CFI = \angle AFG = \angle ADE$, hierom zyn de rechthoekige Driehoeken CIF en AED gelykformig, weshalven ſtaat

AD : AE :: CF : CI
maar AE is $= \sqrt{\square AD - \square DE} = \sqrt{1-a^2}$
ergo $1 : \sqrt{1-a^2} :: b : CI$

$CI = b\sqrt{1-a^2}$
$IH = a\sqrt{1-b^2}$ te vooren gevonden.

Komt $CH = a\sqrt{1-b^2} + b\sqrt{1-a^2}$,

Op 't II. *Geval.*

Laat nu KCB de ongedeelde *boog* zyn, *Sinus* van het eene ſtuk $CH = a$, en van 't andere ſtuk $KL = b$, is te vinden KO, *Sinus* van den geheelen boog of van 't vervulſel tot het halfrond; LM is op AB, en LN op KO *perpend.* geſteld.

Men vind als vooren $AL = \sqrt{1-b^2}$
en $AH = \sqrt{1-a^2}$,

Ook dat de Driehoeken NKL en ACH gelykvormig zyn,

AC

$$AC : CH :: AL : LM$$
$$1 : a :: \sqrt{1-b^2} : LM$$
$$LM = ON = a\sqrt{1-b^2}.$$

$$AC : AH :: KL : NK$$
$$1 : \sqrt{1-a^2} :: b : NK$$
$$NK = b\sqrt{1-a^2}$$
$$ON = a\sqrt{1-b^2}$$
$$\text{komt } KO = a\sqrt{1-b^2} + b\sqrt{1-a^2}.$$

Op 't III. *Geval,*

Laat in dit Geval PKCB de geheele boog, PK en KCB deszelfs deelen zyn, de *Sinus* KO is gegeeven $= a$, en de *Sinus* PQ $= b$, men moet vinden de *Sinus* PT. QR is loodregt op AT, en QS op de verlengde TP getrokken.

AO vind men $= \sqrt{1-a^2}$, en AQ $= \sqrt{1-b^2}$, als ook de Driehoeken AKO en PSQ gelykvormig.

$$AK : KO :: AQ : QR$$
$$1 : a :: \sqrt{1-b^2} : QR$$
$$QR = ST = a\sqrt{1-b^2}$$
$$AK : AO :: PQ : PS$$
$$1 : \sqrt{1-a^2} :: b : PS$$
$$PS = b\sqrt{1-a^2}$$
$$ST = a\sqrt{1-b^2}$$
$$\text{Subst.}$$
$$\text{Rest } PT = a\sqrt{1-b^2} - b\sqrt{1-a^2}.$$

De begeerde Sinus.

Wanneer dus de beide deelen van den voorgeſtelden boog ieder minder zyn dan 90 graaden, wier *Sinuſſen* zyn gegeeven $= a$ en b, dan is, evenveel of de geheele boog meer of minder is als een $\frac{1}{4}$ rond, de algemeene uitdrukking (*Radius* 1 zynde) van de *Sinus* des geheelen boogs of van deszelfs vervulſel tot het halfrond $= a\sqrt{1-b^2}+b\sqrt{1-a^2}$. Maar is een der deelen des boogs meer als 90 graaden, waar van de *Sinus* gegeeven is $= a$, en *Sinus* van het ander deel is $= b$, dan is $a\sqrt{1-b^2}-b\sqrt{1-a^2}$ de algemeene uitdrukking van de *Sinus* des geheelen boogs of van deszelfs vervulſel tot het halfrond.

NB. Nog andere gevallen, welke men zou kunnen denken door dit Voorſtel vervat te worden, vallen niet in ons oogmerk, en zyn van eenen anderen aart.

XCV. VOORSTEL.

Door J. PAUW, *waar mede de* OPGEEVER, J. VAN TWISK, *en* S. GRAAF *overëenkomen.*

In het begin van dit Voorſtel iets uitgelaaten zynde, zullen wy het Voorſtel zelf, zo als het ons van den Opgeever is toegekomen, hier laaten volgen.

Twee Kooplieden koopen te ſaamen eenige Ponden Speceryen, doch A 20 ℔ *meer dan* B: *de ſom der Ponden van* A *is een Pionik-getal, en die van* B $15\frac{3}{4}$ *maal deszelfs Wortel. Hoe veel heeft ieder gekocht?*

OPLOSSING.

Stel de Ponden van A $= x^2 + x$

Zo zyn die van B $= \ldots 15\frac{3}{4}x$

afgetr.

$x^2 - 14\frac{3}{4}x = 20$

64

C4

$$64x^2 - 944x = 1280$$
$$59^2 = 3481$$
$$64x^2 - 944x + 59^2 = 4761$$
$$8x - 59 = 69$$
$$8x = 128$$
$$8 = 16$$
$$x = 2$$

Dus $x^4 + x = 272$ ℔ A,
en $15\frac{1}{2}x = 252$ ℔ B gekocht.

XCVI. VOORSTEL.

Door den OPGEEVER.

Stel de getallen der gegeevene *Progressie* 1, 2, 3, 4, 5, 6 gelyk a, b, c, d, e, f.

De Multiplicanten $u = x - p$,
$v = z - q$,
$w = z - r$,
$x = z - s$,
$y = z - t$,
$z = z$.

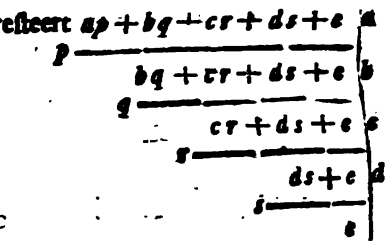
Dan is

$z - p \times a = az - ap$
$z - q \times b = bz - bq$
$z - r \times c = cz - cr$
$z - s \times d = dz - ds$
$z - t \times e = ez - et$
$z \ldots \times f = fz$

verg.
$az + bz + cz + dz + ez + fz - ap - bq - cr - ds - et$

of $a + b + c + d + e + f \times z - ap - bq - cr - ds - et$.

Zo men nu $\overline{a+b+c+d+e+f} \times z$ stelt $= u$, en hier van de gevondene som aftrekt,



Om nu te bepalen welke getallen voor de gestelde letteren moeten genomen worden, op dat zy de kleinsten zyn met welken men, in alle mogelyke gevallen, zeker gaa; moet men aanmerken, dat de *Divisören* altyd 1 grooter moeten zyn dan het mogelyk grootste overschot; derhalven moet $s = e + 1$ zyn; maar e is op 't grootst $= 6$; dus $s = 6 + 1$ of 7. Voorts

moet $t = ds + e + 1$ zyn,
of $r = 6 \times 7 + 5 + 1 = 48$.
$q = cr + ds + e + 1$,
of $q = 6 \times 48 + 5 \times 7 + 4 + 1 = 328$.
$p = bq + cr + ds + e + 1$,
of $p = 6 \times 328 + 5 \times 48 + 4 \times 7 + 3 + 1 = 2240$.

Dewyl nu $z - p$, om den naam van *Multiplicand* te kunnen dragen, grooter dan 1 moet zyn, zo is op het kleinst $z - p = 2$,

of $z = p + 2 = 2242$. Derhalven

$z - p = 2$,
$z - q = 1914$,
$z - r = 2194$,
$z - s = 2235$,
$z - t = 2241$,
$z = 2242$.

} de Multiplicanten.

a +

$\overline{a+b+c+d+e+f} \times z = n = 47082$, 't getal waar van men trok.

$$\left.\begin{array}{rl} p = & 2240, \\ q = & 398, \\ r = & 48, \\ \text{en } s = & 7. \end{array}\right\} \text{de Divisoren.}$$

AANMERKING.

1. Zo men in plaats van 6 maar 5 getallen begeerde, heeft men e op 't grootst $= 5$.

Dat is $s = e + 1 = 5 + 1 = 6$,
en $r = ds + e + 1$,
of $r = 5 \times 6 + 4 + 1 = 35$.

$$q = cr + ds + e + 1,$$

of $q = 35 \times 5 + 6 \times 4 + 3 + 1 = 203$; dewyl 't getal 1 verminderd is, komt p niet in aanmerking.

Voorts is $z - q = 2$, of $z = q + 2 = 205$.

$\overline{b+c+d+e+f} \times z = 15 \times 205 = 3075 = n$.

$$\left.\begin{array}{rl} \text{en } z - q = & 2 \\ z - r = & 170 \\ z - s = & 199 \\ z - 1 = & 204 \\ z = & 205 \end{array}\right\} \text{de Multiplicanten.}$$

$n = 3075$ 't getal waar van men trok.

$$\left.\begin{array}{rl} q = & 203 \\ r = & 35 \\ s = & 6 \end{array}\right\} \text{de Divisoren.}$$

2. Zo men 4 getallen begeert, is e op 't grootst $= 4$, en $s = e + 1 = 5$.

$r =$

$r = ds + e + 1$
of $r = 4 \times 5 + 3 + 1$. Hier is ook q onnoodig.

$z - r = 2$, of $z = r + 2 = 26$.

$\overline{c + d + e + f} \times z = 10 \times 26 = 260$.

dat is:

$$\left.\begin{array}{l} z - r = 2 \\ z - s = 21 \\ z - 1 = 25 \\ z - .. = 26 \end{array}\right\} \text{de Multiplicanten.}$$

$\overline{c + d + e + f} \times z$ of $n = 260$, het getal waarvan men trok.

$$\left.\begin{array}{l} r = 24 \\ s = 5 \end{array}\right\} \text{de Divisoren, zynde de zelfde getallen, als by M. WILKENS } \textit{Embdenaar} \text{ in } \textit{de } 106\text{de, zyner } \textit{Vermaaklyke Questien.}$$

3. Zo men drie getallen begeert, is $s = 3$, $s = e + 1 = 4$. Hier heeft men ook r niet noodig.

$z = s + 2 = 6$,

$\overline{d + e + f} \times z = 6 \times 6 = 36 = n$.

$$\text{Dus } \left.\begin{array}{l} z - s = 2 \\ z - 1 = 5 \\ z \ldots = 6 \end{array}\right\} \text{de kleinste Multiplicanten.}$$

$n = 36$, 't getal waar van men moet trekken.

en $s = 4$ de Divisor.

Zo men neemt $s = e + 5 = 8$,
is $z = s + 2 = 10$.

$$\text{en } \left.\begin{array}{l} z - s = 2 \\ z - 1 = 9 \\ z \ldots = 10 \end{array}\right\} \text{de Multiplicanten.}$$

$n =$

$s = \overline{d+e+f} \times s = 60$, 't getal waar van men trok, en $s = 8$ de Divisor.

4. Dus kunnen wy niet alleen zien, hoe de Divisoren in de 104, 105 en 106 der *Vermaaklyke Questien* van M. WILKENS kunnen gevonden zyn; maar ook hoe die voor vyf, zes of meer getallen kunnen gevonden worden.

XCVII. VOORSTEL.

Door den OPGEEVER, *waar mede* J. VISSER, S. GRAAF, J. PAUW, *en* J. VAN TWISK *overeenkomen.*

Stel voor de twee eerste deelen x en y: dan is het derde deel $a-x-y$.

De *Quadraaten* der deelen zyn

$$\left.\begin{matrix} ax-xx-xy \\ ay-yy-xy \end{matrix}\right\} = c$$

xx

yy

$aa-2ax+xx-2ay+2xy+yy$

$aa-2ax+2xx-2ay+2xy+$

$(2y^2 = b$

$+2ax-2xx+2ay-4xy-2$

$(y^2 = 2c$

$aa \ldots\ldots\ldots\ldots = 2xy$

$(= b+2c$

$2xy = aa-b-2c,$

$xy = \frac{1}{2}aa-\frac{1}{2}b-c =$

(*p* stellende.

Voorts is $a \times \overline{x+y} - \overline{x+y}^2 = c$

$$\text{of } \overline{x+y}|^2 - a \times \overline{x+y} = -c$$
$$\tfrac{1}{4}aa \quad = \tfrac{1}{4}aa$$

$$\overline{x+y}|^2 - a \times \overline{x+y} + \tfrac{1}{4}aa = \tfrac{1}{4}aa - c$$
$$x+y-\tfrac{1}{2}a = \pm\sqrt{\tfrac{1}{4}aa-c}$$
$$x+y = +\tfrac{1}{2}a \pm \sqrt{\tfrac{1}{4}aa-c} = q \text{ stell.}$$

Nu is $xx+2xy+yy=qq$
$$4xy \quad = 4p$$
afgetr.
$$xx-2xy+yy=qq-4p$$
$$x-y=\sqrt{qq-4p}$$
$$x+y=q$$
$$2x=q+\sqrt{qq-4p}$$
$$2y=q-\sqrt{qq-4p}$$
$$\left.\begin{array}{l} x=\tfrac{1}{2}q+\tfrac{1}{2}\sqrt{qq-4p} \\ y=\tfrac{1}{2}q-\tfrac{1}{2}\sqrt{qq-4p} \end{array}\right\} \text{de twee eerste deelen.}$$

Nu is in getallen gegeeven $a=12$, $b=50$, $c=35$: dus $p=\tfrac{1}{2}aa-\tfrac{1}{2}b-c=72-25-35=12$, $q=\tfrac{1}{2}a\pm\sqrt{\tfrac{1}{4}aa-c}=6\pm\sqrt{36-35}=7$ of 5, en $\sqrt{qq-4p}=\sqrt{49-48}$ of $\sqrt{25-48}$, dat is 1 of $\sqrt{-23}$; de laatste grootheid, als ingebeeld zynde, verwerpen wy, en maaken van de eerste alleen gebruik, en dan is $x=3\tfrac{1}{2}+\tfrac{1}{2}=4$, en $y=3\tfrac{1}{2}-\tfrac{1}{2}=3$; en $a-x-y=5$, zynde de deelen van het getal 12, die de begeerde eigenschap hebben.

Dat te vinden was.

XCVIII.

XCVIII. VOORSTEL. *Fig.* 50.

Door J. VISSER, *waar mede* J. PAUW, J. VAN TWISK, J. VAN DER OORT, *en* S. GRAAF, *overëenkomen.*

Deel AB in de gegeevene reden als 8 tot 11 aldus:

Neem DK = AD; uit E als *Centrum*, met de wydte ED, beſchryf een halven-Cirkel; trek, uit L, LM = OP 6 graaden *perpendiculair* nederwaarts, en trek MP evenwydig met LB, dezelve ſtoot den Cirkel in P; trek voorts EP, AP en BP, die zullen 't begeerde zyn.

AD 8
BD 11
AB 19 — 11 — BD

A op 3° Lengte
B...20
...17 AB

Komt 9° 51′ = BD
17° 00′ = AB

7° 9′ = AD = DK.
9° 51′ = BD

2° 42′ = BK

BK : DK :: AD : AE.
2° 42′ — 7° 9′ — 7° 9′?

Komt 18° 56′ = AE
7 9′ = AD

26° 5′ = ED = EP.
60
1565

2449225 = $\overline{EP}^2$
279524 = $\overline{OP}^2$

2169701 = $\overline{EO}^2$

Na genoeg 1473 = EO
1136 = AE

337 = AO

Vergr. Er,
O op 50° NBr. ... 3474. 5
P op 44 ..... 2945. 8

OP = 6 OP = 528. 7

AB = 17° $\overline{OP}^2$ = 279523. 69
= 1020′
AO = 337 *Om de 1ste Koers te vinden.*

BO = 683 OP: *Rad.* :: AO: *Tang.* ∠ APO.
528.7 — 100000 — 337.0

Komt 63741 *Tang.* van 32°31′ = ∠ APO
van 90°00′

57°29′ = ∠ OAP bezuiden 't Oost.

ZO ½ Z 56 15

Dus 1° 14′ zuidelyker dan ZO ½ Z.

Om de tweede Koers te vinden.

OP : *Rad.* :: BO : *Tang.* ∠ OPB.
528.7 — 100000 — 683.9

Komt 129185 *Tang.* van 52°15′ = ∠ OPB be-
oosten 't Noord.
NO t O 56 15

Dus 4° Noordelyker dan NO t O.

Om de Verheden te vinden.

Rad. : OP :: *Sec.* ∠ APO : AP.
100000 — 360′ — 118591

Komt 427′
4

8 — 11 — 106¾ Mylen AP de Verheid op
de 1ste Koers.

Komt 140¾ Mylen PB de Verheid op
de 2de Koers.

XCIX. VOORSTEL.

Dit Voorstel is waarschynlyk ons twee maal gezonden, en dus abusivelyk twee maal geplaatst. Men vindt hetzelve in dit Deel *Voorstel* 19, en de Oplossing onder de Ontbindingen pag. 51, waartaan wy ons refereeren.

C. VOORSTEL.

Door den OPGEEVER *en* J. VAN TWISK.

Stel voor de grootheden x^3, x^2y, xy^2, y^3; dan zyn de som der *Cubi*, $x^9+x^6y^3+x^3y^6+y^9=b$, en $x^6y^6=aa$, of $x^3y^3=a$. Of men heeft $(x^6+y^6)\times(y^3+x^3)=b$.

Stel nu $x^3+y^3=v$: dan is $x^6+y^6=\frac{b}{v}$

en $x^6+2x^3y^3+y^6=vv$

$2x^3y^3=2a$ aftrekkende

blyft $x^6+y^6=vv-2a$

maar $x^6+y^6=\frac{b}{v}$ (gevonden)

derhalven $vv-2a=\frac{b}{v}$

$v^3-2av-b=0$, eene *equatie* waar door v bekend wordt. In getallen is $a^2=04$, en $b=585$; dus $v^3-16v-585=0$

Stel $v=-1$	602	1, 2, 7, 14, 43, enz.	14
$v=0$	585	1, 3, 5, 9, 13, enz.	9
$v=1$	600	1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, enz.	4

$v^3-16v-585$

$v^2+9v+65$

$v=9$

Dus hebben wy de waarde van $v=9$ bepaald; ſtel dezelve $=e$.

Nu

Nu is $x^3+y^3=c$

dus $x^6+2x^3y^3+y^6=cc$

$4x^3y^3=4a$ afgetr.

$x^6-2x^3y^3+y^6=cc-4a$

$x^3-y^3=\sqrt{cc-4a}=\sqrt{81-32}=7$

$x^3+y^3=c=9.$

Dus $2x^3=c+\sqrt{cc-4a}=16.$

$2y=c-\sqrt{cc-4a}=2.$

Dus $x^3=8$, en $x=2.$

$y^3=1$, en $y=1.$

en de begeerde getallen x^3, x^2y, enz. zyn 8, 4, 2 en 1.

Dat te vinden was.

CL. VOORSTEL. *Fig.* 51.

Door J. PAUW, J. VAN TWISK, J. VISSER, S. GRAAF, *en de* OPGEEVER.

Van den Driehoek DQE verleng uit Q den *Basis* DQ tot in G, en getrokken EG *parallel* BC of OC; dan is de Driehoek DEG gelykvormig den Driehoek DOC.

Nu is $\overline{AB}^2=169$, $\overline{BC}^2=225$ } afgetr.

$AC=14\frac{56}{4}$ dit by

AC = 14

18

2

FC = 9

FC = 81 } afgetr.
BC = 225 }

BF = 144

BF = 12

Nu hebben wy deeze evenredigheid:

BF : FC :: EQ : QG.
Of 12 : 9 :: 10 : QG.

Dus QG = $7\frac{1}{2}$
DQ = 24

DG = $31\frac{1}{2}$

Wederom DG : QE :: DC : OH.
of $31\frac{1}{2}$: 10 :: 3 : OH

Dus OH = $\frac{2}{21}$
$\frac{2}{3}$ DC = $1\frac{1}{2}$

Komt $1\frac{1}{2}$ voor den Inh. des Drie-hoeks DOC.

CII.

CII. VOORSTEL.

Geen andere Oplosſing van dit Voorſtel is ons ter hand gekomen, dan die van den Opgeever. Doch alzoo deeze laatſte ons zeer duister, om niet te zeggen onmogelyk in de uitvoering, voorkomt, en daar benevens het Bewys der Conſtructie, dat aan alle Wiskundige redeneeringen het zegel moet hechten, daar aan ontbreekt, hebben wy, om aan het doelwit van 't Genootſchap, dat zonder Bewys niets voor waar of valsch kan aangenomen, te voldoen, van dezelve geen gebruik kunnen maaken. Waarom wy by deeze onzen geëerde Medeleden vriendelyk verzoeken, dit Voorſtel in ernſtige overweeging te neemen, en hunne gedachten over deszelfs mogelykheid of onmogelykheid, geſterkt door Wiskundige betoogingen, ons gunstig mede te deelen, om in een volgend Stukje daarvan gebruik te kunnen maaken.

CIII. VOORSTEL.

Door de OPGEVERS *en* S. GRAAF.

Stel de Rechthoekszyden van den eerſten Driehoek $= b$ en c en de ſchuinſche zyde $= h$.

De rechthoekszyden van den tweeden Driehoek $= \frac{b}{x}$ en cx,

en de ſchuinſche $= \sqrt{\frac{bb}{xx} + ccxx} = \sqrt{\frac{bb + cc x^4}{xx}}$,

dan is de Inhoud van ieder $= \frac{1}{2} bc$.

Stel den Wortel van $bb + cc x^4 = cxx - d$
dan is $bb + cc x^4 = cc x^4 - 2cdxx + dd$

$$2cdxx = dd - bb$$

$$xx = \frac{dd - bb}{2cd}$$

Stel $2cd = 4ee$

$$2c = \frac{4ee}{d}$$

dan is $d = 2eee$

Derhalven $xx = \frac{4cce^4 - bb}{4cc ee}$

Stel $4cce^4 - bb = f - 2cee|^2$

$$4cfee = ff + bb$$

$$4cf = \frac{ff + bb}{ee}$$

$$ee = \frac{ff + bb}{4cf}$$

Stel $4cf = 4ccgg$

$$4c = \frac{4ccgg}{f}$$

$$f = cgg$$

Dus $ee = \frac{ccgg + bb}{4ccgg}$

Neem $g = 1$,

Dan is $ee = \frac{cc + bb}{4cc} = \frac{hh}{4cc}$

$$e = \sqrt{\frac{cc + bb}{4cc}} = \frac{h}{2c}$$

$f = c$

$d =$

$$d = \frac{hh}{2c}$$

$$\text{en } x = \frac{f - 2cee}{2ce} = \frac{2cc - hh}{2ch}$$

$$\text{Dus } cx = \frac{2cc - hh}{2h}$$

$$\frac{b}{x} = \frac{2bch}{2cc - hh}$$

de twee Rechthoekszyden.

$$\text{en } \sqrt{xxcc + \frac{bb}{xx}} = \frac{2h^4 - cc - bb|^2}{2h \times cc - bb}$$

de schuinsche.

Neem $b = 3$, $c = 4$, en $h = 5$

$$\text{dan is } cx = \frac{2 \times 16 - 25}{2 \times 5} = \frac{7}{10}$$

$$\frac{b}{x} = \frac{2 \times 3 \times 4 \times 5}{2 \times 16 - 25} = \frac{120}{7}$$

$$\sqrt{xxcc + \frac{bb}{xx}} = \frac{2 \times 5|^2 - 16 - 9|^2}{2 \times 5 \times 16 - 9} = \frac{1201}{70}$$

Nu zyn 'er twee rechthoekige Driehoeken gevonden, van welke ieders Inhoud $= 6$ is. Om nu een derde rechthoekige Driehoek te bepaalen, welkers Inhoud ook $= 6$ is, zo neem $b = \frac{7}{10}$

$$c = \frac{120}{7}$$

$$\text{en } b = \frac{1201}{70}$$

$$\text{Dan is } cx = \frac{8 \times 1201^2}{49} - \frac{1201^2}{70} = \frac{1437599}{168140}$$

$$\frac{b}{c} = \frac{2 \times \frac{7}{10} \times \frac{120}{7} \times \frac{1201}{70}}{\frac{1437599}{4900}} = \frac{2017680}{1437599}$$

$$\text{en } \sqrt{caxx + \frac{bb}{xx}} = \sqrt{\frac{1437599}{161840}\left|^2 + \frac{2017680}{14377599}\right|^2} = \left(\frac{309535540480 1}{1437599 \times 70}\right.$$

Indien men nu wederom $b = \frac{1437599}{168140}$, $c = \frac{2017680}{1437599}$ en $h = \frac{309535540480 1}{1437599 \times 70}$ neemt, dan zal 'er op nieuw een rechthoekige Driehoek voortkomen, wiens Inhoud ook $= 6$ is; en hier uit blykt dus, dat, indien de getallen niet te groot wierden, men deeze Rekening tot n rechthoekige Driehoeken zou kunnen vervolgen.

CIV.

CIV. VOORSTEL.

Door den OPGEEVER *en* J. VAN TWISK.

Volgens de *Beginſelen der Natuurkunde* van den Heer MUSSCHENBROEK zyn de krachten van even lange Balken in reden, als de *producten der horizontaale* met de vierkanten der *verticaale* dikte. De krachten der zwaarte verminderen, en die der Balken moeten gevolglyk verminderen, in reden van de afſtand der gewigten van het ruſtpunt. Dus heeft men

beg. lengte : geg. lengte :: geg. gewigt : beg. gewigt.

4 : 3 :: 600 : x

$4x = 1800$

$x = 450$ ℔ welke aan den gegeeven Balk op den begeerden afſtand van 4 voeten kunnen worden opgehyst.

Verders is

$8^2 \times 6 : 12^2 \times 9 :: 450 : y$

of $4 : 27 :: 225 : y$

Komt 1518¾ ℔ $= y$, welke men aan den begeerden Balk zou kunnen ophaalen.

CV. VOORSTEL. *Fig.* 52.

Door den OPGEEVER.

Laat AB de Muur zyn; BC de Katrolbalk, welks lengte BC = *a*, en de *verticaale* dikte aan den *Muur* BG = *b* gefteld wordt; D zy een punt willekeurig genomen, op eenen afftand van het draagpunt der Katrol C = *x*, en de *verticaale* dikte des houts ter zelver plaatfe zy DF = *y*. Dan is, om dat het hout *horizontaal* eene gelyke dikte heeft,

$$\frac{y^2}{x} = \frac{b^2}{a}$$

$$b^2 x = a y^2$$

Dat is $x : a :: y^2 : b^2$.

Of $DC : BC :: \overline{DF}^2 : \overline{BG}^2$, de Vergelyking op den *Parabool*, welks gedaante dus aan de *verticaale* zyde moet gegeeven worden.

CVI. VOORSTEL. *Fig.* 53.

Door den OPGEEVER, *waar mede* J. VAN TWISK *en* S. GRAAF *overkomen.*

Laat ABCDA een Balk zyn, en tot eene *Piramide* verlengd worden in G.

Stel

Stel het dikſte einde $AB = a$,
een zyde der doorſneede $EF = x$,
de zyde van het dunne einde $DC = b$,
den Inhoud des Balks . . . $= B$,
die van 't afgeſn. ſtuk $EFCDE = S$,
en die der *Piramide* $DCGD = P$.

Dan is $a^3 : b^3 :: B + P : P$

Dividendo $a^3 - b^3 : b^3 :: B : P$

Alternando $a^3 - b^3 : B :: b^3 : P$

Wederom

$x^3 : b^3 :: S + P : P$

Dividendo $x^3 - b^3 : b^3 :: S : P$

Alternando $x^3 - b^3 : S :: b^3 : P$

By gevolg $a^3 - b^3 : B :: x^3 - b^3 : S$, volgens MEETK. B. IV. *An.* 7.

$$Sa^3 - Sb^3 = Bx^3 - Bb^3$$

$$Bx^3 = Bb^3 + Sa^3 - Sb^3$$

$$B$$

$$x^3 = b^3 + \frac{a^3 - b^3 \times S}{B}$$

$$x = \sqrt[3]{b^3 + \frac{a^3 - b^3 \times S}{B}}$$, dat is zoo;

men moet den Inhoud des ſtuks door den Balk deelen, of wel derzelver verkorte reden met dit *Quotient*,

tient, het verſchil der teerlingen op de beide einden des Balks, vermeenigvuldigen, en 't *Product* tot den kleinſten teerling vergaaren, om den teerling der doorſneede te vinden: of

gelyk de Balk is tot het afgeſneeden ſtuk, alſo het verſchil der teerlingen van deszelfs einden tot het verſchil des teerlings van eene zyde der doorſneede en van het dunſte einde; want

$$B : S :: a^3 - b^3 : x^3 - b^3.$$

Dewyl gegeeven is $a = 28$,

$b = 12$,

$B : S :: 2 : 1$,

Zo is $x = \sqrt[3]{3780} = 3\sqrt[3]{140}$.

Hier door vindt men ligtelyk de plaats der doorſneede; want

$$AB - DC : AD :: EF - DC : ED.$$

Dat is $6 : -12 + 3\sqrt[3]{140} :: 40 : -80 + 20\sqrt[3]{140}$, de afſtand der doorſneede van het dunſte einde.

CVII.

CVII. VOORSTEL.

Door den OPGEVER en J. VAN TWIST.

Deel den Teller door den Noemer, zal komen

$$a+b+3c+5d+\frac{5a+8b+3c+5d}{20}$$

en ftel deeze refteerende breuk

$$\frac{5a+8b+3c+5d}{20} = e \text{ een geheel getal}$$

$$5a+8b+3c+5d = 20e$$

$$5a = 20e-8b-3c-5d$$

$$a = 4e-b-d-\frac{3b+3c}{5}$$

Stel $\frac{3b+3c}{5} = f$

$$3b+3c = 5f$$

$$3b = 5f-3c$$

$$b = f-c+\frac{2f}{3}$$

Stel $\frac{2f}{3} = g$

$$2f = 3g$$

$$f = \frac{3g}{2} \text{ of } g+\frac{g}{2}$$

Stel $\frac{g}{2} = h$

$g = 2h$

$f = 3h$

$b = 5h - c$

$a = 4e - 8h + c - d$

Neem op het allerkleinſte, alle letteren die zich, op het eerſte aanzien, zodanig laaten bepaalen.

Als $h = 1$, $c = 1$, $d = 1$, komt $g = 2$, $f = c$, $b = 4$;

Voorts komt $a = 4e - 8$

Neem e nu op het allerkleinſte $= 3$, komt $a = 4$,
Derhalven is de gegeevene Breuk $= 19$.

CVIII. VOORSTEL.

Dit Voorſtel, zynde N°. 7 van dit eerſte Deel der *Wisk. Verlustiging*, abuſivelyk ten tweeden maale geplaatst zynde, refereeren wy ons tot de *oplosſing* van hetzelve, welke hier voor op pag. 20 der Ontbindingen te vinden is.

CIX. VOORSTEL.

Door den OPGEEVER, J. VAN TWISK, J. VISSER, J. PAUW, *en* J. DE JONGH.

Stel de percento die A betaald $= y$
dan is die van B $= y + \frac{1}{2}$

Nu

Nu is door 't Voorſtel

$$yy + \tfrac{1}{2}y = 24\tfrac{3}{16}$$
$$\tfrac{1}{4} = 1\tfrac{3}{4}$$
$$yy + \tfrac{1}{2}y + \tfrac{1}{4} = 25$$
$$y + \tfrac{1}{2} = 5$$
$$y = 4\tfrac{1}{2}$$
$$y + \tfrac{1}{2} = 5\tfrac{1}{2}$$

Volgens 't voorſtel betaalen Rd. Groot Schwar.
A en B te ſaamen aan Intrest f 185 : 2d : 2½
en B betaald meer als A . . . » 7 : 13 : 2½

dat h. betaald A = $\frac{178 : 9 : 0}{2}$ = f 89 : 4 : 2½

en B = $\frac{192 : 36 : 0}{2}$ = » 96 : 18 : 0

Maand. Intr. Maand.
12 — 4½ — 9

komt 31⅛

Intr. Cap. Rykd.
31⅛ — 100 = 89 : 4 : 2½

Komt 2500 Rykd. 't Capt. van A.
A heeft meer als B 500

dus heeft B 2000 Rykd. op Intr. genomen

Cap.	Intr.	Cap.
100	— 5½	— 2000

Komt 105

Intr.	Maand.	Intr.
105	— 12	— 96⅔

Komt 11 Maanden dat B het Geld op Interest gehad heeft.

CX. VOORSTEL.

Door J. VAN TWISK, J. VISSER; J. PAUW, J. DE JONGH, *en de* OPGEEVER.

Stel den *basis* = x
de *cathetus* = y
en de *hypotenusa* = z
dan is door de natuur der rechthoekige Driehoeken $xx + yy = zz$
en door 't Voorstel $xx + yy + zz = 338$

derhalven $2xx + 2zz = 338$

$xx = 169$

$x = 13$

Ook is $z^4 - x^4 = 2079$

$$\frac{\sqrt[3]{13^3} - x^3 = 2072}{x^3 = 125}$$

$$\sqrt[3]{\quad}$$

$$x = 5$$

$$y = \left(\sqrt{xx - xx} = \sqrt{\sqrt[3]{13^3} - \sqrt[3]{5^3}} =\right)^{12}$$

CXI. VOORSTEL.

Door C. HOKKEBARENDSZ., J. PAUW, J. VAN TWISK, J. VISSER, J. APPEL, J.B. NOORDINK, J. RUITER, *en de* OPGEEVER.

$\frac{1}{10}$
$\frac{1}{11}$ af

Rest $\frac{1}{110} = f\,233 : 6 : 12$

Portie $1 = f\,7000 : 2 : 8$ (30)

(3)

$f\,21000 : 7 : 8$ nagelaaten ſom.

De bepaaling dat 'er voor den 10den, 15den, en 20ſten Penning te ſaamen $f\,1516 : 13 : 14$ (niet 4 Penn.) betaald is, is in dit Voorſtel (blykens bovengem. Ontbinding) volſtrekt onnoodig.

Cap.	Intr.	Cap.
100	— $5\frac{1}{2}$ —	3000

Komt 105

Intr.	Maand.	Intr.
105	— 12 —	$96\frac{1}{2}$

Komt 11 Maanden dat B het Geld op Interest gehad heeft.

CX. VOORSTEL.

Door J. VAN TWISK, J. VISSER, J. PAUW, J. DE JONGH, *en de* OPGEVER.

Stel den *basis* $= x$
de *cathetus* $= y$
en de *hypotenusa* $= z$
dan is door de natuur der rechthoekige Driehoeken $xx + yy = zz$
en door 't Voorstel $xx + yy + zz = 338$

derhalven $zz + zz = 2zz = 338$

2

$zz = 169$

$z = 13$

Ook is $z^4 - x^4 = 2072$

$$\frac{\sqrt[3]{13^3 - x^3} = 2072}{x^3 = 125}$$

$$\sqrt[3]{}$$

$$x = 5$$

$$y = \left(\sqrt{xx - xx} = \sqrt[3]{13^3 - 5^3} =\right)^{12}$$

CXI. VOORSTEL.

Door C. HOKKEBARENDSZ., J. PAUW, J. VAN TWISK, J. VISSER, J. APPEL, J.B. NOORDINK, J. RUITER, *en de* OPGEEVER.

$\frac{1}{12}$
$\frac{1}{12}$ af

Rest $\frac{1}{12} = f\,233 : 6 : 12$

Portie $1 = f\,7000 : 2 : 8$ (30, 3)

$f\,21000 : 7 : 8$ nagelaaten som.

De bepaaling dat 'er voor den 10den, 15den, en 20sten Penning te saamen $f\,1516 : 13 : 14$ (niet 4 Penn.) betaald is, is in dit Voorstel (blykens bovengem. Ontbinding) volstrekt onnoodig.

CXII. VOORSTEL.

Door C. HOKKE BARENDSZ., J. VAN TWISK, J. B. NOORDINK, J. APPEL, *en* J. PAUW.

Dit Voorſtel bepaalt niets, als het geene overtollig is; want dat de 10de Penning van $\frac{1}{4}$ der Erfportie 6 maal meerder is, dan de 20ſte Penning van $\frac{1}{4}$ der Erfportie, is eene waarheid, die in den aart der zaaken ligt opgeſloten, en blyft eene waarheid, of 'er (per exempel) 40 Duiten, dan of 'er 40,000 Guld. door N. N. nagelaaten zyn.

Dit Voorſtel laat derhalven zo veele voldoende Oplosſingen toe, als 'er Geldſommen bedacht of genoemd kunnen worden.

CXIII. VOORSTEL.

Door J. APPEL, S. GRAAF, J. B. NOORDINK, J. VISSER, J. VAN TWISK, J. PAUW, J. RUITER, *en de* OPGEVER.

Koop.

20ſte Penning $2\frac{1}{2}$ — 100 — $149\frac{1}{2}$

Komt *f* 5980

2

11990

10 Gl. by en af.

Komt *f* 3000 waarde van 't Land.
f 2980 waarde van 't Huis.

f 5980

CXIV. VOORSTEL.

Door J. APPEL, J. PAUW, J. VISSER, J. RUITER, J. B. NOORDINK, S. GRAAF, J. VAN TWISK, en de OPGEEVER.

Capit.
8oste Penn. 1½ — 100 — *f* 45

Komt *f* 3600.

80 — 100 — *f* 3600

Antw. *f* 4500.

CXV. VOORSTEL.

Door J. VAN TWISK, J. APPEL, J. PAUW, S. RAAF, J. RUITER, en J. VISSER.

In Noordholland staat de ordinaire Verponding tot de ½ extraordinaire Verponding van de Huizen als 2 tot 1,
van de Landen als 4 tot 1,
en van de Heerlyke Goederen als 4 tot 3,

Derhalven, als 't van Huizen betaald is, dan is de ½ extraordinaire Verponding

$$= \frac{f\,139:17:8}{3} = f\,46:12:8,$$

de ordin. Verponding = 93 : 5 : —,

van Landeryen de ½ extraordinaire Verponding

$$= \frac{f\,139:17:8}{5} = f\,27:17:8,$$

de ordinaire Verponding = 112 : — : —,

en van Heerlyke Goederen, dan is de ½ extraordinaire Verponding

$$= \frac{f\,139:17:8}{7} \times 3 = f\,59:18:15 \text{ na genoeg.}$$

en de ordinaire Verponding f 79 : 8 : 9.

CXVI. VOORSTEL.

Door J. APPEL, J. VISSER, J. PAUW, J. RUITER, J. B. NOORDINK, S. GRAAF, en J. VAN TWIST.

In de op één na laatste regel van dit Voorstel staat *f* 56:10:—, lees *f* 56:5:—; dan heeft men de volgende bewerking:

f 440
4
f 1760

28 — 100 — *f* 1760

f 2000 de 1ste Prys.

f 11½
8
f 90

80 — 100 — *f* 90

f 100 de 2de Prys.

f 56½
16
f 936

90 — 100 — *f* 936

f 1040 de 3de Prys.

CXVII. VOORSTEL.

Door S. GRAAF, J. B. NOORDINK, J. RUITER, J. VAN TWISK, J. PAUW, J. VISSER, *en de* OPGEEVER.

Fl. 500 zyn *f* 3000.
100 —— 25 —— *f* 3000?

Komt *f* 750
af de 100ste Penn.... - 7½

f 15000 —— *f* 742½ —— 100?

Antw. 4$\frac{12}{25}$ ten 100 nieuw Capitaal.

CXVIII. VOORSTEL.

Door J. PAUW, J. VAN TWISK, *en* S. GRAAF.

Capit.	Uitd.	Capit.
100	5	33000

1650 uitdeeling.
600 onkosten.

f 1050 Jaarlykſche uitdeeling.
150

7 Perſoonen, dit

van

van 208 Perſoonen

202

ieder Jaar vermindert 6 ——

na $33\frac{1}{2}$ Jaaren ieder der overblyvende ieder 150 Guldens.

CXIX. VOORSTEL.

Door J. VISSER, J. PAUW, J. VAN TWISK, J. RUITER, J. B. NOORDINK, J. APPEL, *en* S. GRAAF.

100 —— *f* 3 : 11 : 5 —— 10.000000

Komt *f* 356562 : 10 : —

Contrib. 108000 —— *f* 356562 : 10 : —— Contrib. —— 1?

Antw. *f* 3 : 6 : $0\frac{1}{4}$.

CXX.

CXX. VOORSTEL.

Door J. PAUW, J. APPEL, S. GRAAF, J. VAN TWISK, J. VISSER, J. RUITER, *en* J. B. NOORDINK.

1 Dertiend'half 12½ st.
1 *Zesthalf* .... 5½ st.
van elks Guld.
18 st. —— 1 —— 9?

Komt 10 Dertiend'halven *A.*
en 10 Zesthalven *B.*

CXXI. VOORSTEL.

Door JACOBUS APPEL, *waar mede* J. VAN TWISK, S. GRAAF, J. VISSER, J. B. NOORDINK, J. PAUW, *en* J. RUITER *overëenkomen.*

Dewyl de Zest'halven tot de Dertiend'halven staan als 11 tot 25, zo volgt dat, om A en B even ryk te doen zyn, A 11 Dertiend'halven moet hebben tegen B 25 Zest'halven, 't geen het minst is in geheele getallen.

CXXII.

CXXII. VOORSTEL.

Door J. VISSER, J. RUITER, J. APPEL, J. PAUW, J. B. NOORDINK, S. GRAAF, en J. VAN TWISK.

A 14 Guld.		XVI.
B 7 —		21
	van elks	6
21	1	126?

Komt 6 ſtuks van elks....6
A 14 B 7

Dus A heeft *f* 84 en B heeft *f* 42 in de Goudbeurs.

CXXIII. VOORSTEL.

Door J. PAUW, J. VAN TWISK, J. VISSER, en J. RUITER.

Stel dat A in 4 Weeken wint 2 Guld., en B zo veel in 5 Weeken; als mede dat A in 8 Weeken aan kostgeld verteert 7 Guld., en B zo veel in 9 Weeken.

Wee-

Week. Winst Week.

4 — x — 52 | 13 x Winst van A } in een Jaar.
5 — x — 52 | $10\frac{2}{5}$ x Winst van B }
— afgetr.
$2\frac{3}{5}$ x Guld. heeft A meer dan B in een Jaar gewonnen.

f 49 : 8 : —
$\cdot$ 13 : — : —

Derh. $2\frac{3}{5}$ x = f 62 : 8 : — 5

13 x = 312
3

x = 24 Guld. die A in 4, en B in 5 Weeken gewonnen heeft.

Wederom

Weeken Verteer. Weeken
8 — y — 52 | $6\frac{1}{2}$ y
9 — y — 52 | $5\frac{7}{9}$ y
Guld.
$\frac{13}{18}$ y = 13
13 — 18
y = 18 Guld. die A in 8, en B in 9 Weeken verteerd heeft.

Weeken Winst Weeken
4 — 24 — 52 | 312 Guld. A gewonnen.
Weeken Verteer. Weeken
8 — 18 — 52 | 117 Guld. A verteerd.

Weeken Winst Weeken
5 — 24 — 52 | 249 Gl. 12 St. B gewonn.
Weeken Verteer. Weeken
9 — 18 — 52 | 104 Guld. B. verteerd.

A N

ANDERS.

Door S. GRAAF.

A wint 5 tegen B 4 — *f* 49 : 8 : — / *f* 13 : — : —

1 — *f* 62 : 8 : —

— { 5 | 312 Guld. A } in een Jaar ge-
{ 4 | 249⅗ — B } wonnen.

A verteert 9 tegen B 8

1 — *f* 13 — { 9 | 117 Guld. B } in een Jaar
{ 8 | 104 — A } verteerd.

CXXIV. VOORSTEL.

Door den OPGEVER, J. B. NOORDINK, S. GRAAF, J. VISSER, J. VAN TWISK, J. PAUW, J. RUITER, *en* J. APPEL.

18 Voet lang
⅝ Voet breed — Plank — 85½ Voet lang.
20 Voet breed.

15 — 1 — 1710

Komt 114 Planken.

CXX.

CXXV. VOORSTEL.

Door den OPGEVER, J. PAUW; J. APPEL, J. VAN TWISK, en J. VISSER.

	Penn.
1 Penn.	1
2 Stuiv.	32
4 Guld.	1280
	1313

Stuk van ieder Guld. 1 — 14?

Komt $3\frac{141}{1313}$ Penn.

2

$6\frac{1015}{1313}$ Stuiv.

2

$13\frac{1111}{1313}$ Guld.

CXXVI. VOORSTEL.

Door J. VISSER, S. GRAAF, J. APPEL, J. PAUW, J. VAN TWISK, J. B. NOORDINK, en J. RUITER.

Knecht	Knechts
1 — *f* 8 : 5 : —	4?

Komt *f* 33

3

f 11 de Baas zyn voordeel van de Knechts.

f 12

f 12 zyn eigen verdienſte.

Week — Weeken

1 — 23 — f2?

Komt f 1196 Jaarl. Inkomſte van den Baas;
„ 956 kost zyn Huishouding.

Dus f 240 in dat Jaar overgewonnen.

CXXVII. VOORSTEL.

Door C. HOKKE BARENDSZ.

Naardien het *Quotient* met den *Diviſor* vermeenigvuldigd, en by het *Product* het Overblyfſel vergaard, de ſom gelyk aan het Deeltal moet zyn, ziet men in den eerſten opſlag, dat $3\square + 9$ bepaald wordt door 10 Eenheden.

Dus $3\square + 9 = x$ Tienen

Of $3\square + 9 = 10x$ Eenheden

$$3\square = 10x - 9$$

$$\square = 3x - 3 + \frac{x}{3}.$$

x moet derhalven door 3 deelbaar zyn;
dus $x = 3, 6, 9,$ &c.
Maar $\square$ kan op zyn hoogst $= 9$ zyn;
dus x niet anders als 3.

Derhalven $\square = 3x - 3 + \frac{x}{3} = 7.$

ANDERS.

Door den OPGEEVER, J. PAUW, J. VAN TWISK, *en* S. GRAAF.

Stel $\square = x$,

dan is $\frac{1010000x+101600}{1000x+493} = 950 + x + \frac{100x+99}{1000x+493}$

$1010000x+101600 = 468449+950593x+1000xx$

$1000xx-59407x = -366849$

$10000xx-594070x = -3668490$

$\frac{59407}{20}\Big|^2 = \frac{3529191649}{400}$

$10000xx-594070x+\frac{59407}{20}\Big|^2 = \frac{2061795649}{400}$

$100x-\frac{59407}{20} = \pm\frac{45407}{20}$

$100x = \frac{14000}{20} = 700$

100

$x = 7$ als boven.

CXXVIII. VOORSTEL.

Door C. HOKKE BARENDSZ., *en nog anders door den* OPGEEVER, J. VAN TWISK, S. GRAAF, J. PAUW, *en* J. RUITER.

De som der achterste Ry, of de Ry der Eenheden is 2 meerder dan een zeker getal Tienen, volgens het Voorstel; dus moet $\square + \triangle + \square$ een effen getal Tienen zyn.

Stel dan $\square + \triangle + \square$, of $2\square + \triangle = x$ Tienen.

$$1 = 1$$

verg.

$$2\square + \triangle + 1 = 10x + 1 \text{ Eenh.}$$

Maar $\square = \triangle + 1$ volgens het Voorstel.

Dus $3\square = 10x + 1$.

$$\square = \frac{10x+1}{3} = 3x + \frac{x+1}{3}.$$

Stel $\frac{x+1}{3} = z$ een heel getal,

Dan is $x = 3z - 1$

en $10x + 1 = (10 \times \overline{3z-1} + 1) = 30z - 9$.

By gevolg $\square = \frac{10x+9}{3} = 10z - 3$.

Dewyl nu $\square$ niet grooter dan 9 kan zyn, zo is

10 z — 3 kleiner dan 10
3 = = = = 3
verg.
10 z kleiner dan 13
10
z kleiner dan 1 3/10

Derhalven kan z niet anders als 1 zyn.

Dus □ = 10 z — 3 = 7,
en □ — 1 = ... 6.

CXXIX. VOORSTEL.

Door den OPGEEVER, J. VAN TWISK, *en* S. GRAAF.

Door de JAAR-TAFELEN.

Wortel	24 Jaaren	Capitaal
10000000	63411807	*f* 63000 ?

Antw. *f* 399494 : 7 : 10 11/113 Cap. en Winst.

ANDERS *door Logarithmi.*

100 — 108 voor één Jaar.
4
25 — 27

Log. 27 = 1.43136376
Log. 25 = 1.39794001
afgetr.
0.03342375

0.03342375
——— 24 Jaaren
0.80217000
Log. 63000 = 4.79934050
——— verg.
5.60151050 N. *Log.* van 399494,35.

Dus na genoeg *f* 399494 : 7 : —.

CXXX. VOORSTEL.

Door J. APPEL, S. GRAAF, J. PAUW, J. VAN TWISK, J. VISSER, *en den* OPGEEVER.

Hazespr. Hondespr. Hazespr.
7 ——— 5 ——— 5?

$3\frac{4}{7}$ Hondespr. doet de Haas tegen de Hond 4
——— Hondespr.
Winst $\frac{3}{7}$ ——— 4 ——— 246?

Antw. 2296 sprongen.

CXXXI. VOORSTEL.

Door J. VAN TWISK, S. GRAAF, J. APPEL, J. PAUW, *en den* OPGEEVER.

Graad Mylen Graaden
1 —— 15 —— 360?

Myl Sprongen
1 —— 5000 —— 5400 Mylen?
Hondespr. Hazespr.
5 —— 7 —— 27000000 *Hondesprongen.*

Komt 37800000 Hazesprongen.

CXXXII. VOORSTEL.

Door den OPGEEVER, J. PAUW, J. VAN TWISK, J. APPEL, S. GRAAF, *en* J. VUSSER.

$4\frac{1}{2}$ Percent
S
—— Cap.
verſ. $1\frac{1}{2}$ —— 100 —— *f* 60 verſchil.

Antw. *f* 4000:— het eerſte Capitaal.

$4\frac{1}{2}$

à 4½ Percent

Cap.

Perc. 3 — 100 — *f* 180 Winst?

en *f* 6000:— Cap: moet het nu zyn, om dezelve Interest te hebben.

CXXXIII. VOORSTEL.

Door J. VAN TWISK, *den* OPGEEVER, J. APPEL, S. GRAAF, J. PAUW, *en* J. VISSER.

100 — 3½ — *f* 6000

Maand.

225 — 12 — *f* 168:15:—

Komt 9 Maanden tyd van A.

f 168 : 15 : —
" 28 : 15 : —

afgetr.

3½ — 100 — *f* 140 : — : —

Komt *f* 4000 Capitaal van B.

CXXXIV.

CXXXIV. VOORSTEL.

Door den OPGEEVER, J. PAUW, J. VISSER, J. APPEL, *en* J. VAN TWISK.

D 1
C $1\frac{1}{2}$
B $1\frac{7}{8}$
A $2\frac{11}{32}$

$6\frac{23}{32}$ — *f* 2150 — $\left\{\begin{array}{l|l} 2\frac{11}{32} & f\ 750 \text{ het Dorp } A. \\ 1\frac{7}{8} & f\ 600 \text{ ——— } B. \\ 1\frac{1}{2} & f\ 480 \text{ ——— } C. \\ 1 & f\ 320 \text{ ——— } D. \end{array}\right.$

CXXXV. VOORSTEL.

Door den OPGEEVER, J. PAUW, *en* J. VAN TWISK.

Hier by kan men aanmerken:

Dat, als 'er maar 1 man uitging, 109 veranderingen mogelyk zyn.

Als 'er 2 Persoonen uitgingen, zoo is het getal der veranderingen, de som eener *Arithm. Progr.* van 108 *Termen*, wiens begin en opklimming 1 is; en de som een *Trigonaal*-getal.

Drie

Drie mannen uitgaande, zo is het getal der veranderingen een *Pyramidaal*-getal uit *Trigonaal*-getallen van het eerste lighaamlyke geslacht, wiens Wortel 107 is.

Hier uit volgt: dat, als 'er telkens 9 Persoonen uitgaan, zoo is het getal der veranderingen een *Pyramidaal*-getal uit *Trigonaal*-getallen van 't zevende lighaamlyke geslacht, wiens Wortel 101 is.

En wordt aldus gevonden:

De Wortel $\overline{101 - 1} \times 1$ verschil $= 100$;

$100 + 1$ de eerste Term $= 101$ *extremum majus*,

$$101 + 8 = 109 \times \frac{101}{2} \times \frac{102}{3} \times \frac{103}{4} \times \frac{104}{5} \times \frac{105}{6} \times \frac{106}{7} \times \frac{107}{8} \times \frac{108}{9}.)$$

Komt: 4263421511271 maalen.

NOTA. *Deze Oplossing is afkomstig van Wylen* S. GUNTHER.

CXXXVI. VOORSTEL.

Door den OPGEEVER, *en* J. VAN TWISK.

Stel den Wortel van het eerste $= 5x$

dan is $x^3 + 27x^2 + x = 25x^2$

$$x \overline{}$$

$$\sqrt{x^2 + 2x + 1 = 0}$$

$$x + 1 = 0$$

$$x = -1$$

Derhalven $x^3 + 27\,x^2 + x = 29$ het *Quadraat*, waar van $+5$ de *Wortel is.*

Voorts *ſtel* den *Wortel* uit het *tweede* $= 25\frac{1}{4}$

dan is $3\,a^3 + 2\frac{1}{4} = 650\frac{1}{4}$

$3\,a^3 = 648$

$a^3 = 216$

$a = 6$

CXXXVII. VOORSTEL. *Fig. 54.*

Door de OPGEEVERS *en* J. J. BOUWENS.

Stel de *Sinus* des Booga BD $= s$,

dan is:

Cof. CD $= \sqrt{CB^2 - BD^2} = \sqrt{1 - ss}$

En *Cof.* CD : *Sin.* BD :: *Rad.* CA : *Tang* AE

of $\sqrt{1 - ss} : s :: 1 :$ *Tang* AE

Komt *Tang.* AE $= \frac{s}{\sqrt{1 - ss}}$

Wederom *Cof.* CD : *Rad.* CB :: *Rad.* CB : *Sec.* CE

of $\sqrt{1 - ss} : 1 :: 1 :$ *Sec.* CE

Komt *Sec.* CE $= \frac{1}{\sqrt{1 - ss}}$

Der-

Derhalven is door het Voorſtel x, $\frac{x}{\sqrt{1-xx}}$ en $\frac{1}{\sqrt{1-xx}}$ eene *Arithmetiſche Progreſſie*.

Gevolglyk $x + \frac{1}{\sqrt{1-xx}} = \frac{2x}{\sqrt{1-xx}}$

$$\sqrt{1-xx}$$

$$x\sqrt{1-xx} + 1 = 2x$$

$$x\sqrt{1-xx} = 2x - 1$$

$$xx - x^4 = 4xx - 4x + 1$$

$$x^4 + 3xx - 4x = -1$$

Stel $x = 0,8 - y$

Dan is $x^4 = 0.4096 - 2.048y + 3.84yy$ &c.
$3xx = 1.92 - 4.8y + 3yy$
$-4x = -3.2 + 4y$

$$-0.8704 - 2.848y + 6.84yy = -1$$

$$6.84yy - 2.848y = -0.1296$$

$$6.84$$

$$\overline{6.84y}|^2 - 2.848 \times 6.84y = -0.886564$$

$$\overline{1.424}|^2 = 2.027776$$

$$\sqrt{\overline{6.84y}|^2 - 2.848 \times 6.84y + \overline{1.424}|^2} = 1.141212$$

$$6.84y - 1.424 = 1.068$$

$$6.84\,y = 0.356$$

$$6.84 \qquad y = 0.06$$

Hierdoor $x = 0.8 - y = 0.74$.

Stel wederom $x = 0.74 + y$,

Dan is $x^4 = 0.29986576 + 1.620896\,y + 3.2856\,yy + \&c.$)

$$3xx = 1.6428 \quad + 4.44 \quad y + 3\,yy$$
$$-4x = -2.96 \quad - 4 \quad y$$

$$-1.01733424 + 2.060896\,y + 6.2856\,yy = -1$$

$$6.2856\,yy + 2.060896\,y = 0.01733424 \qquad 6.2856$$

$$\overline{6.2856\,y}\,|^2 + 2.060896 \times 6.2856\,y = 0.10895698944$$
$$\overline{1.030448}\,|^2 \quad = 1.06182308704$$

$$\overline{6.2856\,y}\,|^2 + 2.060896 \times 6.2856\,y + \overline{1.030448}\,|^2 = 1.17077917964\,8)$$

$$6.2856\,y + 1.030448 = 1.082025$$

$$6.2856 \qquad 6.2856\,y = 0.051577$$
$$y = 0.00825$$

Derh. $x = 0.74 + y = 0.74825$, de Sinus des begeerden Boogs, zynde 48° 26′.

CXXXVIII.

CXXXVIII. VOORSTEL.

Door den OPGEEVER, J. J. BOUWENS, J. VAN TWISK, *en* K. AKER.

Dewyl een Bombe, by verſchillende elevatien van 't Mortier, met gelyke laading *Paraboolen* beſchryft, welker wydten tot elkander in reden zyn als de *Sinus* van den dubbelen hoek der verheffing, (Zie BELIDOR *Nouveau Cours de Mathematique* 1746, 747), zoo heeft men:

gegeev. verh.: beg. verh.:: *Sin.* 2 × 15° (of *Sin.* 30°): de gezochte elevatie.

Dat is 180 : 280 :: 50000 : *x*

20 ——————

9 : 14 :: 50000 : *x*

Komt 77778 *Sin.* van 51°4′ voor den dubbelen hoek der elevatie; hier van de helft, komt 25°32′ de begeerde verheffing. Dit gevondene van 90° afgetrokken, rest 64°28′, met welke men tot dezelfde verheid zal ſchieten: dewyl de verheden, de verheffing zoo veel boven als beneden de 90° geſteld zynde, gelyk zyn.

CXXXIX. VOORSTEL. *Fig.* 55.

Door den OPGEEVER.

Laat P de Noord- en Z de Zuid-Pool zyn. C zy *Canton* in China, en A *Amſterdam*; ÆQ de *Equinoctiaal*: dan is PAZ de *Meridiaan* van *Amſterdam*, en PCQZ die van *Canton*; de ∠APC is = 108°4′

het verſchil der Lengte tuſſchen de beide Steeden. Voorts zyn AP = 37°37′ en PC = 66°52′ de Complementen der N. Breedte. Dewyl de hoek APC ſtomp is, zal de *Perpendiculair* AB op de verlengde PC vallen. Derhalven is

Rad. B : *Cof.* ∠P :: *Tang.* AP : *Tang.* BP.
9.8868105
9.4915345
19.3783450 *Log. Tang.* van 13° 26′ 24″ = BP.

PC = 66° 52′ 00″
BP = 13° 26′ 24″
verg.
BC = 80° 18′ 24″

Cof. BP : *Cof.* AP :: *Cof.* BC. : *Cof.* AC.
9.2262769
9.8987867
19.1250636
9.9879405
9.1371231 *Log. Cof.* van 82° 7′ 6″ = AC.

Dewyl nu ieder Graad 15 Duitſche Mylen bevat, heeft men 1231, 775 of zeer na 1231 Duitſche Mylen voor den gezochten afſtand der beide Steeden.

Dit Voorſtel is mede ontbonden door J. Visser, J. Pauw, K. Aker, en J. van Twisk; doch alzo dezelve van de *vergrootende Breedte* gebruik gemaakt hebben, is hun gevonden antwoord minder naauwkeurig; alzo de Tafelen van vergrootende Breedte niet ingericht zyn voor eenen zoo grooten afſtand, als hier gevonden moet worden. Zy vinden, de een min de ander meer, 1325½ Duitſche Mylen voor den afſtand der beide Steeden.

CXL.

CXL. VOORSTEL.

Door den OPGEEVER, *waar mede* K. AKER, J. VAN TWISK, *en* A. ROOS *overëenkomen.*

Stel de getallen x, $\frac{2xy}{x+y}$ en y; dan zyn dezelve reeds in eene *Harmoniſche Progreſſie*: hunne *Quadraaten* zyn xx, $\frac{4xxyy}{(x+y)^2}$ en yy; en door het Voorſtel is

$$x+y+\frac{2xy}{x+y}=a, \text{ en } x^2+y^2+\frac{4xxyy}{\overline{x+y}|^2}=b$$

$$\text{of } \overline{x+y}|^2+2xy=a(x+y), \text{ en } \overline{x^2+y^2}.\overline{x+y}|^2=(4xxyy=b(x+y)^2$$

Stel nu $x+y=p$,

$xy=q$:

dan is $x^2+y^2=pp-2q$.

Deeze waarden in elk der twee gevondene Vergelykingen overbrengende, worden zy veranderd: de eerſte in

$$p^2+2q=ap,$$

waar door $2q=ap-p^2=\overline{a-p}.p$,

en $4qq=4xxyy=(a-p)^2pp$.

De tweede in $pp-2q.pp+4qq=bpp$, waar in de waarden van $2q$ in $4qq$, zoo even bepaald, overgebragt, heeft men

$$\overline{2pp-ap}\ pp+\overline{a-p}|^2\times pp=bpp;$$

en door pp deelende:

$$2pp - ap + aa - 2ap + pp = b,$$
$$\text{of } 3pp - 3ap = b - aa.$$
$$pp - aq = \tfrac{1}{3}b - \tfrac{1}{3}aa$$
$$\tfrac{1}{4}aa = \tfrac{1}{4}aa \text{ bydoende, heeft men}$$
$$pp - ap + \tfrac{1}{4}aa = \tfrac{1}{3}b - \tfrac{1}{12}aa$$

hier door $p = \frac{1}{2}a + \sqrt{\frac{1}{3}b - \frac{1}{12}aa}$ bekend,
en $2q = (a-p)p$ insgelyks bekend.

Nu moeten alleen nog maar x en y gevonden worden, waar van de som en het *Product* bekend gegeeven zyn. Een byzonder Voorſtel, meer dan eens behandeld.

$x = \frac{1}{2}p + \frac{1}{2}\sqrt{pp - 4q}$, het eerſte getal;

$y = \frac{1}{2}p - \frac{1}{2}\sqrt{pp - 4q}$, het derde,

en $\dfrac{2xy}{x+y} = \dfrac{2q}{p}$, het tweede Q, E, I.

Toepaſſing. In getallen is gegeeven $a = 26$, $b = 244$; hier door is $p = 18$ of 8. Beide Wortels geeven $q = 72$: dan wy maaken alleen gebruik van $p = 18$: oewyl de andere waarde voor x en y *imaginaria* geeven: en dan vindt men $x = 12$, $y = 6$ en $\dfrac{2xy}{x+y} = 8$; Weshalven 6, 8, 12 de begeerde getallen in eene *Harmoniſche Progreſſie* zyn.

Dat te vinden was.

CXLI.

CXLI. VOORSTEL.

Door den OPGEEVER, J. VAN TWISK, J. PAUW, A. ROOS, *en* K. AKER.

Stel voor de *Progressie* $x-3y$, $x-2y$, $x-y$, x, $x+y$, $x+2y$, en $x+3y$; dan is $7x$ derzelver som, en de *Quadraaten* der *Termen* zyn:

$$x^2-6xy+9y^2$$
$$x^2-4xy+4y^2$$
$$x^2-2xy+y^2$$
$$x^2$$
$$x^2+2xy+y^2$$
$$x^2+4xy+4y^2$$
$$x^2+6xy+9y^2$$

waar van $7x^2+28y^2$ de som is.

De *Cubi* der *Termen* zyn

$$x^3-9x^2y+27xy^2-27y^3$$
$$x^3-6x^2y+12xy^2-8y^3$$
$$x^3-3x^2y+3xy^2-y^3$$
$$x^3$$
$$x^3+3x^2y+3xy^2+y^3$$
$$x^3+6x^2y+12xy^2+8y^3$$
$$x^3+9x^2y+27xy^2+27y^3$$

van deeze is de som $7x^3+84xy^2$.

Nu zyn $7x$, $7x^2+28y^2$ en $7x^2+84xy^2$ als p, q, en r: waar uit wy deeze volgende twee *Proportien* hebben:

1°. $7x : 7x^2+84xy^2 :: p : r$

$1 : x^2+12y^2 :: p : r$

dus $x^2+12y^2=\frac{r}{p}$

2°. $7x : 7x^2+28y^2 :: p : q$

$x : x^2+4y^2 :: p : q$

$x^2+4y^2=\frac{qx}{p}$

(3

$3x^2+12y^2=\frac{3qx}{p}$

$x^2+12y^2=\frac{r}{p}$ afgetrokken.

$2x^2=\frac{3qx}{p}-\frac{r}{p}$

$2x^2-\frac{3qx}{p}=-\frac{r}{p}$

$x^2-\frac{3qx}{2p}=-\frac{r}{2p}$

$\frac{9qq}{16pp}=\frac{9qq}{16pp}$

x^n

$$x^2 - \frac{3qx}{2p} + \frac{9qq}{16pp} = \frac{9qq}{16pp} - \frac{r}{2p}$$

$$x - \frac{3q}{4p} = \pm\sqrt{\frac{9qq}{16pp} - \frac{r}{2p}}$$

$$\text{en } x = +\frac{3q}{4p} \pm \sqrt{\frac{9qq}{16pp} - \frac{r}{2p}}, \text{ ftel} = s;$$

$$\text{dan is in } x^4 + 12y^2 = \frac{r}{p}$$

$$12y^2 = \frac{r}{p} - ss$$

$$y^2 = \frac{1}{12} \times \frac{r}{p} - ss$$

$$y = \sqrt{\frac{r}{12p} - \frac{1}{12}ss}.$$

Nu is in getallen $p = 1$; $q = 5$; $r = 28$, welke op de *Formulae* toegepast zynde, geeven $x = 4$ of $3\frac{1}{2}$, en de overeenkomſtige waarden van $y = 1$ of $\frac{1}{2}\sqrt{7}$. Dus zyn 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, of $3\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\sqrt{7}$, $3\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\sqrt{7}$, $3\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\sqrt{7}$, $3\frac{1}{2}$, $3\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{7}$, $3\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{7}$ en $3\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{7}$, de begeerde getallen.

Dat te vinden was.

CXLII.

CXLII VOORSTEL.

Door J. VAN TWISK, *waar mede de* OPGEEVER *en* K. AKER, *overëenkomen.*

$$\begin{aligned} 4 \times 1 &= 4 \\ 7 \times 2 &= 14 \\ 8 \times 4 &= 32 \\ \hline & 50 \\ 6\tfrac{1}{2} \times 1 &= 6\tfrac{1}{2} \\ 6\tfrac{1}{2} \times 2 &= 13 \\ 6\tfrac{1}{2} \times 4 &= 27\tfrac{1}{2} \\ \hline \text{verg.} & \ldots 47\tfrac{1}{2} \\ \hline & 2\tfrac{1}{2} \end{aligned}$$

afgetrokk.

$$\begin{aligned} 6\tfrac{1}{2} \times 400 & \\ 5 \times 400 & \\ \hline \text{afgetr.} & \\ 1\tfrac{1}{2} \times 400 &= 720 \\ 2\tfrac{1}{2} & \end{aligned}$$

Komt *f* 300 de eerste som.
Dus *f* 600 de derde,
en *f* 1200 de laatste som.

CXLIII. VOORSTEL.

Door J. VISSER, J. J. BOUWENS, K. AKER, *en* J. PAUW, *waar mede, met eenige verandering, de* OPGEEVER *en* J. VAN TWISK, *overëenkomen.*

Roed.			Roed.	
85	lang	en	40	breed
12			12	
1020 Voet.		....	480 Voet.	
5)				
in de Langte 204 Boomen		...	96 in de Breedte.	

Boom St.
1 — 5½ — 19584 Boomen?
St. Duc.
105 — 1 — 107712

Komt 1025$\frac{29}{35}$ Ducaaten.

CXLIV. VOORSTEL.

Door J. VAN TWISK, K. AKER, *en den* OPGEEVER.

In de Opgaaf ſtaat: na 6 maanden bedraagt de Interest ¼ van 't Capitaal; maar in MEISZNER's *Roozenkrans* ſtaat: na 6 maanden bedraagt de Interest ¼ van het Capitaal, *plus* 20 Guldens.

Stel

Stel 't getal Guldens $= x$,

Maand		Maanden.
1	$\frac{1}{10}$	6?
1	$\frac{3}{10}$	x
	$\frac{3}{10}x$	
	$\frac{1}{2}x$	
		afgetr.
	$\therefore x = 20$	
		20
	$x = 400$ Guld.	

CXLV. VOORSTEL,

Door den OPGEVER, J. PAUW, K. AKKE, *en* J. VAN TWISK.

Maanden
8
6
9
18
15
45
$\frac{1}{5}$)

Maand.	Perc.	Maand.
12	$6\frac{2}{3}$	9

Komt 5 Winst

100

105 —— 100 —— f 6300?

Stukken 1200 —— f 6000 —— 1 Stuk?

Antw. f 5:– het Stuk Contant.

CXLVI. VOORSTEL.

Door J. PAUW, *waar mede de* OPGEEVER, J. VAN TWISK, *en* K. AEER *overeenkomen.*

Stel den Intrest ten honderd in 't Jaar $= y$,
en het Capitaal $= 4x$;

Zo betaalt hy Inter. van $4x$ over $\frac{1}{2}$ Jaar
van $3x$ over 1 Jaar
van $2x$ over $1\frac{1}{2}$ Jaar
van x over 2 Jaar

$100 - \frac{1}{2}y - 10x$?

$\frac{1}{10}xy$ Inter. $= 200$, en $360y = 4x$

20 4 —— y

$xy = 4000$ $90y^2 = xy$

$xy = 90y^2$

vergel.

$90y^2 = 4000$

10

$9y^2$

$$9y^4 = 400$$

$$3y^2 = 20$$

$$y = 6\tfrac{2}{3}$$ Intr. ten 100 in 't Jaar.

$4x = 360y = f\,2400$ Capitaal.

100 — $3\frac{1}{3}$ —
$f\,2400$ | $f\,80$ Inter. het eerſte
$f\,1800$ | $f\,60$ Inter. het tweede
$f\,1200$ | $f\,40$ Inter. het derde
$f\,600$ | $f\,20$ Inter. het vierde
} half Jaar

CXLVII. VOORSTEL.

Door J. Pauw, J. J. Bouwens, *en* J. van Twisk.

De Oplosſing van dit Voorſtel heeft niets gemeen met Wiskundige naſpoorингen; maar behoort enkel tot zodanige Claſſe van Voorſtellen, als in de *Recréations Mathématiques* van Ozanam en Guyot, in *der Arithmetiſcher Zeitvertreiber* en *Arithmetiſche Ruheſtunden* van J. J. Ressing, en in de *Mathemariſche Vermaakelykheden* van W. van Westen gevonden worden. Derhalven is *Fig.* 56, N. I. en II. genoegzaam ter verklaaring van dit Voorſtel.

CXLVIII.

CXLVIII. VOORSTEL.

Door den OPGEEVER *en* J. VAN TWISK.

Laat de oppervlakte des Kegels met den *Basis* te saamen $=$ V eene standvastige grootheid zyn; noem de middellyn van den *Basis* x; de reden van de middellyn tot den omtrek des cirkels c; dan is de omtrek van den *Basis* cx; en de Inhoud $\frac{1}{4}cxx$; waar uit volgt, dat de Inhoud der bovenste oppervlakte $=$ $V - \frac{1}{4}cxx$: deeze door den halven omtrek van den *Basis* $= \frac{1}{2}cx$ gedeeld, geeft $\frac{2V}{cx} - \frac{1}{2}x$ voor de Lengte der opstaande zyden. De Inhoud nu van een gelykbeenigen Driehoek, die door den As des Kegels gaat, is, volgens het bekende *Theorema* der Driehoeken, $\frac{1}{4}x\sqrt{\left(\frac{16VV}{ccxx} - \frac{8V}{c}\right)}$; deeze laatste uitdrukking door de som der drie zyden deelende, welke $= \frac{4V}{cx}$ is, geeft voor de halve-*Radius* des cirkels, in den gelykbeenigen Driehoek beschreeven, $\frac{1}{4}x \times \sqrt{\left(\frac{16VV}{ccxx} - \frac{8V}{c}\right)} \times \frac{cx}{4V}$ $= \frac{cxx}{16V} \times \left(\frac{16VV}{ccxx} - \frac{8V}{c}\right)^{\frac{1}{2}} = \left(x^2 - \frac{cx^4}{2V}\right)^{\frac{1}{2}}$.

Indien men nu onderstelt, dat deeze gelykbeenige Driehoek met zyn ingeschreeven Cirkel om de loodlyn (dat is de lyn van den tophoek op den *Basis* getrokken) wordt omgevoerd, teelt hy den Kegel, en de ingeschreeven Cirkel den Kloot in den Kegel geplaatst; nu wordt de Inhoud deezes Kloots aldus bepaald:

paald: de middellyn vermeenigvuldigd met e geeft voor den omtrek $c\left(x^2-\frac{ex^4}{2V}\right)^{\frac{1}{2}}$; de Inhoud van den Kloot vindt men $=\frac{1}{6}c\left(x^3-\frac{ex^4}{2V}\right)^{\frac{3}{2}}$: deeze moet een *maximum* zyn.

Hier van is de *Differentiaal*:

$$\frac{1}{4}c\left(x^2-\frac{ex^4}{2V}\right)^{\frac{1}{2}}\times\left(2xdx-\frac{4cx^3dx}{2V}\right)=0$$

$$\text{of } 1-\frac{cx^2}{V}=e$$

$$ex^2=V$$

$$x^2=\frac{V}{e} \text{ of } x=\sqrt{\frac{V}{e}}.$$

Dat is, de middellyn van den *Basis* moet gelyk genomen worden aan den *Quadraat*-wortel uit de Oppervlakte, in reden van de middellyn tot den omtrek van den *Basis* verminderd.

Dat te vinden was.

CXLIX. VOORSTEL.

Door den OPGEEVER.

Stel den halven grooten-As $=a$,
den halven kleinen-As $=b$,
de *Abscisse* $=x$,
de *Applicate* $=y$.

Dan

Dan is door de natuur der *Ellips* $x(2a-x) = \frac{a^2y^2}{b^2}$ (A)

of $x^2 - 2ax = -\frac{a^2y^2}{b^2}$; by beide $+a$ voegende,

zal $xx = 2ax + aa = \frac{a^2b^2 - a^2y^2}{b^2}$; en dus $x - a = \frac{a}{b}\sqrt{bb - yy}$ zyn.

De *Equatie* (A) gedifferentieerd, geeft $2xdx = -\frac{2a^2ydy}{b^2}$; waar uit $dx = -\frac{a^2ydy}{b^2(x-a)} = -\frac{aydy}{b\sqrt{(bb-yy)}}$ (voor $x - a$ deszelfs waarde $\frac{a}{b}\sqrt{(bb-yy)}$ ftellende:) dus is $dx^2 = \frac{aayydy^2}{b^2(b^2-y^2)}$; en $dx^2 + dy^2 = dz$ (= de Differentiaal der Boogs) $= dy^2 \times \left(1 + \frac{aayy}{b^2(bb-yy)}\right)$, en $dz = dy = \sqrt{\left(1 + \frac{aayy}{bb(bb-yy)}\right)}$.

Brengt nu $\frac{aayy}{bb(bb-yy)}$ door diviſie tot eene oneindige *Series*, aldus:

$$b^4 - b^2y^2 \Big\{ a^2y^2 \Big\{ \frac{a^2y^2}{b^4} + \frac{a^4y^4}{b^6} + \frac{a^6y^6}{b^8}$$

+ enz. *ad infin.*

$$a^2y^2 - \frac{a^4y^4}{b^4}$$

$$+ \frac{a^4y^4}{b^4}$$

$$+ \frac{a^4y^4}{b^4} - \frac{a^6y^6}{b^6}$$

$$+ \frac{a^6y^6}{b^6}$$

Hier door verkrygt men $dz = dy \times \sqrt{\left(1 + \frac{a^6y^6}{b^6} + \frac{a^4y^4}{b^6} + \frac{a^2y^6}{b^8} + \text{enz.}\right)}$.

Om nu den *Quadraat*-wortel uit dit *Multinomium* te trekken, zo ftel dezelve aan deeze Reeks $1 + Ay^2 + By^4 + Cy^6 + Dy^8 + Ey^{10} + \text{enz.}$ gelyk te zyn. Deeze *Reeks* tot het *Quadraat* gebragt zynde, heeft men

$$1 + 2Ay^2 + 2By^4 + 2Cy^6 + 2Dy^8 + 2Ey^{10} + \text{enz.}$$
$$A^2y^4 + 2ABy^6 + 2ACy^8 + 2ADy^{10} + \text{enz.}$$
$$+ B^2y^8 + 2BCy^{10} + \text{enz.}$$
$$\text{enz.}$$

Welke Reeks gelyk moet zyn aan de voorgeftelde: vergelykende dan de *Coefficienten* van de gelyke afmeetingen, heeft men

$2A =$

$$2A = \frac{a^2}{b^4} \text{ hier uit } A = \frac{a^2}{2b^4}.$$

$$2B + A^2 = \frac{a^3}{b^6} \qquad B = \frac{a^3}{2b^6} - \frac{a^4}{8b^8}.$$

$$2C + 2AB = \frac{a^4}{b^8} \qquad C = \frac{a^4}{2b^8} - \frac{a^6}{4b^{10}} + \frac{a^8}{16b^{12}}.$$

$$2D + 2AC + B^2 = \frac{a^5}{b^{10}} \quad D = \frac{a^5}{2b^{10}} - \frac{3a^6}{8b^{12}} + \frac{3a^7}{16b^{14}} - \frac{5a^8}{128b^{16}}.$$

enz. enz.

Derhalven is $dz = dy$

$$+ \frac{a^2}{2b^4} y^4 dy$$

$$+ \left(\frac{a^3}{2b^6} - \frac{a^4}{8b^8}\right) y^4 dy$$

$$+ \left(\frac{a^4}{2b^8} - \frac{a^6}{4b^{10}} + \frac{a^8}{16b^{12}}\right) y^6 dy$$

$$+ \left(\frac{a^5}{2b^{10}} - \frac{3a^6}{8b^{12}} + \frac{3a^7}{16b^{14}} - \frac{5a^8}{128b^{16}}\right) (y^8 dy$$

enz.

En hier van de *Integraal* neemende, verkrygt men:

$$z = y + \frac{a^2}{2b^4} \times \frac{y^3}{3}$$

$$+\left(\frac{a^3}{2b^6}-\frac{a^4}{8b^8}\right)+\frac{y^5}{5}$$
$$+\left(\frac{a^3}{2b^8}-\frac{a^4}{4b^{10}}+\frac{a^5}{16b^{12}}\right)\times\frac{y^7}{7}$$
$$+\left(\frac{a^3}{2b^{10}}-\frac{3a^4}{8b^{12}}+\frac{3a^5}{16b^{14}}-\frac{5a^6}{128b^{16}}\right)\times\frac{y^9}{9}$$

enz. ad infinitum.

Dat te vinden was.

GEVOLG.

Indien $a = b = 1$ geſteld wordt, verkrygt men:

$$z = y+\frac{y^3}{2\cdot3}+\frac{3y^5}{2\cdot4\cdot5}+\frac{3\cdot5\cdot y^7}{2.4.6.7}+\frac{3\cdot5\cdot7y^9}{2.4.6.8.9}$$
$+$ enz., zynde de bekende oneindige *Séries* voor de waarde eens Cirkelboogs, waar van de *Radius* $= 1$ is.

CL. VOORSTEL.

Door den OPGEEVER *en* J. VAN TWISK.

De deelers, waar in de voorgeſtelde grootheid kan ontleedigd worden, zyn 1°. a^m, b^n en c^p: 2°. De eerſte wordt in $1, a, a^2, a^3$ enz., tot m *Termen* ingeſlooten, ontleedigd; de tweede in b, b^2, b^3 enz. tot n *Termen*; de derde in c, c^2, c^3 enz. tot p *Termen*. Nu is het aantal der *Termen* in de eerſte Reeks $m+1$; dat is a^m heeft $m+1$ deelers.

Alle

Alle de deelers van a^m moeten met alle de deelers van b^n, welke n in getal zyn, vermenigvuldigd worden: dit zal $(m+1) \times n$ deelers geeven: hier by moeten de voorgaande $m+1$ gevoegd worden; dat $(m+1)n + m + 1 = (m+1) \times (n+1)$ deelers, welke in $a^m b^n$ gevonden worden, geeven zal.

De deelers nu, welke in $a^m b^n$ gevonden worden, moeten met elk der deelers van c^p vermeenigvuldigd worden, hetwelk een aantal van $(m+1)(n+1) \times p$ deelers geeft, by welke de voorgaande $(m+1) \times (n+1)$ gevoegd zynde, voor het getal der deelers in $a^m b^n c^p$ geeft $(m+1) \times (n+1) \times (p+1)$.

Dat te bewyzen was.

GEVOLGEN.

Hier uit volgt dat,

1°. Indien $m = n = p$ is; dat het getal der deelers in $a^m b^n c^p$ enz. $=$ is aan $(m+1)^3$.

2°. Indien $m = n = p = 1$ is, dat het getal der deelers in $abc = 2^3 = 8$.

3°. Hier uit volgt, hoe men het aantal der deelers van een getal, hetzelve in zyne eerste deelers ontleedigd hebbende, bepaalen kan. By voorbeeld, om het aantal der deelers in 4620 te vinden, ontleedigt men het getal in deszelfs eerste deelers $2^2 \times 3 \times 5 \times 7 \times 11$, en dan is het getal der deelers $3 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 48$; zo veele deelers heeft het getal 4620, welke alle door den gewoonen Regel kunnen gevonden worden.

CLI. VOORSTEL.

Door J. VAN TWISK, *waar mede de* OPGEVER *overeenkomt.*

Laat $\sqrt{(2+\sqrt{(2+\sqrt{(2+\sqrt{(2+}}$ enz. *ad inf.* $= x$ zyn.

$$\frac{\sqrt{(2+\sqrt{(2+\sqrt{(2+\sqrt{(2+}}\text{ enz. ad inf.}}{\sqrt{(2+\sqrt{(2+\sqrt{(2+\sqrt{(2+}}\text{ enz. ad inf.}} = x^2$$

of $\sqrt{(2+\sqrt{(2+\sqrt{(2+}}$ enz. *ad inf.* $= x^2 - 2$

Maar $\sqrt{(2+\sqrt{(2+\sqrt{(2+}}$ enz. *ad inf.* $= x$

vergel.

$$x^2 - 2 = x$$

of $x^2 - x = 2$

$$\tfrac{1}{4} = \tfrac{1}{4}$$

verg.

$$x^2 - x + \tfrac{1}{4} = 2\tfrac{1}{4}$$

$$\sqrt{\quad}$$

$$x - \tfrac{1}{2} = 2\tfrac{1}{2}$$

$$x = 2$$

Derh. $\sqrt{(2+\sqrt{(2+\sqrt{(2+\sqrt{(2+}}$ enz. *ad inf.* $= 2$.

Q. E. D.

CLII.

CLII. VOORSTEL.

Door de OPGERVERS.

Stel de *Sinussen* der begeerde Boogen $= x$ en y.

Dan zyn hunne *Tangenten* $= \frac{x}{\sqrt{1-xx}}$ en $\frac{y}{\sqrt{1-yy}}$

Derhalven $x : y :: p : q$

$qx = py$ en $y = \frac{qx}{p}$

$qqxx = ppyy$

$qqssxx = ppssyy$

Wederom $\frac{x}{\sqrt{1-xx}} : \frac{y}{\sqrt{1-yy}} :: r : s$ } ged.

$x : y :: p : q$

$\sqrt{1-xx} : \sqrt{1-yy} :: \frac{p}{r} : \frac{q}{s}$

Dat is $\sqrt{1-xx} : \sqrt{1-yy} :: ps : qr$

$1-xx : 1-yy :: ppss : qqrr$

$qqrr - qqrrxx = ppss - ppssyy$

$qqrrxx = qqrr - ppss + ppssyy$ } afgetr.
$qqssxx = \ldots\ldots\ldots ppssxx$ } bov gev.

$$qq\,ss\,xx - qq\,rr\,xx = pp\,ss - qq\,rr$$

$$xx = \frac{1}{qq} \times \frac{pp\,ss - qq\,rr}{ss - rr}$$

$$x = \sqrt{\frac{1}{qq} \times \frac{pp\,ss - qq\,rr}{ss - rr}}$$

Dus zyn de *Sinussen* $= x = \frac{1}{q} \times \sqrt{\frac{pp\,ss - qq\,rr}{ss - rr}}$

$$\text{en } y = \frac{qx}{p} = \frac{1}{p} \times \sqrt{\frac{pp\,ss - qq\,rr}{ss - rr}}.$$

Gegeeven zynde $p = 2$, $q = 3$, $r = 3$, en $s = 5$;

Dan is $x = \frac{1}{3} \times \sqrt{\frac{4 \times 25 - 9 \times 9}{25 - 9}} = 0.36324$,

en $y = \frac{2}{3} \times \sqrt{\frac{4 \times 25 - 9 \times 9}{25 - 9}} = 0.54486$.

Zynde de *Sinussen* van 21° 18', en 33° 1'.

CLIII. VOORSTEL.

Door den OPPERVER, J. PAUW, A. ROOS, K. AKER, J. VAN TWIST, P. BRECHT, S. GRAAF, *en* J. VISSER.

Lees in den op één na laatsten regel van dit Voorstel, in plaats van 14 Weeken, 54 Weeken:

Dan hadt hy overgewonnen $28 - 3x$

en verteerd $36 + 11x$

verg.

$$64 + 8x = 40x$$

$$32x = 64$$

$$32$$

$x = 2$ Ryksd. of 5 Gl. 's Weeks verdiend.

CLIV. VOORSTEL.

Door J. PAUW, *waar mede de* OPGEEVER, J. VAN TWISK, S. GRAAF, K. AKER, A. ROOS, *en* J. VISSER *overeenkomen.*

6 generaale Teller, waar in alle de Tellers deezer Breuken gedeeld kunnen worden.

1/8	8
1/10	10
1/15	15
1/18	18

51 — 102 — ℔ { 8 | 16 ℔ de eerste, 10 | 20 ℔ de tweede, 15 | 30 ℔ de derde, 18 | 36 ℔ de vierde Kaas.

CLV. VOORSTEL.

Door J. VAN TWISK, *den* OPGEEVER, S. GRAAF, K. AKER, J. PAUW, *en* P. BRECHT.

Stel de waarde van ieder stuk Goudgeld = x Guld., en van ieder stuk Zilvergeld = y Guld.

Dan

Dan is $9x = 15y$, en $12x - 12y = 25\frac{1}{2}$

3 | $3x = 5y$ | 4 | $3x - 3y = 6\frac{3}{8}$

$3x = 5y$

$2y = 6\frac{3}{8}$

2 | $y = 3\frac{1}{16}$ Guld. ieder stuk Zilver,

en $x = \frac{5y}{3} = 5\frac{1}{16}$ Guld. ieder stuk Goud.

Dus zyn in 't eene Zakje 12 Ducaaten of 63 Guld.
en in 't ander Zakje 12 Ducatons of 37 Guld. 16 St.

CLVI. VOORSTEL.

Door J. VAN TWISK, K. ÅKER, *en den* OPGEVER.

N°. 1.	100 Daalders	à 30 Stuiv.	*f* 150
N°. 2.	100 Gguld.	à 28 Stuiv.	*f* 140
N°. 3.	100 Guldens		*f* 100
			f 390

3 | Dus de waarde van elk Zakje *f* 130

Stel nu dat in ieder Zak gaan x Daald., y Ggl., en z Guldens.

Dan is $x+y+z=100$, en $1\frac{1}{2}x+1\frac{2}{7}y+z=130$

15 | 10

$15x+15y+15z=1500$ $15x+14y+10z=1300$

$15x+14y+10z=1300$

$y+$

$$y + 5z = 200$$

$$5z = 200 - y$$

$$5$$

$$z = 40 - \frac{y}{5}$$, derh. moet y door 5 deelbaar zyn;

Wederom $x + y + z = 100$ | 10

$10x + 10y + 10z = 1000$
$15x + 14y + 10z = 1300$ } afgetr.

$$5x + 4y \ldots = 300$$

$$5x = 300 - 4y$$

$$5$$

$$x = 60 - \frac{4y}{5}$$

Uit deeze bepaalingen blykt, dat y op 't kleinst $= 5$, en op 't grootst $= 70$ kan zyn; en dus zyn op dit Voorſtel $\frac{70}{5} = 14$ Antwoorden:

Neemende nu

$y = 5, 10, 15, 20, 25, 30,$ *enz.* tot 70;

Dan is $x = 56, 52, 48, 44, 40, 36,$ *enz.* tot 4;

en $z = 39, 38, 37, 36, 35, 34,$ *enz.* tot 26.

CLVII. VOORSTEL.

Door J. PAUW, J. VAN TWISK, K. AKER, *en den* OPGEEVER.

10~~0~~ — 11~~0~~

100000~~000~~ — 21435881 — *f* 1~~000~~

Komt *f* 2143 : 11 : 12 Lyfr. Capt. en Inter.
f 1000 : — : — 't Capitaal.
afgetr.
f 1143 : 11 : 12 Lyfr. die de Erfgenaamen kunnen trekken.

100 — 103

100000000000000~~000~~ — 1266770081387616 1 — *f* 1~~000~~

Komt *f* 1266 : 15 : 6 Capt. en Inter.
f 1143 : 11 : 12 de Lyfrenten.
afgetr.
Rest *f* 123 : 3 : 10 welke het Comptoir 'er voordeel by gehad heeft.

CLVIII. VOORSTEL.

Door K. AKER, *waar mede* J. PAUW *en* J. VAN TWISK *overeenkomen.*

Diam. 2

14 — 11 — 4? Kt. $\frac{22}{7}$ bovenvlak.

Diam.

Diam. $1\frac{1}{2}$

$14 - 11 - 2\frac{1}{4}$? Kt. $\frac{30}{36}$ ondervlak.

verm.

$\frac{1089}{196}$

$\frac{33}{14}$ middenvlak.

$\frac{22}{7}$ bovenvlak.

$\frac{99}{36}$ ondervlak.

verg.

$\frac{497}{36}$

$\frac{5}{6}$ de $\frac{1}{3}$ hoogte.

verm.

$\frac{1035}{336}$ Inh. van de Mand A.

Op gelyke wyze vindt men voor den Inhoud van de Mand B $\frac{671}{36}$,

en voor den Inhoud van de Mand C $\frac{1001}{48}$.

Derhalven

Stuiv.

$\frac{1035}{336} - 30 - \begin{cases} \frac{671}{36}? \text{ Kt. } f2 : 19 : 6 \text{ de Mand B.} \\ \frac{1001}{48}? \text{ Kt. } f5 : 3 : 5 \text{ de Mand C.} \end{cases}$

CLIX. VOORSTEL.

Door den OPGEEVER, J. VAN TWISK, *en* J. J. BOUWENS.

Onderstel de Vraag opgelost te zyn; noem $AB = a$, $BC = b$, $BE = x$: dan is $CE = b - x$, en om de gelykvormigheid der Driehoeken ABC en CDE is

BC : CE :: AB : DE

of $b : b - x :: a : DE = \frac{a(b-x)}{b}$.

Nu is de Inhoud des Driehoeks BDE $= \frac{1}{2}$ BE × DE $= \frac{abx - axx}{2b}$: deeze moet een grootſte zyn.

Deszelfs *differentiaal* $\frac{abdx - 2axdx}{4bb} =$ o ſtellende,

Verkrygt men $b = 2x$,

of $x = \frac{1}{2}b$.

Deel derhalven BC in E midden door, trek DE rechthoekig door BC, welke de *Hypothenuſa* in D ſnydt; trek eindelyk de lyn BD; dan is BDE de begeerde Driehoek, die de grootſte is.

Dat te vinden was.

CLX. VOORSTEL.

Door de OPGEVERS.

Stel de geheele Nalaatenſchap $= z$ Guldens,

Dan is het deel des Oudſten $= \frac{z}{a} + b$ . . . ſtel $= x$

des Tweeden $= \frac{z-x}{a} + b + c$ ſtel $= x + y$

des

des Derden $= \frac{z-\overline{2x+y}}{a} + b + 2c + d$, ſtel $= x + 2y$

des Vierden $= \frac{z-\overline{3x+3y}}{a} + b + 3c + 3d$, ſtel $= x + 3y$.

des Vyfden $= \frac{z-\overline{4x+6y}}{a} + b + 4c + 6d$, ſtel $= x + 4y$

en zo vervolgens.

Indien wy nu iedere Vergelyking van zyn volgende ſubſtraheeren, dan rest 'er.

$$-\frac{x}{a} + c = y$$

$$-\frac{x-y}{a} + c + d = y$$

$$-\frac{x+y}{a} + c + 2d = y$$

$$-\frac{x+2y}{a} + c + 3d = y, \text{ enz.}$$

Subſtraheerende van deze weder iedere Vergelyking van zyn volgende.

Zo heeft men $-\frac{y}{a} + d = o$

$$-\frac{y}{a} + d = o$$

$$-\frac{y}{a}+d=0, \text{ enz.}$$

derh. $-\frac{y}{a}+d=0$

$$\frac{y}{a}=d$$

$$y=a\,d$$

Maar $-\frac{x}{a}+c=y$

derh. $-\frac{x}{a}+c=a\,d$

$$\frac{x}{a}=c-a\,d$$

$$x=ac-a\,a\,d$$

Wederom $\frac{z}{a}+b=x$

derh. $\frac{z}{a}+b=ac-a\,a\,d$

$$\frac{z}{a} = -b + ac - aad$$

$$a$$

En $z = -ab + aac - a^3 d$, de gehcele Naaatenſchap.

En hun Erfportiès zyn $x = ac - aad$

$$x + y = ac + ad - aad$$

$$x + 2y = ac + 2ad - aad, \text{ enz.}$$

Stel nu de menigte Kinderen $= n$.

Dan is $x + \overline{x+y} + \overline{x+2y}$ + &c. tot n *Termen* $= z$.

Maar $x + \overline{x+y} + \overline{x+2y}$ + &c. tot n *Termen* $= nx + \left(\frac{n \times \overline{n-1}}{2} \times y\right.$

derh. $nx + \frac{n \times \overline{n-1}}{2} \times y = z$

of $\frac{1}{2}yn\,n + \overline{x - \frac{1}{2}y} \times n = z$

$$2y$$

$$yynn + 2\overline{x-y} \times yn = 2yz$$

$$\overline{x - \frac{1}{2}y}^2 = \overline{x - \frac{1}{2}y}^2$$

$$yynn + 2\overline{x-y} \times yn + \overline{x - \frac{1}{2}y}^2 = \overline{x - \frac{1}{2}y}^2 + 2yz$$

$$yz+\overline{x-\tfrac{1}{2}y}=\sqrt{\overline{x-\tfrac{1}{2}y}^{2}+2yz}$$

$$yz=-\overline{x-\tfrac{1}{2}y}+\sqrt{\overline{x-\tfrac{1}{2}y}^{2}+2yz}$$

$$z=\frac{-\overline{x-\tfrac{1}{2}y}+\sqrt{\overline{x-\tfrac{1}{2}y}^{2}+2yz}}{y}$$

Gegeeven $a=20$, $b=4600$, $c=1500$, en $d=50$.

dan is $z=-20\times 4600+400\times 1500-8000\times 50=$ 1080000 Guldens.

Ieders aandeel $x=20\times 1500-400\times 50\ldots\ldots=$ 10000 *Guldens*.

$x+y=20\times 1500+20\times 50-400\times 50=$ 11000 Guldens.

$x+2y=20\times 1500+40\times 50-400\times 50=$ 12000 Guldens, *enz.*

En de meenigte der Kinderen

$$n=\frac{-9500+\sqrt{9500^{2}+2000\times 1080000}}{1000}=8.$$

CLXI. VOORSTEL. Fig. 58.

Door de OPGEEVERS.

Laat de Voerstraalen $MF=a$, $NF=b$, de Peen $MN=c$, en de *Parameter* $=p$ zyn; trek de *Ordinaten* MP, NQ, en MR *parallel* den As des *Paraboli*.

Dan

Dan is $AP = MF = \frac{1}{4}p = a - \frac{1}{4}p$
$AQ = NF = \frac{1}{4}p = b - \frac{1}{4}p.$

Hierdoor $MR = PQ = AQ - AP = b - a.$

Nu is $MP = p \times AP = p \times a - \frac{1}{4}p$ / $MP = QR = \sqrt{a - \frac{1}{4}p \times p}$

$NQ = p \times AQ = p \times \overline{b - \frac{1}{4}p}$ / $NQ = \sqrt{b - \frac{1}{4}p \times p}$

Gevolglyk $NR = NQ - QR = \sqrt{b - \frac{1}{4}p \times p} - \sqrt{a - \frac{1}{4}p \times p}$

$$\overline{NR}^2 = bp + ap - \tfrac{1}{2}pp - 2p\sqrt{b - \tfrac{1}{4}p \times a - \tfrac{1}{4}p}$$

Nu is door de eigenschap der rechthoekige Driehoeken

$$\overline{MN}^2 = \overline{MR}^2 + \overline{NR}^2$$

dat is $cc = \overline{b-a}^2 + b + a - 2\sqrt{b - \frac{1}{4}p \times a - \frac{1}{4}p} - \frac{1}{2}pp$

$$\tfrac{1}{2}pp - \overline{b+a} \times p + cc - \overline{b-a}^2 = -2p\sqrt{b - \tfrac{1}{4}p \times a - \tfrac{1}{4}p}$$

Stel $cc - \overline{b-a}^2 = dd$ / $\frac{1}{2}pp - \overline{b+a} \times p + dd = -2p\sqrt{b - \frac{1}{4}p \times a - \frac{1}{4}p}$

$$\tfrac{1}{2}p^4 - \overline{b+a} \times p^3 + \overline{\overline{b-a}^2 + dd} \times pp - \overline{b+a} \times 2ddp + \left(d^4 = 4abpp - \overline{b+a} \times p^3 + \tfrac{1}{4}p^4 \right.$$

$$\overline{\overline{b-a}^2 + dd} \times pp - \overline{b+a} \times 2ddp = -d^4$$

Maar $\overline{b-a}^2 + dd = cc$

derh. $cc\,pp - \overline{b+a} \times 2ddp = -d^4$

$$pp - \frac{\overline{b+a} \times 2dd}{cc} \times p = -\frac{d^4}{cc}$$

$$\frac{\overline{\overline{b+a} \times dd}^2}{cc} - \frac{\overline{b+a}^2 \times d^4}{c^4}$$

$$pp - \frac{\overline{b+a} \times 2dd}{cc} \times p + \frac{\overline{\overline{b+a} \times dd}^2}{cc} = -\frac{d^4}{c^4} \times \overline{b+a}^2 - cc$$

$$p - \frac{\overline{b+a} \times dd}{cc} = \frac{dd}{cc} \times \sqrt{\overline{b+a}^2 - cc}$$

$$p = \frac{dd}{cc} \times \overline{b+a} + \sqrt{\overline{b+a}^2 - cc}, \text{ de begeerde}$$

Waarde des *Parameters.*

Wy zouden hier by kunnen voegen, hoe hetzelve Geometrisch te conſtrueeren, dan dewyl dit by MAUDUIT, *Inleiding tot de Kegelſneeden*, geleerd wordt, dunkt ons zulks hier overtollig te zyn.

CLXII.

CLXII. VOORSTEL. Fig. 59.

Door de OBGEEVERS.

Laat FGHI de vlakke doorsneede der Kuip, in C het stuk Geld, en KBL de bovenkant van het water zyn.

Dan is AB de invallende, en BC de gebrooken straal.

Nu is GF : Rad. :: GH : Tang. ∠GFH,
of 16 : 100000 :: 48 : Tang. ∠GFH.

Komt Tang. ∠GFH = 250000

Dus de hoek der invalling ∠GFH = ∠EBH = ∠ABD = 68° 12'.

Wederom 4 : 3 :: Sin. ∠ABD : Sin. ∠CBE,
of 4 : 3 :: 92849 : Sin. ∠CBE.

Komt Sin. ∠CBE = 69637.

Dus de hoek der breeking ∠CBE = 44° 8'.

Eindelyk is *Tang.* ∠EBH — *Tang.* ∠EBC : GH :: (*Rad.* : BE,
250000 — 97020 : 20 :: (100000 : BE.

Komt BE = 13 duim, na genoeg, de hoogte des Waters.

CLXIII.

CLXIII. VOORSTEL.

Door den OPGEVER, *waar mede* J. VAN TWISK, J. PAUW, J. J. BOUWENS, K. AKER, *en* S. GRAAF *overeenkomen.*

Dewyl $17x^2+1=\square$ moet zyn, zo ftel den Wortel $=ax+1$.

Dan is $17x^2+1=a^2x^2+2ax+1$

Of $\overline{17-a^2}.x^2=2ax$

$\overline{17-a^2}.x=2a$

$x=\frac{2a}{17-a^2}$

Neemende nu $a=4$, dan is $x=8$ het begeerde.

CLXIV.

CLXIV. VOORSTEL.

Door J. VAN TWISK, *en den* OPGEEVER.

Volgens het Voorſtel zo is

$B \times C = 24231$ } 1, 3, 41, 123, 197, 591, 8077 &c

$C \times D = 106641$ } 1, 3, 9, 17, 41, 51, 123, 153, 289, (369, 697, 867 &c.

$D \times E = 75429$ } 1, 3, 9, 17, 29, 51, 87, 261, 289, (493, 867 &c.

Uit deeze gevondene Deelers is zeer ligt te zien, dat $C = 123$ is.

Dan is $B = 197$
$D = 867$
$E = 87$
verg.
$B+C+D+E = 1274.$

CLXV. VOORSTEL.

Door J. VAN TWISK, J. PAUW, K. AKER, J. J. BOUWENS, *den* OPGEEVER, *en een* ONGENOEMDEN.

Stel den *Baſis* $= x$,
dan is de *Cathetus* $= 11 - x$,
en de *Hypothenuſa* $= \sqrt{121 - 22x + 2xx}$.

Stel

Stel $\sqrt{121-22x+2xx} = 11-px$

$121-22x+2xx = 121-22px+ppxx$

$$x = \frac{22\times p-1}{pp-2}$$

$$\text{en } 11-x = \frac{11p.p-2}{pp-2}$$

Nu kan men p neemen naar believen; alleen met deeze bepaaling, dat p grooter dan 2 zy: want anders wordt $11-x = 0$ of *negatief*.

Neemt men $p = 3$.

$$\text{Dan is } x = \left(\frac{22\times 2}{9-2} = \right) 4\tfrac{4}{7},$$

$$\text{en } 11-x = 6\tfrac{3}{7},$$

$$\text{en } 11-px = 5\tfrac{5}{7}.$$

CLXV. VOORSTEL.

Door J. VAN TWISK, *den* OPTERVER, A. ROOS, K. AKER, J. J. BOUWENS, *en* J. PAUW.

Stel den *Basis* $= x$,

dan is de *Hypothenuse* $= 11-x$,

en $\sqrt{11-x^2+x^2} = 121-22x$ moet een *rationaal Quadraat* zyn.

Stel

Stel $121 - 22x = pp$

$$22x = 121 - pp$$

$$x = \frac{121 - pp}{22}$$

Nu kan men p neemen naar believen, alleen met deeze bepaaling, dat

$$\sqrt{pp} \text{ kleinder zy dan } 121$$

p kleinder dan 11.

Neem $p = 10$, dan is $x = \frac{121 - 100}{22} = \frac{21}{22}$

en $11 - x = \frac{221}{22}$

Neem $p = 9$, dan is $x = \frac{121 - 81}{22} = \frac{40}{22}$,

en $11 - x = \frac{202}{22}$; en zo ver-

volgens; en als men voor p gebrooken getallen neemt, dan vindt men oneindig veel Antwoorden.

CLXVII.

CLXVII. VOORSTEL. *Fig. 66.*

Door den OPGEEVER, S. GRAAF, J. J. BOUWENS, K. AKER, en J. VAN TWISK.

AC 18 't □ is 324
AE 9 't □ is 81

CE² = 243

CE = √243 of 3√27

DE √27 't □ is 27
DH = 9 't □ is 81

HE² = 54

HE = √54

HG = 2√54

of √216 = IK
of LM
voor 't begeerde.

CLXVIII.

CLXVIII. VOORSTEL.

Door J. VAN TWISK, *den* OPGEEVER, J. PAUW, J. J. BOUWENS, K. AKER, S. GRAAF, *en* P. BREGHT.

De Emmer is boven wyd 14 Duim.
onder 9
126
14 = 196
9 = 81
403
□ *Diam.* Inh. 4 de ⅞ hoogte.
14 — 11 — 1612
Komt 1266½ Inh. van den Emmer.

CLXIX. VOORSTEL. *Fig.* 61.

Door J. VAN TWISK, *den* OPGEEVER, en J. J. BOUWENS.

Laat AB de boven, en CD de onderſte *Diameter*, AC, BD de ſchuine, en LC, GD de *perpendiculaire* hoogte zyn. Neem in CL (= DG) CK = DH = 10 Duim, en trek door KH den *Diameter* EF. Nu is

$$AB = 14$$
$$CD = 9$$
$$\overline{AL + GB = 5} \text{ afgetr.}$$
$$2\overline{GB = AL = 2\tfrac{1}{2}}.$$

Nu is DG : BG :: DH : HF
of $12 : 2\tfrac{1}{2} :: 10 : HF$

$$HF = 2\tfrac{1}{12}.$$

Dus ook $EK = 2\tfrac{1}{12}$

$$KH = 9$$
$$\overline{EF = 13\tfrac{1}{6}} \text{ verg.}$$
$$CD = 9$$
$$118\tfrac{1}{2}$$
$$\overline{CD}^2 = 81$$
$$\overline{EF}^2 = \tfrac{6241}{36}$$
$$\overline{} \text{ verg.}$$
$$\tfrac{13423}{36}$$

de $\tfrac{1}{3}$ hoogte $\tfrac{10}{3}$

$$\overline{} \text{ verm.}$$
$$14 - 11 - \tfrac{67115}{54}$$

Cub. D. Drag. Grein.
$$1 - 5 : 20 - 976\tfrac{429}{756}$$

Komt 40 ℔ 11 Oncen 0 Drachm. $13\tfrac{23}{189}$ Grein.

Nota. Een Pond is 16 Oncen, een Once is 8 Drachm., een Drachma 60 Greinen.

CLXX. VOORSTEL. *Fig.* 62.

Door J. PAUW, J. VAN TWISK, S. GRAAF, *den* OPGREVER, A. ROOS, J. J. BOUWENS, *en* K. AKER.

De Driehoek rechthoekig zynde, staat BD tot DC als AD tot BD.

Dus DC × AD = □ BD.

Hier uit volgt deeze bewerking.

DC 64 } mult.
AD 36 }

□ BD = 2304

$\sqrt{}$

BD = 48 de Mylen die het Schip B gezeild heeft.

CLXXI. VOORSTEL.

Door den OPGREVER, J. VAN TWISK, *en* J. J. BOUWENS.

De Bak is lang $2\frac{1}{2}$ Voet,
breed $1\frac{1}{2}$

$1\frac{5}{4}$

hoog 1 Voet.

$\frac{11}{14}$

de *Cubic*-Voet is 1728 Duim,

Komt 6180 *Cubic*-Duimen, Inhoud van de Bak, en zo veel kogels van een Duim *Diameter* gaan 'er ook in de Bak.

□ *Diam.* Inhoud □ *Diam.*

14 : 11 :: 1

1 : $\frac{11}{14}$ :: 6180 kogels.

Komt voor den Inhoud van alle de Kogels 5391$\frac{3}{7}$.

de Inhoud van den *Bak* 6480

Rest voor de ledige Ruimte 1388$\frac{4}{7}$ *Cubic*-Duimen.

CLXXII. VOORSTEL.

Door den OPGEEVER, *en* J. VAN TWISK.

De gegeevene Vergelykingen zyn

$$x^{x+y} = y^{n}, \text{ en } y^{x+y} = x^{m}$$

$$\sqrt[n]{x^{x+y}} = y \qquad \sqrt[x+y]{y^{x+y}} = x$$

$$x^{\frac{x+y}{n}} = y \qquad y = x^{\frac{m}{x+y}}$$

Der-

Derhalven is door vergelyking der *Exponenten*

$$\frac{x+y}{n} = \frac{m}{x+y}$$

Dus $\sqrt{x+y}^{2} = mn$

$x+y = \sqrt{mn}$, ſtel dit $= p$;

dan is $y = x^{\frac{p}{n}}$, $y = x^{\frac{p}{n}}$, en $x^{x+y} = x^{x+x}$.

Maar $x^{x+y} = y^{n}$ zynde, hebben wy andermaal door vergelyking der *Exponenten*.

$$x+x^{\frac{p}{n}} = p.$$

Stel nu $x = z^{n}$; dan hebben wy

$z^{n} + z^{p} = p$, eene Vergelykinge, waar door de waarde van z, en dus ook al het overige, bekend wordt.

Laat, by voorbeeld, $m = 12$, $n = 3$ zyn; dan is $\sqrt{mn} = p = 6$, en dus de Vergelykinge

$$z^{6} + z^{3} = 6$$

Waar uit $z^{3} = 2 = z^{n} = x$.

Derhalven $y = x^{\frac{p}{n}} = x^{2} = 4$.

CLXXIII. VOORSTEL.

Door J. VAN TWISK, J. VISSER, *den* OPGEVER, J. PAUW, K. AKER, *en* A. ROOS.

Stel de *Termen* der *Harmoniſche Progreſſie* $= x$, y en z.

Dan is door 't voorſtel

$$x + y + z = 69 \qquad xy = 280$$

$$y = \frac{280}{x} \qquad x = \frac{280}{y}$$

$$x + z = \frac{69x - 280}{x}$$

$$z = \frac{69x - xx - 280}{x}$$

En door de natuur der *Harmoniſche Progreſſie* is

$$x : z :: y - x : z - y$$

$$zx - xy = yz - xz$$

$$2xz - yz = xy = 280$$

$$2xxz - xyz = 280x$$

$$xyz = 280z$$

Dus

Dus $2xxz - 280z = 280x$.

$$z = \frac{280x}{2xx - 280} = \frac{140x}{xx - 140};$$

Nu is $\frac{140x}{xx-140} = \frac{69x - xx - 285}{x}$

$$140xx = -x^4 + 69x^3 - 140xx - 9660x + 39200$$

$$x^4 - 69x^3 + 280xx + 9660x - 39200 = 0$$

Neem $x = 1$	29328	1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 13, 16, &c.	— 13
$x = 0$	39200	1, 2, 4, 5, 7, 8, 10, 14, 16, 20, &c.	— 14
$= -1$	48510	1, 2, 3, 5, 6, 9, 10, 15, 18, &c.	— 15
$= -2$	50832	1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 16, &c.	— 16
$= -3$	63716	1, 2, 4 17, &c.	— 17

$x = 14$

$$x^4 - 69x^3 + 280xx + 9660x - 39200 = 0$$

$$x^3 - 55x^2 - 490x + 2800 = 0$$

Derh. $x - 14 = 0$

$$x = 14$$

$$y = \left(\frac{280}{14} =\right) 20$$

$$z = (69 - 14 - 20 =) 35$$

CLXXIV. VOORSTEL. *Fig.* 63.

Door den OPGEEVER, K. AKER, J. VISSER, J. J. BOUWENS, J. VAN TWISK, J. PAUW, S. GRAAF, P. BRECHT, *en* A. ROOS.

Volgens 't Voorſtel zoo is

$$AC : AB :: 8 : 15$$

Dividendo $AB - AC : AB :: 7 : 15$

$$AB - AC = \tfrac{7}{15} AB.$$

Ook is $\dfrac{\frac{AB \times AC}{AB - AC}}{15} = 34\tfrac{2}{7}$

$$\frac{\frac{AB \times AC}{\frac{7}{15} AB}}{15} = 34\tfrac{2}{7}$$

$$AC = 16$$

$$AB = \left(\frac{15}{8} \times 16 = \right) 30$$

$$BC = \left(\sqrt{30^2 + 16^2} = \right) 34.$$

CLXXV.

CLXXV. VOORSTEL.

Door J. VAN TWISK, *den* OPGEEVER, P. BRECHT, J. VISSER, A. ROOS, S. GRAAF, K. AKER, *en* J. PAUW.

Stel de eerste Letter $= x$.

dan is de tweede Letter $= x+2$.

Nu is $xx+x \backsim \frac{xx+5x+6}{2} = \frac{xx+\overline{x+2}|^2}{5}$

of $\frac{-xx+3x+6}{2} = \frac{2xx+4x+4}{5}$

$-5xx+15x+30 = 4xx+8x+8$ 10

$9xx-7x = 22$

$\overline{\tfrac{7}{6}}|^2 = \frac{49}{36}$

$9xx-7x+\overline{\tfrac{7}{6}}|^2 = \frac{841}{36}$

$\sqrt{}$

$3x-\frac{7}{6} = \frac{29}{6}$

$$3x = \frac{36}{6} = 6$$

$$3 \quad x = 2$$

$$x + 2 = 4$$

Dus de begeerde ouderdom 24.

CLXXVI. VOORSTEL. *Fig.* 63.

Door J. VAN TWISK, J. VISSER, *den* OPGEEVER, J. J. BOUWENS, *en* J. PAUW.

Stel AB $= x$,
en AC $= y$.

Dan is $x = 2y + 3$ en $xy = 43 + \sqrt{1800}$ 8

$x - 2y = 3$ $\quad 8xy = 344 + 240\sqrt{2}$

$\sqrt{}$

$xx - 4xy + 4yy = 9$

$8xy = 344 + 240\sqrt{2}$

$xx + 4xy + 4yy = 353 + 240\sqrt{2}$

$\sqrt{}$

$x + 2y = 15 + 8\sqrt{2}$

$x - 2y = 3$ verg. en afg.

$2 \quad 2x = 18 + 8\sqrt{2}$ $\quad 4 \quad 4y = 12 + 8\sqrt{2}$

$x = 9 + 4\sqrt{2}$ $\quad y = 3 + 2\sqrt{2}$

CLXXVII.

CLXXVII. VOORSTEL. Fig. 64.

Door J. VAN TWISK, *den* GROOTEVER, *en* K. AKER.

CONSTRUCTIE.

Verleng BA, tot dat AF = DH is, en trek AC *parallel* de saamengevoegde FD; dan is C het begeerde punt.

BEWYS.

Voeg (in de *Fig.*) CH te saamen.

Nu is door de gelykvormigheid der Driehoeken BFD, ABC.

BF : AB :: BD : BC.

Divid. BF − AB (DH) : AB :: BD − BC (CD) : BC

Derh. ∠ ACB = ∠ HCD,

en dus C het punt, dat begeerd wierdt.

In Getallen

BF (24+16=40) : AB (24) :: BD (16) : BC

Komt BC = 18
DC = (30−18=) 12

CLXXXVIII. VOORSTEL.

Door den OPGEEVER, *en* J. VAN TWISK.

$$a^x = b^y$$

dat is in *Logarithmi*

$x \times \log. a = y \times \log. b$,

hier uit

$x = y \times \frac{\log. b}{\log. a} = c - y$; om dat $x + y = c$ is.

Dit herleidende, is

$$y \times \left(\frac{\log. b}{\log. a} + 1 \right) = c$$

en $y = \frac{c}{\frac{\log. b}{\log. a} + 1} = \frac{c \times \log. a}{\log. b + \log. a}$

of eindelyk $y = \frac{c \times \log. a}{\log. a\, b}$,

en $x = \frac{c \times \log. b}{\log. a\, b}$ de begeerde getallen.

Q. E. I.

Laat in getallen gegeeven zyn $a = 2$, $b = 8$, en $c = 8$; dan is $y = \frac{8 \times 0,30103}{1,20412} = \frac{2,40824}{1,20412} = 2$, en $x = c - y = 8 - 2 = 6$, de begeerde getallen.

CLXXIX.

CLXXIX. VOORSTEL.

Door den OPGEEVER.

Om een gewoone Breuk tot een *Decimaale* te herleiden, moeten 'er eenige nullen achter den Teller van den gewoonen Breuk gevoegd worden, en dit *Product* moet door den Noemer des Breuks gedeeld worden; het *Quotient* is de *Decimaale* Breuk, waar in de gegeevene herleid is.

Indien men dan den gegeevenen Breuk $\frac{a}{b}$ noemt (zynde tot de kleinſte benaaming gebragt), moet $\frac{a}{b} \times \overline{\overline{10|}}^{n}$ een heel getal zyn, in het geval, waar in $\frac{a}{b}$ volkomen in eenen *Decimaal*-Breuk kan herleid worden; n is hier onbepaald.

Nu merk ik aan:

I. Naardien a en b eerſte getallen onder elkander zyn, kan $\frac{a}{b} \times \overline{\overline{10|}}^{n}$ geen heel getal zyn, ten zy het getal 10 door b deelbaar zy.

1°. Nu zyn de getallen, waar door 10 evenmaatig kan gedeeld worden, 2 en 5, om dat $2 \times 5 = 10$ is; wanneer dus $b = 2$ of 5 is, zal $a \times 10$ door 2 of door 5 deelbaar zyn. Derhalven alle Breuken,

waar van de Noemer 2 of 5 is, kunnen volkomen in eene *Decimaale* herleid worden.

2°. Maar $\overline{10|}^n$ is ook deelbaar door $\overline{2|}^n$ of $\overline{5|}^n$, en door $\overline{2|}^r \times \overline{5|}^s$, r en s onbepaald zynde; waar uit dan in het algemeen volgt, dat alle Breuken, welkers Noemers 2 of 5, of eenige magt van 2 of 5 zyn, altyd in eenen *Decimaal*-Breuk kunnen worden uitgedrukt; maar geen andere; want

II. Indien 10 niet door b deelbaar is, zal geen magt van het getal 10, hoe groot ook deszelfs *Exponent* zyn mooge, en dus ook geen veelvoud dier magt, door b, en even min door éénige magt van b, deelbaar zyn.

CLXXX. VOORSTEL. *Fig.* 65.

Door J. VAN TWISK, *en den* OPGEEVER.

Laat $DE = a$, $Dn = Fm = \&c. = b$, en de breedte van een Glas $= x$ zyn.

Dan is $DF = GE = 2b + c + 2x$,
en $FG = 2b + 5c + 6x$.

Als men nu (in de *Figuur*) FI en GK *perpendiculair* op DE trekt,

dan is $\angle DFI = \angle IDF = \angle KGE = \angle KEG$;
dus is ook $DI = IF = KE = KG$.

Nu

Nu is $DE = a$

$FG = 2b + 5c + 6x$ afg.

Rest $DI + KE = a - 2b + 5c + 6x$

$DI = KE = \frac{1}{2}a - b + \frac{5}{2}c + 3x$

Laat $\frac{1}{2}a - b + \frac{5}{2}c = d$, en $2b + c = 2e$ zyn,

dan is $DI = d - 3x$

$\overline{DI}^2 = dd - 6dx + 9xx$

$\overline{IF}^2 = dd - 6dx + 9xx$ verg.

$\overline{DF}^2 = 2dd - 12dx + 18xx = \overline{2e + 2x}|^2$

$dd - 6dx + 9xx = 2ee + 4ex + 2xx$

$7xx - \overline{6d + 4e} \times x = 2ee - dd$

$49xx - \overline{6d + 4e} \times 7x = 14ee - 7dd$

$\overline{3d + 2e}|^2 = 4ee + 12ed + 9dd$

$49xx - \overline{6d + 4e} \times 7x + \overline{3d + 2e}|^2 = 18ee + 12ed + 2dd$

$7x - \overline{3d + 2e} = \pm\sqrt{18ee + 12ed + 2dd}$

$7x = \overline{3d + 2e} \pm \sqrt{18ee + 12ed + 2dd}$

$2x =$

$$2x = \frac{6d+4e \pm 2\sqrt{18ee+12ed+2dd}}{7}$$

$$-2e = \quad 2e$$

$$2x+2e = \frac{6d+18e \pm 2\sqrt{18ee+12ed+2dd}}{7}$$

Stel $d+3e=g$;

dan is $DF = 2x + 2e = \frac{6g \pm 2\sqrt{2gg}}{7}$.

Hier door hebben wy deeze evenredigheid

$$7 : 2 :: 3g \pm \sqrt{2gg} : 2x + 2e.$$

CONSTRUCTIE. *Fig. 66.*

1. Maak, in DE, $DL = d$, $DM = e$, en in de verlengde Dn, $DN = g$.

Stel NO gelyk en *perpendiculair* op DN, dan zal dezelve DE in O ontmoeten.

2. Maak in DE, DP en DQ in proportie tot elkander als 2 tot 7, en neem, in de verlengde DN, $DR = 3DN = DO$; trek PF *parallel* de t'faamengevoegde QR. Nu $EG = DF$, met een hoek $DEG = \angle EDF$, getrokken, GF te faamengevoegd; dan is 't begeerde verricht.

DE-

DEMONSTRATIE.

$\overline{DN}^2 = \overline{d+3e}|^2 = gg$

$\overline{NO}^2 = \overline{d+3e}|^2 = gg$

$\overline{DO}^2 = 2gg$

$DO = \sqrt{2gg}$

$DR = 3DN - DO = 3g - \sqrt{2gg}$,

en door de *parallele* lynen QR, PF is

$DQ : DP :: DR : DF.$

$7 : 2 :: 3g - \sqrt{2gg} : 2x + 2e.$

Q. E. D.

CLXXXI. VOORSTEL.

Door M. BOELHOUWER, J. VAN TWISK, J. VAN DER PAARDT, J. PAUW, J. VISSER, S. GRAAF, J. RUITER, *en den* OPGEEVER.

Stellende het aantal Guldens voor de 80 ℔ Boter $= x$.

Dan is $80 : x :: x : 5$

$xx = 400$

$x = 20$ Guldens.

CLXXXII. VOORSTEL.

Door den OPGEEVER, J. VAN TWISK, M. BOELHOUWER, J. PAUW, J. VISSER, en S. GRAAF.

Stel de Jaaren van B $= x$, en van C $= y$.

Dan is $x^2 = \frac{y \cdot \overline{y-1}}{2}$, en $\frac{y \cdot \overline{y-1}}{2} \times x = 42875$

$$x^3 = \frac{y \cdot \overline{y-1}}{2} \times x$$

$$42875 = \frac{y \cdot \overline{y-1}}{2} \times x$$

vergel.

$$\sqrt[3]{x^3 = 42875}$$

$x = 35$ de Jaaren van B.

Derhalven is door fubſtitutie

$$\frac{y \cdot \overline{y-1}}{2} \times 35 = 42875$$

35

$$\frac{y.y-1}{2} = 1225$$

$$4y^2-4y = 9800$$

$$1 = \ldots 1 \quad \text{verg.}$$

$$4y^2-4y+1 = 9801$$

$$2y-1 = 99$$

$$2y = 100$$

$$y = 50 \text{ de Jaaren van C.}$$

CLXXXIII. VOORSTEL. *Fig.* 67.

Door J. VAN TWISK.

Trek in de Figuur CE en BF *perpendiculair* op AB.

Nu is $AE = \left(\sqrt{\overline{AC}^2-\overline{CE}^2} =\right) \sqrt{\overline{AC}^2-144}$

$EF = (CD =) AC$

en $FB = \sqrt{\overline{DB}^2-\overline{DF}^2} = \sqrt{\overline{AC}^2-144}$ verg.

Komt $AB = AC+2\times\sqrt{\overline{AC}^2-144}$.

Derh. $AC + 2 \times \sqrt{\overline{AC}^2 - 144} = 52$

$2 \times \sqrt{\overline{AC}^2 - 144} = 52 - AC$

$4 \times \overline{AC}^2 - 576 = 2704 - 104\,AC + \overline{AC}^2$

$3 \times \overline{AC}^2 + 104\,AC = 3280$

$9 \times \overline{AC}^2 + 3 \times 104\,AC = 9840$

$\overline{52}^2 = 2704$

$9 \times \overline{AC}^2 + 3 \times 104\,AC + \overline{52}^2 = 12544$

$3\,AC + 52 = 112$

$AC = \left(\frac{112 - 52}{3} =\right) 20$ voeten.

Dat te vinden was.

AANMERKING.

Deeze Oplosſing, door ons aldus ter nedergeſteld, ſcheen ons by de eerſte oppervlakkige beſchouwing aan den eisch van het Voorſtel te voldoen, naamlyk dat het behulp der Algebra daar by zorgvuldig vermyd was; waarom wy ook de Figuur, tot dezelve be-

behoorende, by voorraad in *Plaat* V. geplaatst hebben; doch thans het Voorſtel nader onderzoekende, bevinden wy de Oplosſing niet aan den eisch te voldoen, vermits in dezelve eene Algebraïſche Vierkants-Vergelyking, waar in AC de onbekende x uitdrukt, opgelöst wordt, niet door eene Meetkunſtige handelwyze, maar eenig en alleen door het vierkant volkomen te maaken. De Leezer zal dus onze overyling hier in gelieven te verſchoonen, gedachtig zynde, dat het feilen menschlyk is. — De Oplosſing van den Opgeever hebben wy, om dat dezelve meer Lynen in de Figuur verëischt, nu niet kunnen mededeelen: wy moeten echter, om den Opgeever recht te doen, berichten, dat zyne Oplosſing alleszins aan den eisch voldoet, vermits dezelve door de Regelen der platte Driehoeksmeeting het begeerde leert vinden.

CLXXXIV. VOORSTEL.

Door den OPGEEVER, M. BOELHOUWER, *en* J. VAN TWISK.

Stel de getallen $= a$, b, c en x.

Dan is $abcx = a+b+c+x+6$

$abcx - x = a+b+c+6$

$$x = \frac{a+b+c+6}{abc-1}$$

Neemende nu a, b en c naar welgevallen, als $a=1$, $b=2$, $c=3$; dan is $x=2\frac{1}{5}$; dus zyn de getallen 1, 2, 3 en $2\frac{1}{5}$, en zo kan men, door a, b en c anders te neemen, onëindbaare andere vinden.

CLXXXV. VOORSTEL.

Door den OPGEEVER, M. BOELHOUWER, J. VAN TWISK, *en* JAN PAUW.

$$\begin{array}{l|l} 20 - 1 - \frac{1}{4} & \frac{1}{80} \\ 10 - 1 - \frac{3}{4} & \frac{3}{40} \\ \hline & \frac{7}{80} \\ & \frac{5}{80} \\ \hline & \frac{1}{40} - 100 - 1 \end{array} \qquad \begin{array}{l|l} 20 - 1 - \frac{3}{4} & \frac{3}{80} \\ 10 - 1 - \frac{1}{4} & \frac{1}{40} \\ \hline & \frac{5}{80} \end{array}$$

f 4000 de geh. Nalaatenschap.

Dus de Broeder *f* 1000
en de Vreemden *f* 3000.

CLXXXVI. VOORSTEL.

Door den OPGEEVER, J. PAUW, J. VAN TWISK, M. BOELHOUWER, S. GRAAF, *en* J. RUITER.

Stel ieders aantal Duiten $= x$.

Dan is $28\,x - 192 = xx$

$$xx - 28\,x = -192$$

$$\overline{14}|^{2} = 196$$

xx

$$\sqrt{xx - 28x + \overline{14}|^2 = 4}$$

$$x - 14 = \pm 2$$

$x = 16$ of 12 ieders aantal Duiten.

CLXXXVII. VOORSTEL.

Door den OPGEEVER, *waar mede* J. VAN TWISK *overëenkomt.*

Stel den *Enneagonaal*-wortel $= x$;

dan is zyne *Enneag.-Formule* $= \frac{7xx-5x}{2}$.

Hier door de wortelen der gegeevene *Enneag.*-getallen op de volgende wyze gezocht:

$$\frac{7xx - 5x}{2} = 46 = 94$$

$$7x^2 - 5x = 92 = 48 \quad 2$$

$\frac{5}{7}$ .... 1 ... 7 ... 7 verm.

$$x^2 - 5x = 644 = 336$$

$$\overline{2\tfrac{1}{2}}|^2 = 6\tfrac{1}{4} = 6\tfrac{1}{4} \quad \text{verg.}$$

$$\sqrt{x^2 - 5x + 6\tfrac{1}{4} = 650\tfrac{1}{4} = 342\tfrac{1}{4}}$$

$$x - 2\tfrac{1}{2} = \pm 25\tfrac{1}{2} = \pm 18\tfrac{1}{2}$$

$$7\,\frac{7x = 28 \text{ of } -23 \text{ of } = 21 \text{ of } 16}{}$$

$$x = 4 \text{ of } \frac{-23}{7} \text{ of } = 3 \text{ of } \frac{-16}{7}$$

Om dat de gegeevene *Enneag.*-getallen zonder Breuken zyn: zoo volgt, dat 4 en 3 de eenvoudigste wortels in heele getallen daar uit zyn.

Om nu twee zulke getallen te vinden, zoo kan men stellen, dat de wortels daar van, of grooter of kleiner zyn moeten: derhalven mult. de gegeevene wortels 4 en 3 met eene onbepaalde grootheid

Neem dan de 2 begeerde wortels $= 4a$ en $3a$; wiens *Enneagonaalen* zyn

$$56\,aa - 10\,a$$
$$31\tfrac{1}{2}\,aa - 7\tfrac{1}{2}\,a$$

afgetr.

rest $24\tfrac{1}{2}\,aa - 2\tfrac{1}{2}\,a = 22$ het verschil

2

$$49\,aa - 5\,a = 44$$
$$4\tfrac{1}{9} \;\ldots\; 1 \;\ldots\; 49$$

verm.

$$aa - 5\,a = 2156$$
$$\overline{2\tfrac{1}{2}}|^2 = 6\tfrac{1}{4}$$

verg.

$$aa - 5\,a + 6\tfrac{1}{4} = 2162\tfrac{1}{4}$$

$$\sqrt{}$$

$$a - 2\tfrac{1}{2} = \mp 46\tfrac{1}{2}$$

$$49\,\frac{49\,a = 49 \text{ of } -44}{}$$

$$a = 1 \text{ of } \frac{-44}{49} \text{ de vermeerder.}$$

De-

Dewyl 1 niet vermeenigvuldigen kan, zoo moet men $\frac{-44}{49}$ neemen.

$$\left.\begin{array}{l} \text{Dan komt } 56\,aa - 10\,a = \dfrac{18568}{343} \\ \text{en } 31\tfrac{1}{2}aa - 7\tfrac{1}{2}a = \dfrac{11022}{343} \end{array}\right\} \text{de 2 } \textit{Enneag.} \text{ getallen.}$$

$$\text{Verschillende . } \frac{7546}{343} = 22$$

ANDERS, zonder de getallen van het Voorstel tot een grondslag te leggen.

Stel de 2 begeerde *Enneag.* wort. $= x$ en y;

dan zyn de 2 *Formulen* $= \frac{7xx - 5x}{2}$ en $\frac{7yy - 5y}{2}$.

Neemt men x grooter dan y, zoo is

$$\frac{7xx-5x}{2} = \frac{7yy-5y}{2} + 22$$

2

$$7xx - 5x = 7yy - 5y + 44$$

$\frac{1}{7}$ . . . 1 . . 7

verm.

$$xx - 5x = 49yy - 35y + 308$$

$$\overline{2\tfrac{1}{2}}|^2 = \qquad 6\tfrac{1}{4}$$

verg.

xx

$$xx-5x+6\tfrac{1}{4}=49yy-35y+314\tfrac{1}{4}$$

$$x-2\tfrac{1}{2}=\sqrt{49yy-35y+314\tfrac{1}{4}}$$

$$7x=2\tfrac{1}{2}+\sqrt{49yy-35y+314\tfrac{1}{4}}$$

$$x=\frac{2\tfrac{1}{2}+\sqrt{49yy-35y+314\tfrac{1}{4}}}{7}$$

Stel den wortel van dit Surdiſche $=7y+a$

dan is $49yy-35y+314\tfrac{1}{4}=49yy+14ay+aa$

$$14ay+35y=314\tfrac{1}{4}-aa$$

$$14a+35$$

$$y=\frac{1257-4aa}{56a+140}$$

Neem $a=10$, komt $y=\frac{857}{700}$ en $x=\frac{2107}{700}$.

Dus $\frac{7xx-5x}{2}=\frac{3385949}{140000}$

$\frac{7yy-5y}{2}=\frac{305949}{140000}$ } de 2 *Evneêg.* getall.

Verſchillende $\frac{3080000}{140000}=22$

An-

ANDERS. Stel de wortels $= x+y$ en $x-y$,

Dan zyn de *Formulen* $3\frac{1}{2}x^2+7xy-2\frac{1}{2}x+3\frac{1}{2}yy-2\frac{1}{2}y$

en $3\frac{1}{2}x^2-7xy-2\frac{1}{2}x+3\frac{1}{2}yy+2\frac{1}{2}y$

Verſchillende . . . $14xy-5y=22$

$14xy=5y+22$

$14y$

$$x=\frac{5y+22}{14y}$$

Neem $y=\frac{8}{7}$, komt $x=2\frac{5}{7}$; $x+y=3\frac{8}{77}$, en $x-y=2\frac{1}{77}$; komen de *Enneag.* getallen $\frac{25}{3}$ en $\frac{8}{3}$, verſchillende $\frac{17}{3}=22$.

Neem $y=\frac{22}{77}$, komt $x=\frac{32}{77}$; $x+y=\frac{54}{77}$ en $x-y=\frac{10}{77}$; alzoo de *Enneag.* get. $=\frac{1440}{5929}$ en $\frac{170}{5929}$; die 'er door den Autheur bygevoegd zyn.

Dit Voorſtel is N°. 276 in HALKENS *Zinnen-Confect.*

CLXXXVIII. VOORSTEL.

Door den OPGEEVER, *waar mede* M. BOELHOUWER *en* J. VAN TWISK *overëenkomen.*

Stel den wortel van het eene $= x$

Dan is $4x^2-3x$ het eene *Decag.* getal;
van 52 afgetrokken,

rest $52+3x-4x^2$ het andere.

Stel

Stel den wortel uit dit laatste $= 4 - ax$,

en daar uit een *Decag.* getal gemaakt;

Komt $52 - 29ax + 4aaxx = 52 + 3x - 4xx$

$$4aaxx + 4xx = 29ax + 3x$$

$$x \quad \overline{}$$

$$4aax + 4x = 29a + 3$$

$$4aa + 4 \quad \overline{}$$

$$x = \frac{29a + 3}{4aa + 4}$$

Neem $a = 3$, komt $x = 2\frac{1}{4}$, en $4 - ax = -2\frac{1}{4}$

$$\left.\begin{array}{l} \text{alzoo } 4xx - 3x = 13\frac{1}{2} \\ \text{en } 52 + 3x - 4x^2 = 38\frac{1}{2} \end{array}\right\} \text{ de 2 } \textit{Decag.} \text{ getallen.}$$

52 de som.

of $a = \frac{1}{3}$, komt $x = 2\frac{17}{20}$; en de 2 *Decag.* getallen

$\frac{2394}{100}$ en $\frac{2806}{100}$, door den Autheur 'er by gevoegd.

CLXXXIX.

CLXXXIX. VOORSTEL.

Door M. BOELHOUWER, J. VAN DER PAARDT, J. VAN TWISK, J. PAUW, J. RUITER, *en den* OPGEEVER.

Stel het aantal Officieren $= x$,

en de troup Franſchen onder *Bachus* $= y$.

Dan is $y - x = 3x$, $y - x + 11 = x - 1 \times 2$,

$y = 4x$ $\quad$ $y = 2x + 9$

$y - x + 21 = x - 3$

$y = 2x + 18$

Derh. $3x + 9 = 2x + 18$

$x = 9$ Officieren.

Hier door $y = 4x = 36$ Franſch. onder *Bachus*.

Uit deeze Oplosſing blykt, dat één der conditien van het Voorſtel overtollig is.

CXC. VOORSTEL.

Door J. PAUW, S. GRAAF, J. VAN TWISK, M. BOELHOUWER, *en* J. VISSER.

Wyd 8 Duim		$\sqrt{184\frac{8}{9}}$
64		$184\frac{8}{9}$
13 hoog.		18 hoog
832	20 ℔	3328

Komt 80 ℔ Inhoud.

CXCI. VOORSTEL.

Door J. VAN TWISK, M. BOELHOUWER, S. GRAAF, J. PAUW, *en den* OPGEEVER.

Stel den *Diameter* $= x$.

Dan is $21 : 11 :: x^3 + 1527\frac{3}{7}\,x$

$$11\,x^3 = 32076\,x$$

$$x^2 = 2916$$

$$x = 54 \text{ de } \textit{Diameter}.$$

Dus $1527\frac{3}{7}\,x = 82481\frac{1}{7}$ de Inhoud des Kloots.

CXCII.

CXCII. VOORSTEL.

Door den OPGEEVER, *en* J. VAN TWISK.

Laat $2 = a$ zyn, dan heeft men voor de *Producten*

het 1ste $= a^1$, het 2de $= a^4$, het derde $= a^8$, het 4de $= a^{16}$, het 5de $= a^{32}$, het 6de $= a^{64}$, het 7de $= a^{128}$, het 8ste $= a^{256}$, enz.

Dus het 10de $= a^{1024}$, en het 32ste $= a^{4294967296}$.

Nu is van $a = 2$ de *Log.* 0.301029995663981 / 256

Derh. is van a^{256} de *Log.* 77.063678889978888

Op gelyke wyze vindt men

van a^{1024} de *Log.* 308.254715539915527,

en van $a^{4294967296}$ de *Log.* 1292913986.4918159 &c.

Dienvolgens beſtaat het 8ſte *Product* uit 78, het 10de *Product* uit 309, en het 32ſte *Product* uit 1292913987 Cyffers.

CXCIII. VOORSTEL.

Door den OPGEEVER, *waar mede* J. VAN TWISK, *en* J. PAUW *overëenkomen.*

Stel voor de begeerde *Cuben* y^3, x^3 en y^3;

Dan is $y^3 + x^3 + y^3 = z^3$ een *rationaale Cubic.*

Derhalven $x^3+y^3=z^3-v^3$, ſtel $=s$;

dan is $y^3=s-x^3$ } welke ratios Cubes moeten zyn.
en $z^3=s+v^3$ }

Stel den Wortel van $s-x^3=t-x$,

en dien van $s+v^3=t+v$.

Dan is eenvoudig

$$s-x^3=t^3-3t^2x+3tx^2-x^3$$

Dus $s=t^3-3t^2x+3tx^2$.

Ten tweeden

$$s+v^3=t^3+3t^2v+3tv^2+v^3$$

Dus $s=t^3+3t^2v+3tv^2$

$s=t^3-3t^2x+3tx^2$ vergel.

$$t^3-3t^2x+3tx^2=t^3+3t^2v+3tv^2$$

Of $3tx^2-3t^2x=t^3+3t^2v+3tv^2-t^3$ 12t

$$36t^2x^2-36t^3x=12t^3t+36t^2tv+36ttv^2-12t^4$$

Of $36t^2x^2-36t^3x=36ttv^2+36t^2tv+\overline{t^3-t^3}\times 12t$

$$9t^4=\ldots\ldots\ldots\ldots 9t^4$$

$36t^2-x^2\ 36t^2x+9t^4=36ttv^2+36t^2tv+\overline{18t^3-9t^3}\times t$

$$6tx-3t^2=\pm\sqrt{36stv^2+36s^2tv+\overline{12s^3-3t^2}\times t}$$

$$\text{Of } 6tx=3t^2\pm\sqrt{36stv^2+36s^2tv+\overline{12s^3-3t^2}\times t}$$

$$6t$$

$$x=\frac{3t^2\pm\sqrt{36stv^2+36s^2tv+\overline{12s^3-3t^2}\times t}}{6t}$$

Om dit Surdiſche *rationaal* te maaken, zo laat $36stv^2+36s^2tv+\overline{12s^3-3t^2}\times t=\square=\overline{qt-6rv}^2$ zyn; dan is

$$36stv^2+36s^2tv+\overline{12s^3-3t^2}\times t=q^2t^2-12qrtv+36r^2v^2.$$

Stel $36stv^2=36r^2v^2$; dan is $36s^2tv+\overline{12s^3-3t^2}\times t=q^2t^2-13qrtv$;

waar door wy vinden

$$s=\frac{r^2}{t},\text{ en }v=\frac{q^2t-3\times\overline{4s^3-t^3}}{\overline{3s^2+qr}\times 12}.$$

Neem nu $r=1$, $t=2$, $q=13$; dan is $s=\frac{1}{2}$, $v=\frac{14}{12}$, $x=\frac{17}{12}$, $u=\frac{73}{24}$, $y=\frac{7}{12}$, $z=\frac{20}{12}$; en als wy v, x, y, met 12 vermeenigvuldigen, zal 'er komen $v=14$, $x=17$, en $y=7$.

Derhalven $y^3 = 2744$, $x^3 = 4913$, $y^3 = 343$ } de begeerde *Cuben*, waar van de som $z^3 = 8009$ mede een *rationaale Cubic* is.

BYVOEGSEL.

Hier door is N°. 263 uit HALKEN's *Zinnen-Confect* insgelyks opgelost; want als $v^3 + x^3 + y^3 = z^3$ is, zo is ook $x^3 + y^3 = z^3 - v^3 = 5256$, of $v^3 + y^3 = z^3 - x^3 = 3087$, en $v^3 + x^3 = z^3 - y^3 = 7657$.

Nog andere Oplossingen ven dit Voorstel zyn te vinden in myne *Inleidinge tot de Mathematische Weetenschappen*, II. DEEL, pag. 70 & *segq.*

CXCIV. VOORSTEL. *Fig.* 68.

Door de OPGEEVERS.

De beoeffenaars der Proefondervindelyke Wysbegeerte beweeren, dat een Lighaam, hetwelk van een ander geregeld voortgaand' Lighaam opgeworpen of nedergelaten wordt, eene tweevoudige beweeging ontfangt, als, eene die het door de kracht der voortstuuwing van den worp, of door zyn zwaartekracht verkrygt, en eene die het, door den indruk van het voortgaande Lighaam, reeds voor den worp of val gekreegen heeft.

De gevallen Steen zal derhalven volgens zyn zwaartekracht nederdaalen langs de richting CE, met eene toe-

toeneemende ſnelheid van 15, 45, 75 &c. voeten in eene ſecunde, en te gelyk door de te vooren verkreegen indruk voorgedreeven worden in de richting van E tot D, *parallel* de ſchuinſe richting van den weg des Luchtbals AC, met eene eenparige ſnelheid van 5 voeten in een ſecunde, en dus in D nederkomen, ter zelver tyd als hy, door zyn zwaartekracht alleen gedreeven, in E zoude nedergekomen zyn. De perſſing der Lucht, die hier hoogſt eenige verandering zoude maken, niet gerekend zynde.

Nu is *Rad.* : *Sec.* ∠ BDE (∠ A) :: BD : DE.

100000 : 124995 :: 24 : DE.

Komt DE = 30 Voeten.

Voet Secunde Voet

5 —— 1 —— 30?

Tyd der nederdaaling 6 Secunden.

√

36

15 Voet.

verm.

540 Voeten. De weg CE, die het vallend Lighaam volgens deszelfs zwaartekracht doorloopen zoude hebben.

Ook is *Rad.* : *Tang.* ∠ BDE :: BD : BE

100000 : 74991 :: 24 : BE

Komt BE = 18 Voet. } afgetr.
CE = 540 —— }

Rest BC = 522 Voet. de begeerde hoogte.

CXCV. VOORSTEL.

Stel het getal der *Termen* van ieder der *Progressiën* en Reekſen $= n$,

en de *Progressien* N°. 1 $= x, x+p, x+2p, x+3p$, &c. tot n *Termen*.

Verſchillen . . . p, p, p, &c. tot $n-1$ *Termen*.

N°. 2 $= y, y+q, y+2q, y+3q$, &c. tot n *Termen*.

N°. 3 $= z, z+r, z+2r, z+3r$, &c. tot n *Termen*.

Dan zyn de Reekſen, die door het vermeenigvuldigen der overeenkomſtige *Termen* van twee derzelven voortkomen N°. 4 $= xy, \overline{x+p} \times \overline{y+q}, \overline{x+2p} \times \overline{y+2q}, \overline{x+3p} \times \overline{y+3q}$ &c. tot n *Termen*.

of $xy, xy+xq+yp+pq, xy+2xq+2yp+4pq, xy+3xq+3yp+9pq$, &c. tot n *Termen*.

Eerſte Verſchillen $xq+yp+pq, xq+yp+3pq, xq+yp+5pq$, &c. tot $n-1$ *Termen*.

Tweede Verſchillen . . . . . $2pq$, $2pq$, &c. tot $n-2$ *Termen*.

N°. 5 $= xz, \overline{x+p} \times \overline{z+r}, \overline{x+2p} \times \overline{z+2r}, \overline{x+3p} \times \overline{z+3r}$, &c. tot n *Termen*.

N°. 6 $= yz, \overline{y+q} \times \overline{z+r}, \overline{y+2q} \times \overline{z+2r}, \overline{y+3q} \times \overline{z+3r}$, &c. tot n *Termen*.

En

En de Reeks, die door het vermeenigvuldigen der overeenkomstige *Termen* van alle de *Progressien* voortkomt,

$N^o.7 = xyz, \overline{x+p} \times \overline{y+q} \times \overline{z+r}, \overline{x+2p} \times \overline{y+2q} \times \overline{z+2r}, \overline{x+3p} \times \overline{y+3q} \times \overline{z+3r}$, &c. tot n *Termen.*

Of $xyz, xyz+xyr+xzq+yzp+xqr+ypr+zpq+pqr, xyz+2xyr+2xzq+2yzp+4xqr+4ypr+4zpq+8pqr, xyz+3xyr+3xyr+3xzq+3yzp+9xqr+9ypr+9zpq+27pqr$, &c. tot n *Termen.*

1e. Verschillen $xyr+xzq+yzp+xqr+ypr+zpq+pqr, xyr+xzq+yzp+3xqr+3ypr+3zpq+7pqr, xyr+xzq+yzp+5xqr+5ypr+5zpq+19pqr$, &c. tot $n-1$ *Termen.*

2e. Verschillen . . . . . $2xqr+2ypr+2zpq+6pqr, 2xqr+2ypr+2zpq+12pqr$ &c. tot $n-2$ *Termen.*

3e. Verschillen . . . . . $6pqr$, &c. tot $n-3$ *Termen.*

Hier door is de som van $N^o.1 = nx + \frac{n \cdot \overline{n-1}}{1 \cdot 2} \times p = a$;

dus $x = \frac{a}{n} - \frac{n-1}{2} \times p.$

En op gelyke wyze van N°. 2 $= ny + \frac{n.\overline{n-1}}{1.2} \times q = b$;

dus $y = \frac{b}{n} - \frac{n-1}{2} \times p$.

van N°. 3 $= nz + \frac{n.\overline{n-1}}{1.2} \times r = c$;

dus $z = \frac{c}{n} - \frac{n-1}{2} \times r$.

De som van N°. 4 $= n\,x\,y + \frac{n.\overline{n-1}}{1.2} \times$

$\overline{xq + yp + pq} + \frac{n.\overline{n-1}.\overline{n-2}}{1.2.3} \times 2pq = d$,

of $n\,x\,y + \frac{n.\overline{n-1}}{1.2} \times$

$\overline{xq + yp} + \frac{n.\overline{n-1}.\overline{2n-1}}{1.2.3} \times pq = d$.

En op gelyke wyze van N°. 5 $= n\,x\,z \frac{n.\overline{n-1}}{1.2} \times$

$\overline{xr + zp} + \frac{n.\overline{n-1}.\overline{2n-1}}{1.2.3} \times pr = e$.

Van

Van N°. 6 $= nyz + \frac{n.\overline{n-1}}{1.2} \times$

$\overline{yr+zq} + \frac{n.\overline{n-1}.\overline{2n-1}}{1.2.3} \times qr = f.$

En de som van N°. 7 $= nxyz + \frac{n.\overline{n-1}}{1.2} \times$

$\overline{xyr+xzq+yzp+xqr+ypr+zpr+pqr} +$

$\frac{n.\overline{n-1}.\overline{n-2}}{1.2.3} \times \overline{2xqr+2ypr+2zpq+6pqr} +$

$\frac{n.\overline{n-1}.\overline{n-2}.\overline{n-3}}{1.2.3} \times 6pqr = g.$

of $nxyz + \frac{n.\overline{n-1}}{1.2} \times xyr+xzq+yzp+$

$\frac{n.\overline{n-1}.\overline{2n-1}}{1.2.3} \times xqr+ypr+zpq+$

$\frac{nn.\overline{n-1}^2}{2.2} \times pqr = g.$

Door het vermenigvuldigen van twee der drie eerste Vergelykingen verkrygen wy

$$nnxy + \frac{nn.\overline{n-1}}{1.2} \times xq + yp + \frac{nn.\overline{n-1}|^2}{4} \times pq = ab,$$

$$nnxz + \frac{nn.\overline{n-1}}{1.2} \times xr + zp + \frac{nn.\overline{n-1}|^2}{4} \times pr = ac,$$

$$nnyz + \frac{nn.\overline{n-1}}{1.2} \times yr + zq + \frac{nn.\overline{n-1}|^2}{4} \times qr = bc.$$

Deeze gesubstraheerd van het n voud der vierde, vyfde en zesde Vergelyking,

$$\text{Rest } \frac{n^4 - nn}{12} \times pq = dn - ab,$$

$$\text{dus } pq = \frac{12dn - 12ab}{n^4 - nn}, \text{ stel} = h$$

$$\frac{n^4 - nn}{12} \times pr = en - ac$$

$$\text{dus } pr = \frac{12en - 12ac}{n^4 - nn}, \text{ stel} = k$$

$$\text{en } \frac{n^4 - nn}{12} \times qr = fn - bc,$$

$$\text{dus } qr = \frac{12fn - 12bc}{n^4 - nn}, \text{ stel} = l.$$

verm.

$$\sqrt{ppqqrr \ldots\ldots\ldots = hkl}$$

$$qr = l \quad pqr = \sqrt{hkl}$$

$$p = \frac{\sqrt{hkl}}{l}$$

$$\text{op gelyke wyze } q = \frac{\sqrt{hkl}}{k}$$

$$\text{en } r = \frac{\sqrt{hkl}}{h}$$

Door het vermeenigvuldigen der drie eerste Vergelykingen, hebben wy

$$n^3 xyz + \frac{n^3 . \overline{n-1}}{1 . 2} + \overline{xyr + xzq + yzp} + \frac{n^3 . \overline{n-1}|^2}{4}$$

$$\times \overline{xqr + ypr + zpq} + \frac{n^3 . \overline{n-1}|^3}{8} \times pqr = abc.$$

$$nn . n\overline{n-1} \text{ ———————————— } 12$$

$$n \times \overline{xqr + ypr + zpq} + \frac{n . \overline{n-1}}{2} \times pqr = \frac{12nng - 12abc}{n^4 - nn}$$

Indien wy nu de eerste Vergelyking met

$$qr = \frac{12fn - 12bc}{n^4 - nn}$$

de

de tweede Vergelyking met $pr = \frac{12fn - 12ac}{n^4 - nn}$

en de derde Vergelyking met $pq = \frac{12dn - 12ab}{n^4 - nn}$

vermeenigvuldigen,

Verkr. wy $nxqr + \frac{n.n-1}{1.2} \times pqr = \frac{12afn - 12abc}{n^4 - nn}$

$nypr + \frac{n.n-1}{1.2} \times pqr = \frac{12ben - 12abc}{n^4 - nn}$ } verg.

$nzpq + \frac{n.n-1}{1.2} \times pqr = \frac{12cdn - 12abc}{n^4 - nn}$

$$n \times \overline{xqr + ypr + zpq} + \frac{n.n-1}{1.2} \times 3pqr =$$

$$\frac{n.12af + 12be + 12cd - 36abc}{n^4 - nn}$$

Hier door is $\frac{12nng - 12abc}{n^4 - nn} =$

$$\frac{n \times 12af + 12be + 12cd - 36abc}{n^4 - nn}$$

12 ——— $n^4 - nn$

$$nng - abc = n \times \overline{af + be + cd} - 3abc$$

$$nng - n \times \overline{af + be + cd} = -2abc, \text{ of stell. } af + be + cd = i$$

$$nng - ni = -2abc$$

$$\overline{ng|}^2 - ni = -2abcg$$

$$\overline{\tfrac{1}{2}i|}^2 = \tfrac{1}{4}ii$$

$$\overline{ng|}^2 - ng \times i + \overline{\tfrac{1}{2}i|}^2 = \tfrac{1}{4}ii - 2abcg$$

$$\sqrt{\ }$$

$$ng - \tfrac{1}{2}i = \sqrt{\tfrac{1}{4}ii - 2abcg}$$

$$ng = \tfrac{1}{2}i + \sqrt{\tfrac{1}{4}ii - 2abcg}$$

$$n = \frac{-\tfrac{1}{2}i + \sqrt{\tfrac{1}{4}ii - 2abcg}}{g}.$$

Gegeeven $a = 21$, $b = 48$, $c = 57$, $d = 203$, $e = 252$, $f = 561$, en $g = 2716$.

Derh. $i = 12781 + 12096 + 11571 = 35648$.

$$n = \frac{17824 - \sqrt{\overline{17824|}^2 - 316100992}}{2716} = 6$$

Hier door $h = \dfrac{14616 - 12096}{1260} = 2$, $k = \dfrac{18144 - 14364}{1260}$

$= 3$,

$$= 3, l = \frac{40392 - 32832}{1260} = 6.$$

Gevolglyk $p = \frac{6}{6} = 1.$

$$q = \frac{6}{3} = 2.$$

$$\text{en } r = \frac{6}{2} = 3.$$

Waardoor eindelyk $x = \frac{21}{6} - \frac{5}{2} \times 1 = 1$

$$y = \frac{48}{6} - \frac{5}{2} \times 2 = 3$$

$$\text{en } z = \frac{57}{6} - \frac{5}{2} \times 3 = 5.$$

Dus de begeerde *Progressien*.

1, 2, 3, 4, 5, 6.

3, 5, 7, 9, 11, 13.

1, 3, 5, 7, 9, 11.

1, 3, 5, 8, 11, 14, 17.

AANMERKING.

Uit de gevondene *Formulen* is, zo wel als uit den aart van het Voorſtel, blykbaar, dat wanneer de Getallen door *a*, *b*, en *c* afgebeeld, als mede de Getallen door *d*, *e*, en *f* verbeeld, gelyk zyn, als dan de reſpective *Termen* der drie begeerde *Progreſſien* mede gelyk zullen zyn; derhalven zal men in dit Geval, in plaats van drie onderſcheidene *Progreſſien*, drie gelyke betoomen, die als eene enkele *Progreſſie* kunnen aangemerkt worden, en zullen de Reekſen, door *d*, *e*, en *f* afgebeeld, niet anders zyn als de ſom der *Quadraaten*, en die door *g* verbeeld, als de ſom der *Cuben* van alle de *Termen* der *Progreſſie*. Dienvolgens leveren ons deeze algemeene *Formulen*, de *Formulen* voor dit eenvoudiger Voorſtel op.

„ Van eene *Arithmetiſche Progreſſie* is gegeeven „ de ſom $= a$, de ſom der *Quadraaten* $= d$, en „ de ſom der *Cuben* $= g$."

Wanneer men, alles als vooren ſtellende, voor ieder y en z, een x; voor ieder q en r een p; voor ieder b en c, een a; voor ieder e en f, een d ſtelt.

Dan is $af + be + cd = ad + ad + ad = 3ad$;

derh. $n = \frac{\frac{1}{2}i + \sqrt{\frac{1}{4}ii - 2abcg}}{g} =$

$\frac{1\frac{1}{2}ad + \sqrt{1\frac{1}{2}ad|^2 - 2a^3g}}{g}$ meenigte der Termen.

$x = \frac{a}{n} - \frac{n-1}{2} \times p$. Eerſte *Term*.

$$pp = pq = \frac{12dn - 12bb}{n^4 - nn} = \frac{12dn - 12aa}{n^4 - nn}$$

$$\text{Dus } p = \frac{4}{n} \times \sqrt{\frac{3dn - 3aa}{nn - 1}} \text{ het } \textit{Exces.}$$

CXCVI. VOORSTEL. Fig. 69.

Door J. VAN DER PAARDT, *waar mede* J. VISSER, J. PAUW, J. CREMER, J. VAN TWISK, *en de* OPGEEVER *overëenkomen.*

Laat a, b, c, d, e de vyf Lappen zyn, welke gelyk zyn aan 't *Quadraat of Tafel iklmi.*

Laat ac en bd doorsneeden zyn door twee Lynen, gelyk aan de schuinse im; en de Lappen zyn dan doorsneeden, zo als dezelve gevoegd moeten worden op het *Quadraat e.*

CXCVII. VOORSTEL. Fig. 70.

Door J. PAUW.

Als men onderstelt, dat B, C, D de drie Buurtschappen zyn, en A het Gebouw, dat op eenen gelyken afstand van elk der Buurtschappen moet zyn, dan zal men, leezende in den vierden regel van dit Voorstel D van B, in plaats van A van B, de volgende bewerking hebben.

$$\overline{BC}^2 = 360000 \qquad \overline{BD}^2 = 144400$$

$$\overline{BD}^2$$

$\overline{BD}^2 = 144400$ verg. 564400 $\overline{CD}^2 = 276400$ afg. $2BC \times BE = 234000$

$\overline{BE}^2 = 38025$ afg. $\overline{DE}^2 = 106375$

$DE = 326,15$

$aBC = 1200$

$BE = 195$

Nu is, door de gelykformigheid der Driehoeken BDE, DCF,

DE : BD :: CD : DF.

Dat is 326,15 : 380 :: 520 : DF.

Komt DF = 605,85.

Dus $\frac{1}{2}$ DF = DA = CA = BA = 302,925 Roeden, zo ver het Gebouw A van ieder der drie Buurtschappen moet afleggen.

CXCVIII. VOORSTEL. Fig. 71.

Door J. Crekrt, M. Boelhouwer, J. van Twisk, J. van der Paardt, *en de* Opgeever.

1°.

AGFE = $\frac{1}{4}$ van ABCDA

Figuur EDKIHSE = SHNQPES = IKGLONI = OLBGPQO.

Zynde alle in een forma, en alle derzelver zyden gelyk in lengte, en deszelfs hoeken alle recht, en maaken te saamen $\frac{1}{4}$ van het gegeevene ABCDA zynde uit het Figuur klaar te zien.

IIde. *of Anders.*

AEFG = $\frac{1}{4}$ van ABCDA, alzo ook 't *Quadraat* RQNH.

Figuur SHIKDES = IKCLONI = OLBGPQO = PGAESRP, zynde ook allen in een forma, en alle derzelver zyden gelyk in lengte, en dus alles als vooren.

IIIde. *of Anders.*

't *Quadraat* *abcd* = $\frac{1}{4}$ van ABCDA, en de Figuuren CAE *dc* G = GBL *be* G = LCK *ab* L = KDE *da* K, zynde ook alle in een forma, en alle de zyden gelyk in lengte, en dus alles als vooren.

IVde. *of Anders.*

't *Quadraat* RQNHR = $\frac{1}{4}$ van ABCDA.

Figuur AMQTA = TRDUR = HUCVH = VNMBV.

Zynde alle *Parallelograms*, wier Lengtens en Breedtens gelyk zyn, en dus ook alle van een inhoud en gelykformig.

Vde. *of Anders.*

BQNHR is gelyk in de 4de behandeling = $\frac{1}{4}$ ABCDA, en in deeze kan men nu de overige $\frac{3}{4}$ deel van het gegeevene zoo meenigmaalen in 4 gelykformige, gelyk van inhoud zynde, deelen, als 'er puncten en stippen in een zyde van 't $\frac{1}{4}$ deel, als in HR, begreepen zyn, en dus kan men oneindige maalen de begeerte in deezen voldoen, waarvan wy alleen een derzelve zullen aanwyzen.

Stel, de deeling begint uit het Punct *e*, maak dan H*f* = *e*R, als ook N*g* en Q*m*, zo is Figuur *ei* D*lf*HE = *flckg*N*f* = *gk*B*ym*Q*g* = *my*A*ie*R*m*. En zo oneindig meer, gelyk voor gemeld is.

De Demonstratie is uit het Figuur zelve voor onkundigen klaar te zien; het zoude eene breedvoerige Con-

Conſtructie zyn, zo wy die alle opmaakten; 't is genoeg, dat in alle deeze manieren altoos de zyden en hoeken, en de inhouden der begeerde ſtukken gelyk zyn.

CXCIX. VOORSTEL. *Fig.* 72.

Door den OPGEEVER, J. PAUW, J. VAN TWISK, *en* S. GRAAF.

vergr. br.		vergr. breedte
A op 40° Nbr.... 2622.7	D op 32° Nbr.... 2028.4	
D op 32° Nbr.... 2028.4	B op 25 Nbr.... 1550.0	
AD 594.3		BD 478.4
BD 478.4		

verm.

□BDA = DC² 28.43.13.12

√

DC 533.2 ingen.

of 533⅔ min.

60

8°: 53⅓ verſchil der Lengte DC
360°: 0 of 2° de Lengte in D,

reſt 352°: 6⅔ Lengte in C, alwaar de Schepen A en B te ſaamen komen.

CC. VOORSTEL.

Door den OPGEEVER, *en* J. VAN TWISK.

Deel de eerſte Vergelyking in de tweede, dan heeft men

$$x = \frac{b}{a} \cdot c$$

Dit in *Logarithmi* overgebragt, is

$$b \times Log.\, x = Log.\, \frac{e}{a}$$

Wederom de eerste Vergelyking in *Logarithmi* overbrengende,

is $y \times Log.\, x = Log.\, a$,

of $\frac{y}{b} \times Log.\, \frac{c}{a} = Log.\, q$,

$$y \times Log.\, \frac{c}{a} = b \times Log.\, q,$$

$$y = \frac{b \times Log.\, q}{Log.\, \frac{c}{a}},$$

en $x = a. \frac{Log.\, \frac{c}{a}}{b \times Log.\, q}$.

Q. E. I.

Voorbeeld in getallen.

Laat in getallen gegeeven zyn $a = 125$, $b = 2$, $c = 3125$; dan is $\frac{c}{a} = \frac{3125}{125} = 25$, en $y = \frac{2 \times 2,09691}{1,39794} = \frac{4,19382}{1,39794} = 3$; en $x^3 = 125$; waar door $x = 5$.

Weshalven de getallen zyn $x = 5$, $y = 3$.

CCI.

CCL. VOORSTEL. Fig. 73.

Door den OPGEEVER, J. VAN TWISK, en S. M. BOELHOUWER.

Zy AB een rechte lyn naar welgevallen, trek uit eenig punt C van dezelve de regthoekige CD, welke verlengd zynde, men op DF als middellyn een Cirkel beschryft.

Laat nu de geheele Figuur om AB worden rondbewoogen, dan is het klaar, dat de Cirkel DEFG een Lighaam beschryven zal; dat Lighaam wordt een *Ring* genoemd.

In de *Werktuigkunde* wordt bewezen, dat de Inhoud van een Lighaam, op deeze wyze gereeld, gelyk is aan den Inhoud der teelende Figuur, vermeenigvuldigd met den omtrek door het zwaartepunt, dat in ons geval het middelpunt des teelenden Cirkels zelve is, beschreeven; en dien zelfden omtrek door het zwaartepunt beschreeven, met den omtrek der der teelende Figuur vermeenigvuldigd, is gelyk aan de oppervlakte des beschreeven Lighaams.

Stel, na dit vooraf verklaard te hebben, de lengte van den buitensten omtrek des Rings $= a$; den omtrek der dikte $= b$; de overeenkomst van de middellyn tot den omtrek des Cirkels als 1 tot c; dan is

$c : 1 ::$ buiten omtrek $a : \frac{a}{c} = 2\,CF$; dus $CF = \frac{a}{2c}$;

wederom $c : 1 ::$ omtrek $DEFG = b : \frac{b}{c} = DF$,

dus $FM = \frac{b}{2c}$; weshalven $CM = CF - FM = \frac{a-b}{2c}$;

en $1 : 2c :: \frac{a-b}{2c} : \sqrt{a-b} =$ den omtrek door het zwaartepunt beschreeven. Verders is de Cirkel DEFG = omtrek DEFG $\times \frac{1}{4} DF = b \times \frac{b}{4c} = \frac{bb}{4c}$.

Nu is, uit aanmerking van het voorgaande, $\frac{bb}{4c} \times \sqrt{a-b}$ gelyk aan den Inhoud, en $b \times \sqrt{a-b}$ gelyk aan de oppervlakte des Rings.

Dat te vinden was.

Voorbeeld in getallen. Laat van een Ring de buitenste omtrek gemeeten zyn 56 Duim, de omtrek der dikte 12 Duim, $c = 3,14159$: dan is de Inhoud $= \frac{56-12}{4} \times \frac{144}{3,14159} = 504,203$ Cub. Duim, en de oppervlakte $b \times \sqrt{a-b} = 12 \times \sqrt{56-12} = 528$ vierkante Duimen.

CCII. VOORSTEL. *Fig.* 63.

Door M. BORLHOUWER, S. GRAAF, J. VISSER, J. VAN TWISK, J. PAUW, *en den* OPGEEVER.

Stel AB $= x$,

AC $= y$,

Dan

Dan is $\frac{1}{3}y + x = 20$ en $yy + xx = 400$

$y + 3x = 60$ $yy = 400 - xx$

$y = 60 - 3x$ $y = \sqrt{400 - xx}$

Derh. $60 - 3x = \sqrt{400 - xx}$

$3600 - 360x + 9xx = 400 - xx$

$10xx - 360x = -3200$

$xx - 36x = -320$

$18^2 = 324$ verg.

$xx - 36x + 18^2 = 4$

$x - 18 = \pm 2$

$x = 16$

hier door $y = 60 - 48 = 12$ verm.

Inhoud des Drieh. $= \frac{192}{2} = 96.$

CCIII. VOORSTEL.

Door den OPGEEVER, J. J. BOUWENS, R. F. FOLKERS, L. BELY, G. STEENHUIS, B. KNEGTJES, K. AKER, L. KOOPS, J. VAN TWISK, J. VERSCHOOR, J. VISSER, Q. OFFEN, J. PAUW, J. DE JONGH, J. RUYTER, *en* M. BOELHOUWER.

Stel de Jaaren van B $= x$,
van C $= y$,
zo zyn die van A $= y + 11$.

$$\begin{array}{r} y \\ y+11 \\ \hline 2y+11 \\ x \\ \hline 2y+11-x \\ +4 \\ \hline 2y+15-x = y+11 \\ \hline y+4 = x \end{array}$$

$x = 34$ de Jaaren van B.

$x + 2y + 11 = 105$
of $3y + 15 = 105$
$3y = 90$
$y = 30$ de Jaaren van C.
$y + 11 = 41$ de Jaaren van A.

CCIV.

CCIV. VOORSTEL.

Door J. VAN TWISK, *waar mede de* OPGEEVER, M. BOELHOUWER, K. AKKER, *en* J. VISSER *overëenkomen.*

I. *Als de Planeery rond aangelegd word.*

Inh. □ *Diam.*
Dan is 11 — 14 — 616

Komt 784 het vierkant des *Diam.*

Diam. Omtr. $\sqrt{\quad}$
7 — 22 — 28

Komt 88 Roeden omtrek.

II. *Als het agthoekig aangelegd word.*

Dan is, volgens de grondbeginfelen der Meetkunde, de Inhoud van een reguliere Agthoek, tot het *Quadraat* van een van deszelfs zyden, als 1 tot $\sqrt{\frac{1}{2}-\frac{1}{8}}$, zynde na genoeg gelyk 10000 tot 2071, derhalven:

10000 — 2071 — 616

127,5736

$\sqrt{\quad}$

11,29 één der zyden des Agthoeks.

8

Komt 90,32 Roeden omtrek.

III. *Als het vierkant aangelegd wordt.*

$$\sqrt{\frac{616}{24.82}}$$

(4

Komt 99.28 Roeden omtrek.

IV. *Als het driehoekig aangelegd wordt.*

Dan is, volgens de grondbeginselen der *Trigonometrie*, de *Sinus* van één der hoeken tot *Radius*, als de dubbele Inhoud tot het *Quadraat* van één der zyden, derhalven:

$$86602 - 100000 = 616 \times 2$$

Komt 1422.18

$$\sqrt{37.72}$$

(3

Komt 113.16 Roeden omtrek.

Derhalven, volgens de eerste conditie, de minste omtuininge.

CCV. VOORSTEL.

Door J. J. BOUWENS, *waar mede de* OPGEEVER, J. VISSER, J. VAN TWISK, M. BOELHOUWER, *en* C. STEENHUIS *overeenkomen.*

Uit de natuur van een Cirkel is de *Diameter* den *Diagonaal* van den Rechthoek, die in den Cirkel moet beschreeven worden; by gevolg is 't *Quadraat* op den *Diameter* gelyk de *Quadraaten* op de Breedte

te en Lengte van den Rechthoek. Als men dan de Breedte $= x$ ſtelt, zal de Lengte, volgens de Opgaaf, $= 3x$ zyn. Derhalven

$$x^2 + 9x^2 = 10x^2 = 900$$
$$10$$
$$x^2 = 90$$
$$\sqrt{\quad}$$
$$x = 3\sqrt{10}.$$

Voorts kan de *Perpendiculair*, die uit den top des gelykzydigen Driehoeks moet getrokken worden, niet grooter dan de Breedte van den Rechthoek zyn; ook deelt die *Perpendiculair* den *Baſis* in twee gelyke deelen.

By gevolg is het *Quadraat* van den *Perpendiculair* gelyk aan het drievoudig *Quadraat* van den halven-*Baſis*, en op het grootst $= 90$. Derhalven is de halve-*Baſis* $= \sqrt{30}$, en dus de Inhoud des Driehoeks $= \frac{1}{2}\sqrt{10} \times \sqrt{30} = 30\sqrt{3}$, of 51,961 naar genoeg.

CCVI. VOORSTEL.

Door J. VAN TWISK, *waar mede de* OPGEEVERS, J. PAUW, R. F. FOLKERS, *en* K. AKER *overëenkomen.*

Stel de Rykdaalders, die hy aan Interest betaalt, $= x$;

dan betaalt hy nog $x + 8$ Grooten,

en dan is het Capitaal $= \overline{2x + 8} - 4 \times 2 = 4x + 8$,

de Interest . . . . . $= x + \frac{x+8}{72} = \frac{73x+8}{72}$.

Cap.

Cap. Interest.

$$4x+8 : \frac{73x+8}{72} :: 100 : \frac{\quad}{\quad}$$

Komt $\frac{1825x+200}{72x+144}$ Product der Jaaren, en de pCt. 's Jaars.

$4x+8$ Capitaal mult.

Komt $\frac{1825x+800}{18} = 2850$

$25 \quad 73x+8 = 2052 \quad 18$

$$73x = 2044$$

$$73 \quad x = 28$$

Dus $4x+8 = (4 \times 28+8) = 120$ Rykd. Capt.

$\frac{73x+8}{72} = 28$ Rykd. 36 Grooten Inter.

Dat te vinden was.

CCVII.

CCVII. VOORSTEL,

Door J. PAUW, J. VAN TWISK, K. AKER, J. J. BOUWENS, L. KOOPS, M. BOELHOUWER, C. STEENHUIS, B. KNEGTJES, J. VERSCHOOR, *en den* OPHEEVER.

Stel de Duitsche Troupen $= x$, de Engelsche $= y$, de Hollandsche $= z$, en de Spaansche $= v$.

Dan is door het Voorstel

$$x + y + z - 620 = v.$$
$$x + y + v - 460 = z.$$
$$x + z + v - 380 = y.$$
$$y + z + v - 500 = x.$$

Of

$$\begin{array}{rl} x + y + z - v = 620 & \\ x + y + z + v = 460 & \\ x - y + z + v = 380 & \\ -\ x + y + z + v = 500 & \text{verg.} \\ \hline 2x + 2y + 2z + 2v = 1960 & \\ \hline x + y + z + v = 980. & \end{array}$$

Hier van ieder der eerstgevondene Vergelykingen afgetrokken, rest

$$\begin{array}{lll} 2x = 480, & \text{en } x = 240 & \text{Duitsche} \\ 2y = 600, & y = 300 & \text{Engelsche} \\ 2z = 520, & z = 260 & \text{Hollandsche} \\ 2v = 360, & v = 180 & \text{Spaansche.} \end{array}$$

Deeze Bewerking bewyst zich zelve, zonder dat 'er eene Proef toe noodig is.

CCVIII.

CCVIII. VOORSTEL.

Door J. VAN TWISK, J. VERSCHOOR, J. VISSER, M. BOELHOUWER, J. PAUW, L. KOOPS, K. AKER, C. STEENHUIS, *en den* OPGEEVER.

Dewyl de twee Wyzers 11 maal elkander in 12 uuren passeeren, zoo is door den *Regel van Drie* zeer ligt het begeerde te vinden. Want

maal	uur	maal
11	— 12	— 1

Komt 1 uur $5\frac{5}{11}$ min. de 1ste maal na 12 uur.

en dus 2 — $10\frac{10}{11}$ — de 2de maal

3 — $16\frac{4}{11}$ — de 3de maal;

en zoo vervolgens.

CCIX. VOORSTEL.

Door den OPGEEVER *en* J. PAUW, *waar mede* J. VAN TWISK, J. VERSCHOOR, *en* M. BOELHOUWER *overëenkomen.*

1°. Het was reeds 10 uuren 's morgens toen de Bode te paerd vertrok: en dewyl hy 's avonds tegens 8 uuren met den Doctor by den Zieken was, heeft hy dien weg in een tyd van 10 uuren afgelegd.

2°. Maar dewyl de helft van 10 = 5 is, en men zyne beweeging gelykmaatig ſtelt, zal 10 + 5 = 12 = 3 zyn; dat is, hy was ten 3 uuren na den middag by den Doctor.

3°.

3°. Volgens de Opgaaf legt de Bode te voet eene lengte van 12 uuren in een tyd van 12 uuren af; maar die zelfde lengte legt de Bode te paard in 5 uuren tyds af (*Art.* 2.).

In gelyke ruimtens, die doorlopen worden, zyn de ſnelheden in een omgekeerde reden der tyden. Daarom is de ſnelheid van de Bode te paard tot de ſnelheid van de Bode te voet, als 12 tot 5. De Bode te voet legt een weg x af tot het oogenblik der voorbyryding; maar de Bode te paard moet nog eene lengte van 2 uuren meer dan x afleggen, om de andere Bode voorby te ryden; by gevolg ſtaat $12 : 5 :: 2 + x : x$.

Dus $10 + 5x = 12x$

of $7x = 10$

Derhalven $x = \frac{10}{7}$ Uur $=$ 1 Uur 25 Min. 42$\frac{6}{7}$ Sec.

Dit gevoegd by 10 Uuren, geeft 11 Uuren 25 Min. 42$\frac{6}{7}$ Sec. zynde het oogenblik, waar in de Bode te paard dien te voet voorby reedt.

4°. Ten 3 Uuren is hy by den Doctor; zo dat de andere Bode dus 7 Uuren lengte heeft afgelegd, en nog 5 Uuren lengte moet afleggen, om ter beſtemde plaatſe te zyn. Van die 5 Uuren lengte legt de te voet zynde Bode een weg y af, tot het oogenblik waar in die te paard hem ontmoet; en deeze heeft in dien zelfden tyd $5 - y$ lengte doorgerend. Weshalven men deeze Proportie krygt:

$12 : 5 :: 5 - y : y$

$12y = 25 - 5y$

$17y = 25$

$y = \frac{25}{17} = 1\frac{8}{17}$ Uur $=$ 1 Uur 28 Min. 14$\frac{2}{17}$ Sec.

dit gevoegd by 3 Uuren, geeft 4 Uuren 28 Min. $14\frac{8}{17}$ Sec. voor het oogenblik hunner ontmoeting, op de te rug reis van de Bode te paerd.

CCX. VOORSTEL.

Door J. Visser, J. Ruiter, M. Boelhouwer, J. Verschoor, J. Pauw, J. van Twisk, L. Koops, K. Aker, C. Steenhuis, L. Bely, J. de Jongh, J. J. Bouwens, *en den* Opgeever.

Ellen Guld. Ellen.

$$A - 8 - B?$$

$$\text{Komt } \frac{8B}{A} = C$$

$$\text{Dus } \frac{C}{2C}\,2 = \frac{2A}{4AA}\,\surd \qquad 8\,\frac{B}{\frac{B}{8}} = 2$$

$$2\,\frac{}{C = 2AA} \qquad \frac{}{B = 16}\,8$$

$$\text{Derh. } 2AA = \frac{8B}{A}$$

$$\text{of } 2AA = \frac{128}{A}$$

$$A$$

2 A

$$\begin{array}{r} 2A^3 = 128 \\ \hline 2 \quad A^3 = 64 \\ \hline \sqrt[3]{} \quad A = 4 \end{array}$$

en dus is de Regel:

Ellen Guld. Ellen
4 — 8 — 16?

het begeerde.

CCXI. VOORSTEL.

Door J. VISSER, J. PAUW, M. BOELHOUWER, J. DE JONGH, C. STEENHUIS, J. RUITER, L. KOOPS, K. AKER, B. KNEGTJES, J. VAN TWISK, *en den* OPGEEVER.

In het Voorstel staat, dat van der Zonnen opgang 17 uuren zyn; maar ik ben van gedachten, dat het moet zyn van der Zonnen opgang tot haaren ondergang, en op die gedachten steunt de volgende bewerking:

Stel x voor de voorledene Uuren van Zons opgang; dan zyn $17 - x$ de toekomende uuren tot Zons ondergang.

$$\frac{7 - 17 - x}{15 - 1} \left\{ \frac{119 - 7x}{15} + \tfrac{1}{3}x = x \right. \quad 15$$

$$119-7x+5x=15x$$

$x=7$ uuren na den opgang der Zon, en als de Zon 17 uuren ſchynt, komt ze op 's morgens ten half vier uuren, en dus zoude het 's morgens ten half elf uuren geweest zyn, dat de Koopman door de Stad paſſeerde.

Dit Voorſtel, zegt J. VAN TWISK, is te vinden in de *Arithmetica* van B. STOKMAN, het laatſte Voorſtel in de *Regula Falſi* pag. 327. Amſt. 1648.

CCXII. VOORSTEL.

Door den OPGEEVER, L. KOOPS, J. PAUW, M. BOELHOUWER, J. VAN TWISK, J. RUITER, C. STEENHUIS, C. OTTEN, *en* K. AKER.

A ℒ 800 × 6 Md. = 4800

B ℒ 1000 / Kt. $4\frac{1}{2}$ Maand. vroeger bet.
van 9 Maand. betaaltyd.

Dus moet B over $4\frac{1}{2}$ Maanden betaalen.

CCXIII. VOORSTEL.

Door den OPGEEVER, M. BOELHOUWER, J. PAUW, K. AKER, J. RUITER, L. KOOPS, *en* J. VAN TWISK.

Som Cap. en Int. Som
$\frac{1}{1}$ — $816\frac{2}{3}$ — $\frac{1}{1}$? Kt. $408\frac{1}{3}$ over 4 Maand.

425 over 12 Maand.
$408\frac{1}{3}$ over 4 Maand.

Maand. ——— Maand.
8 —— $16\frac{2}{3}$ Inter. —— 12?

Komt 25 Inter.
van 425 Cap. en Int. afgetr.

$\frac{1}{3}$ —— 400 Cap. —— 1?

Komt 1200 Guld op Interest gezet.

Cap. Inter. Cap.
En 400 —— 25 —— 100?

Komt $6\frac{1}{4}$ ten honderd.

CCXIV. VOORSTEL.

Door den OPGEEVER.

Jaar P.C. Jaar
1 — 10 — $1\frac{5}{12}$? Kt. $14\frac{1}{6}$
1 — 10 — 3 ? Kt. 30
1 — 10 — $4\frac{7}{12}$? Kt. $45\frac{5}{6}$.

Stel nu het Capitaal = x £ Vl.

Dan heeft men

$114\frac{1}{6}$ — 100 — $\frac{1}{3}$ x? Kt. $\frac{40}{137}$ x
130 — 100 — $\frac{1}{3}$ x? Kt. $\frac{10}{39}$ x
$145\frac{5}{6}$ — 100 — $\frac{1}{3}$ x? Kt. $\frac{18}{35}$ x

$\frac{145294}{187005}$ x verg.

$130 - 100 - x$? Kt. $\frac{10}{13}x$

Versch. $\frac{1444}{187005}x$

Derh. $\frac{1444}{187005}x = 3\frac{70}{455}$ £Vl.

Komt $x = 411$ £Vl. het Capit.
3
en 137 £Vl. ieder Pay.

Verders om de tweede Interest ten 100 te vinden.

Ten 1ste 't gel. Capit. = 411 £Vl.
en 411 –

In som 822 £Vl. ten einde van 6 Jaar te bet.
6
Dus 137 £Vl. Jaarl. ieder Pay.

Stel de Interest = y pCt. in 't Jaar.

$100 - 100 + y - 137$? Kt. $\frac{13700 + 137y}{100}$

$100 - 100 + 2y - 137$? Kt. $\frac{13700 + 274y}{100}$

$100 - 100 + 3y - 137$? Kt. $\frac{13700 + 411y}{100}$

$100 - 100 + 4y - 137$? Kt. $\frac{13700 + 548y}{100}$

$100 - 100 + 5y - 137$? Kt. $\frac{13700 + 685y}{100}$

100

$$100 - 100 + 6y - 137 ? \text{ Kt. } \frac{13700 + 822y}{100}$$

$$\text{De som is } \frac{82200 + 2877y}{100} = 965\tfrac{87}{100} \text{ £Vl.}$$

$$82200 + 2877y = 96585 \quad 100$$

$$2877 \quad 2877y = 14385$$

$$y = 5 \text{ ten honderd.}$$

CCXV. VOORSTEL.

Door J. VISSER *en den* OPGEEVER, *waar mede* J. VAN TWISK *en* K. AKER *overëenkomen.*

$\frac{45}{54}$,	$\frac{44}{53}$,	$\frac{43}{52}$,	$\frac{42}{51}$,	$\frac{41}{50}$,	$\frac{40}{49}$,	$\frac{39}{48}$,	$\frac{38}{47}$,	$\frac{37}{46}$,	$\frac{36}{45}$,
10	10	10	10	10	10	10	10	10	10
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1

Hier ziet men, dat de eerste Noemer met de tweede Teller verschilt 10, en ieder Teller met zyn Noemer verschilt 9: ook verschilt de eerste Teller met de tweede Noemer 8: eindelyk verschilt ieder Noemer met zyn volgende, als ook ieder Teller met zyn volgende, 1: waar uit men ziet, dat hunne Capitaalen staan in eene *Arithmetische Progressie*, als 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10.

en dus 1 de eerſte *Term.*
10 de laatſte *Term.*

11
5 de $\frac{1}{2}$ der *Termen.*

Derh. A = 55, en dus B = 110, C = 165, D = 220, E = 275, F = 330, G = 385, H = 440, I = 495, en K = 550 hunne Capitaalen of ieders inleg.

ℒVI.
B = 110
C = 165
D = 220
E = 275
F = 330
G = 385
H = 440
I = 495
K = 550

2970
$\frac{5}{6}$
2475 de $\frac{5}{6}$ van B, C, D, E, F, G, H, I, K.
55 = A

Dus 2530 hunne geheele Winst.

Capit.	Winst			ℒVI.	
55	2530	1		46 = A	Winst
		2		92 = B	—
		3		138 = C	—
		4		184 = D	—
		5	komt	230 = E	—
		6		276 = F	—
		7		322 = G	—
		8		368 = H	—
		9		414 = I	—
		10		460 = K	—

CCXVI.

CCXVI. VOORSTEL.

Door den OPGEEVER, M. J. ZUIDHOF, J. PAUW, J. VAN TWISK, K. AKER, J. J. BOUWENS, M. BOELHOUWER, *en* L. KOOPS.

Stel de getallen $= x$ en y.

dan is $\overline{x+1} \times \overline{y+1} = 20$

of $xy+x+y+1 = 20$

$xy+x = 19-y$

$y+1$

$$x = \frac{19-y}{y+1}$$

En $\overline{x^2+1} \times \overline{y^2+1} = 1820$

door $\overline{x+1} \times \overline{y+1} = 20$ gedeeld

Komt $\overline{xy-x+1} \times \overline{yy-y+1} = 91$.

Hier uit de bovenstaande waarde van x verwisseld, komt

$$\frac{343-54y+3yy}{yy+2y+1} \times \overline{yy-y+1} = 91$$

$$\frac{3y^4-57y^3+400y^2-397y+343}{yy+2y+1} = 91$$

$$3y^4-57y^3+400y^2-397y+343 = 91yy+182y+91.$$

$$3y^4-57y^3+309y^2-579y+252=0$$

Komt $y=4$ en $x=3$.

ANDERS *door* M. J. ZUIDHOF.

Stel de getallen $= x-1$ en $y-1$.

dan is $x \times y = 20$

$$x = \frac{20}{y};$$

Insgelyks

$$x^3-3x^2+3x \times y^2-3y^2+3y = 1820,$$

door $x \times y = 20$ gedeeld, komt

$$xx-3x+3 \times yy-3y+3 = 91,$$

hier uit de bovenstaande waarde van x verwisfeld, komt

$$\frac{3yy-60y+40}{yy} \times yy-3y+3 = 91$$

$3y^4-$

$$\frac{3y^4-69y^3+589y^2-1380y+1200}{yy} = 9x$$

$$3y^4-69y^3+498yy-1380y+1200=0$$

Komt $y=5$ en $x=4$.

Dus de getallen 3 en 4.

CCXVII. VOORSTEL.

Door M. J. ZUIPHOF, J. VAN TWISK, L. KOORS, K. AKER, J. PAUW, *en den* OPGEVER.

Stel de Getallen	de Vierkanten:
$x-3y$	$xx-6xy+9yy$
$x-y$	$xx-2xy+yy$
$x+y$	$xx+2xy+yy$
$x+3y$	$xx+6xy+9yy$

som $4xx+20yy=a$

4

$xx+5yy=\frac{1}{4}a$

$xx=\frac{1}{4}a-5yy$

Het *Product* $x+3y \times x-3y = xx-9yy$

en $x+y \times x-y = xx-yy$

verm.

Het geduurig *Product* $x^4-10xxyy+9y^4=b$

$x^4-10xxyy=b-9y^4$

$5yy$

$$\overline{5yy}|^{2} = 25y^4$$

$$x^4 - 10xxyy + 25y^4 = b + 16y^4$$

$$\sqrt{\quad}$$

$$xx - 5yy = \sqrt{b + 16y^4}$$

boven was $xx + 5yy = \frac{1}{4}a$

Verschil $10yy = \frac{1}{4}a - \sqrt{b + 16y^4}$

$$\frac{1}{4}a - 10yy = \sqrt{b + 16y^4}$$

$$4$$

$$a - 40yy = \sqrt{16b + 256y^4}$$

$$\sqrt{\quad}$$

$$a^2 - 80ay^2 + 1600y^4 = 16b + 256y^4$$

$$1344y^4 - 80yy = 16b - aa$$

Deeze Vergelyking uitgewerkt,

komt $y^2 = \dfrac{5a \pm \sqrt{16b - aa}}{168}$

dus $x^2 = \frac{1}{4}a - 5 \times \dfrac{5a \pm \sqrt{16b - aa}}{168}$

$a = 164$ en $b = 945$ gegeeven zynde,

zo komt $y^2 = \dfrac{820 - 652}{168} = 1$

en $x^2 = 41 - 5 = 36$

Der-

Derhalven $x = 6$, en $y = 1$,

en de *Progresſie* 3, 5, 7, 9.

CCXVIII. VOORSTEL.

Door den OPGEEVER, J. VAN TWISK, *en* K. AKER.

Stel voor de Getallen $x-4y$, $x-2y$, x, $x+2y$ en $x+4y$;

dan zyn dezelve in eene *Arithmetiſche Progresſie*, en de ſom $5x$.

De *Cubi* zyn $x^3 - 12x^2y + 48xy^2 - 64y^3$

$x^3 - 6x^2y + 12xy^2 - 8y^3$

x^3

$x^3 + 6x^2y + 12xy^2 + 8y^3$

$x^3 + 12x^2y + 48xy^2 + 64y^3$

Dus is $5x^3 + 120xy^2$ de ſom der derde magten.

De vyfde magten zyn

$x^5 - 20x^4y + 160x^3y^2 - 640x^2y^3 + 1280xy^4 - 1024y^5$

$x^5 - 10x^4y + 40x^3y^2 - 80x^2y^3 + 80xy^4 - 32y^5$

x^5

$x^5 + 10x^4y + 40x^3y^2 + 80x^2y^3 + 80xy^4 + 32y^5$

$x^5 + 20x^4y + 160x^3y^2 + 640x^2y^3 + 1280xy^4 + 1024y^5$

Deeze ſommeerende, is $5x^5 + 400x^3y^2 + 2720y^4x$ de ſom der vyfde magten.

Nu

Nu zyn $5x$, $5x^3 + 120xy^2$ en $5x^2 + 400x^2y^2 + 2720y^4x$, de ſommen der 1ſte, 3de, en 5de magten, tot elkander als p, q en r: waar uit wy deeze twee Vergelykingen hebben.

1°. $5x : 5x^2 + 400x^2y^2 + 2720xy^4 :: p : r$,

of $1 : x^4 + 80x^2y^2 + 544y^4 :: p : r$.

Derhalven $x^4 + 80x^2y^2 + 544y^4 = \frac{r}{p}$.

2°. $5x : 5x^3 + 120xy^2 :: p : q$,

of $1 : x^2 + 24y^2 :: p : q$.

Waar door $x^2 + 24y^2 = \frac{q}{p}$

en $16y^2 = 16y^2$ byvoegende

is $x^2 + 40y^2 = \frac{q}{p} + 16y^2$

$x^4 + 80x^2y^2 + 1600y^4 = \frac{qq}{pp} + \frac{32q}{p}y^2 + 256y^4$

en $x^4 + 80x^2y^2 + 544y^4 = \frac{r}{p}$ hier afgetrokken

is $1056y^4 = \frac{qq}{pp} - \frac{r}{p} + \frac{32q}{p}y^2 + 256y^4$

$$800y^4 - \frac{32q}{p}y^2 = \frac{q^2 - p^2}{p^2}$$

$$400y^4 - \frac{16q}{p} = \frac{q^2 - pr}{2p^2}$$

$$\frac{4qq}{25pp} = \frac{4qq}{25pp}$$

$$400y^4 - \frac{16q}{p}y^2 + \frac{4qq}{25pp} = \frac{66qq - 50pr}{100pp}$$

$$20y^2 - \frac{2q}{5p} = \pm\frac{\sqrt{66qq - 50pr}}{10p}$$

$$20y^2 = \frac{4q \pm \sqrt{66qq - 50pr}}{10p}$$

$$y^2 = \frac{4q \pm \sqrt{(66qq - 50pr)}}{200p}.$$

$y = \sqrt{s}$, $y^2 = s$ ſtellende,

$$x^2 = \frac{q}{p} - 24s$$

$$\text{dus } x = \sqrt{\left(\frac{q}{p} - 24s\right)}$$

Laat nu in getallen gegeeven zyn $p = 1$, $q = 15$, $r = 295$; dan zal men vinden: $y^2 = \frac{5}{24}$ of $\frac{7}{120}$; dus $y = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{5}{6}}$ of $\sqrt{\frac{7}{120}}$: voorts $x^2 = 15 - 6 = 9$, of $15 - 8\frac{2}{3} = 6\frac{2}{3}$; dus $x = 3$

$x = 3$ of $\sqrt{6\frac{5}{9}}$, (wel verſtaande, $x = 3$, wanneer men $y = \frac{1}{3}$, en $x = \sqrt{6\frac{5}{9}}$, zoo men $y = \sqrt{\frac{7}{36}}$ ſtelt.) Derhalven zyn 1, 2, 3, 4 en 5, of $\sqrt{6\frac{3}{9}} - 4\sqrt{\frac{7}{36}}$, $\sqrt{6\frac{3}{9}} - 2\sqrt{\frac{7}{36}}$, $\sqrt{6\frac{3}{9}}$, $\sqrt{6\frac{3}{9}} + 2\sqrt{\frac{7}{36}}$, en $\sqrt{6\frac{3}{9}} + 4\sqrt{\frac{7}{36}}$ de begeerde Getallen.

Dat te vinden was.

CCXIX. VOORSTEL.

Door den OPGEEVER, *en* J. VAN TWISK.

Door het Voorſtel is $x + y + z + v = a$.

In *Fluxie* $\dot{x} + \dot{y} + \dot{z} + \dot{v} = 0$.

Laat nu x en y ſtandvastig genomen worden; dan is $\dot{x}$ en $\dot{y} = 0$.

daarom $\dot{z} + \dot{v} = 0$, $\dot{v} = -\dot{z}$.

Stel wederom y en z ſtandvastig; dan zyn $\dot{y}$ en $\dot{z}$ beide $= 0$,

derhalven $\dot{x} + \dot{v} = 0$, waar door $\dot{v} = -\dot{x}$

Eindelyk x en z als ſtandvastig beſchouwende, zyn $\dot{x}$ en $\dot{z}$ beide $= 0$.

en $\dot{y} + \dot{v} = 0$, waar door $\dot{v} = -\dot{y}$.

Nu moet door het Voorſtel $x^m\ y^n\ z^r\ v^s$ een *maximum* zyn.

Stel

Stel daarom derzelver *Fluxie* gelyk niets, of

$$\overset{m-1\ n\ r\ s.}{mx\ y\ z\ v\ x} + \overset{n-1\ m\ r\ s.}{ny\ x\ z\ v\ y} + \overset{r-1\ m\ n\ s.}{rz\ x\ y\ v\ z} + \overset{s-1\ m\ n\ r.}{sv\ x\ y\ z\ v} = 0.$$

Stel nu wederom x en y ſtandvaſtig, dan is

$$\overset{r-1\ m\ n\ s.}{rz\ x\ y\ v\ z} + \overset{s-1\ m\ n\ r.}{sv\ x\ y\ z\ v} = 0;$$

maar dan is $\dot{v} = -\dot{z}$ boven bepaald.

derhalven $\overset{r-1\ m\ n\ s.}{rz\ x\ y\ v\ z} - \overset{s-1\ m\ n\ r.}{sv\ x\ y\ z\ z} = 0.$

waar door $r\dot{v} = s\dot{z}$

$$\text{en } \dot{v} = \frac{s}{r}\dot{z}.$$

Wederom y en z ſtandvaſtig ſtellende,

heeft men $\overset{m-1\ n\ r\ s.}{mx\ y\ z\ v\ x} + \overset{s-1\ m\ n\ r.}{sv\ x\ y\ z\ v} = 0;$

maar dan is ook $\dot{v} = -\frac{m}{s}\dot{x}$ (zie boven.)

Derhalven $\overset{m-1\ n\ r\ s.}{mx\ y\ z\ v\ x} - \overset{s-1\ m\ n\ r.}{sv\ x\ y\ z\ z} = 0.$

waar door $m\dot{v} = s\dot{x}$, en $\dot{v} = \frac{s}{m}\dot{x}.$

Stellende eindelyk x en z ſtandvaſtig,

dan heeft men $\overset{n-1\ m\ r\ s.}{ny\ x\ z\ v\ y} + \overset{s-1\ m\ n\ r.}{sv\ x\ y\ z\ v} = 0;$

maar dan is ook $v = -y$ (zie boven.)

Derhalven $ny^{n-1} x^m z^r y - sv^{s-1} x^m y^n z^r = o$.

Waar door $ny = sy$, en $v = \frac{s}{n} y$.

Nu hebben wy gevonden $v = -\frac{s}{r} z = -\frac{s}{m} x = -\frac{s}{n} y$, waar uit wy deeze twee Vergelykingen kunnen formeeren.

$$-\frac{s}{r} z = -\frac{s}{m} x, \text{ en } -\frac{s}{r} z = -\frac{s}{n} y.$$

Hier doof $smz = rsx$, en $snz = sry$

$$z = -\frac{r}{m} x \qquad z = -\frac{r}{n} y.$$

Derhalven $-\frac{r}{m} x = -\frac{r}{n} y$,

$$rnx = rmy$$

$$\text{en } y = \frac{n}{m} x.$$

Brengende nu de waarden van y, z en v in de Vergelyking $x + y + z + v = a$ over; dan hebben wy

$x +$

$$x + \frac{n}{m}x + \frac{r}{m}y + \frac{s}{m}x = a,$$

of $mx + nx + rx + sx = am$

waar door $x = \frac{am}{m+n+r+s}$,

$$y = \frac{an}{m+n+r+s},$$

$$z = \frac{ar}{m+n+r+s},$$

en $v = \frac{as}{m+n+r+s}$,

Indien nu $a = m + n + r + s$, dan is a op het mogelyk kleinſte genomen, en de deelen zyn m, n, r en s.

Q. E. I.

CCXX. VOORSTEL.

Door den OPGEVER, *waar mede* J. VAN TWISK *en* M. BOERLHOUWER *overëenkomen.*

Als de Cyfferletteren a en b zyn, en dus het getal plaatſen 2 is, dan heeft men twee veränderingen ab, ba.

Als de Cyfferletteren a, b, en c zyn, en dus het getal plaatſen 3 is, dan heeft men zes veränderingen abc, acb; bac, bca; cab, cba.

Als de Cyfferletteren *a*, *b*, *c*, en *d* zyn, en dus het getal plaatſen 4 is, dan heeft men 24 veränderingen, naamlyk:

abcd, *abdc*, *acbd*, *acdb*, *adcb*, *adbc*;
bacd, *badc*, *bcad*, *bcda*, *bdac*, *bdca*;
cabd, *cadb*, *cbad*, *cbda*, *cdab*, *cdba*;
dabc, *dacb*, *dbac*, *dbca*, *dcab*, *dcba*.

Maar $2 = 1 \times 2$; $6 = 1 \times 2 \times 3$; $24 = 1 \times 2 \times 3 \times 4$.

Derhalven kunnen P Cyfferletteren $1 \times 2 \times 3 \times 4$ &c. tot P maalen verplaatst worden.

Als wy nu de plaatſen behoorlyk gade ſlaan, door dezelven, volgens de Telling, in Eenheden, Tienen, Honderden, Duizenden, enz. te onderſcheiden, zien wy:

1. Dat, als het getal plaatſen 2 is, in elke verticaale Ry, zo van de Eenheden als Tienen, ieder letter maar één maal gevonden wordt, dat is zo veel maalen als het getal der veränderingen gedeeld door het getal plaatſen.

2. Dat, als het getal plaatſen 3 is, in elke verticaale Ry, zo van de Eenheden, Tienen, als Honderden, ieder letter 2 maal gevonden wordt, dat is $\frac{6}{3}$ maal, of zo veel maalen als het getal der veränderingen gedeeld door het getal plaatſen.

3. Dat, als het getal plaatſen 4 is, in elke verticaale Ry, zo van de Eenheden, Tienen, Honderden, als Duizenden, ieder letter 6 of $\frac{24}{4}$ maalen gevonden wordt, dat is zo veel maalen als het getal der veränderingen gedeeld door het getal plaatſen. En zo vervolgens.

Waar uit wy eindelyk dit algemeen beſluit opmaaken.

Als het getal plaatſen P, en het getal der veränderingen C is, dan wordt in elke verticaale Ry, zo van de Enheden, Tienen, Honderden, Duizenden, enz. iedere letter $\frac{C}{P}$ maal gevonden.

Wan-

Wanneer nu de ſom der Cyfferletteren $a+b+c+d+$ &c. $=$ A geſteld wordt, dan is de ſom van elke verticaale Ry, zonder op haare plaatslyke waardy acht te geeven, $= \frac{AC}{P}$.

Gevolglyk is de Ry der Eenheden $= \frac{AC}{P}$,

de Ry der Tienen $= \frac{10AC}{P}$,

de Ry der Honderden $= \frac{100AC}{P}$,

&c. &c.

En dus de ſom $\frac{AC}{P} + \frac{10AC}{P} + \frac{100AC}{P}$ &c.

Q. E. I.

CCXXI. VOORSTEL.

Door L. Koops, K. Aker, C. Otten, J. van Twisk, J. Verschoor, L. Bely, J. Visser, M. Borlhouwer, J. J. Bouwens, J. Rulter, R. F. Folkers, J. de Jongh, J. Pauw, *en den* Opgeever.

Stel het getal der Kinderen van $\begin{cases} C = x \\ A = 2x \\ \text{en } B = 11-3x \end{cases}$

Dan is $2x \times \overline{11-3x} = 10x$

of $22x - 6xx = 10x$

$6xx = 12x$

$6x$

$x = 2$ Kinderen C.

$2x = 4$ —— A.

En $11-3x = 5$ —— B.

CCXXII. VOORSTEL.

Door J. Pauw, J. van Twisk, K. Aker, J. J. Bouwens, M. Boelhouwer, L. Koops, R. F. Folkers, *en den* Opgever.

Het verſchil tuſſchen den Noemer en Teller des onverkleinden Breuks is 108, en het verſchil tuſſchen den Noemer en Teller des verkleinden Breuks is 6. Derhalven $\frac{108}{6} = 18$, het getal waar door de Breuk verkleind is.

Laat dus de verkleinde Breuk zyn $\frac{x}{y}$; dan is de onverkleinde Breuk $\frac{18x}{18y}$, en derhalven

$18x \times x \times 18y \times y = 324xxyy = 2683044$

$18xy = 1638$

$xy = 91$

$4xy = 364$

Maar

Maar volgens het Voorſtel is

$$y - x = 6$$
$$y^2 - 2xy + x^2 = 36$$
$$4xy \ldots = 364$$
verg.
$$y^2 + 2xy + x^2 = 400$$
$$y + x = 20$$
$$y - x = 6$$
verg. en afgetr.
Komt $2y = 26$, en $2x = 14$
Dus $y = 13$, en $x = 7$.

Derhalven $\frac{7}{13}$ de verkleinde Breuk, en dienvolgens $\frac{196}{364}$ de onverkleinde Breuk.

CCXXIII. VOORSTEL.

Door J. VAN TWISK, J. PAUW, L. KOOPS, M. BORLHOUWER, *en den* OPGEEVER.

Stel de koop van het Huis $= x$,
en de *Quadraaten* $= rr$ en ss.

Dan is volgens de eerſte conditie van het Voorſtel

$$x = rr + ss$$
of $x - rr + ss = 0$ } afg.
en volg. de 3e. cond. $x - r - s|^2 = \frac{1}{7}rr$ }
$$2rs = \frac{1}{7}rr$$
$$6s = r$$

Eindelyk is volgens de tweede conditie

$$4\tfrac{1}{2}\sqrt[p]{rs} = ss$$

$$25 \quad\quad 6$$

$$\sqrt[p]{rs} = \frac{6ss}{25}$$

$$\sqrt[\beta]{\quad}$$

$$rs = \frac{36s^4}{625} + \frac{6ss}{25}$$

Maar $rs = 6ss$

$$\frac{36s^4}{625} + \frac{6ss}{25} = 6ss$$

$$6ss \quad\quad 625$$

$$6ss + 25 = 625$$

$$6ss = 600$$

$$6$$

$$ss = 100$$

$$rr = 36ss = 3600$$

Dus $x = rr + ss = 3700$ Guld. de koop van 't Huis.

CCXXIV.

CCXXIV. VOORSTEL.

Door J. VERSCHOOR, J. VAN TWISK, J. PAUW, J. DE JONGH, C. STEENHUIS, L. BELY, K. AKER, J. RUITER, L. KOOPS, M. BOELHOUWER, C. OTTEN, *en den* OPGEEVER.

$$3 \overset{\sqrt{1764}}{\overline{\quad 42 \quad}} \left\{ \begin{array}{l} 2\ ?\ \text{Kt. } 28 \text{ Jaaren A oud.} \\ 1\ ?\ \text{Kt. } 14 \text{ Jaaren B oud.} \end{array} \right.$$

CCXXV. VOORSTEL.

Door ***, *waar mede de* OPGEEVER, J. VAN TWISK, L. KOOPS, *en* C. STEENHUIS *overëenkomen.*

Stel de rechthoekszyden $= x + y$ en $x - y$; dan is de *Hypothenusa* $= 30 - 2x$.

Derh. $\overline{x+y}|^2 + \overline{x-y}|^2 = \overline{30-2x}|^2$ volgens de eigenschap van den rechthoekigen Driehoek.

Dat is $2x^2 + 2y^2 = 900 - 120x + 4x^2$

of $2x^2 - 2y^2 = 120x - 900$

2

$x^2 - y^2 = 60x - 450 = \overline{x+y} \times \overline{x-y}$

Nu is door de tweede conditie van het Voorstel

$\overline{x+y} \times \overline{x-y} \times \overline{30-2x} = 780$

Dat is $60x - 450 \times 30 - 2x = 780$
of $-120x^2 + 2700x - 13500 = 780$

$120x^2 - 2700x = -14280$
15 ——— 2
$16x^2 - 360x = -1904$
$45|^2 = 2025$

$16x^2 - 360x + 45|^2 = 121$
$\sqrt{}$
$4x - 45 = \pm 11$

Dus $4x = 56$ of 34
4
$x = 14$ of $8\frac{1}{2}$

en $y = \sqrt{x^2 - 60x + 450} = \sqrt{-194}$, of $3\frac{1}{2}$, waar van de laatſte waarde alleen mogelyk is.

Derhalven $x - y = 5$
$x + y = 12$ } de drie zyden deh Drieh.
en $30 - 2x = 13$

CCXXVI. VOORSTEL.

Door den OPGEEVER, L. KOOPS, J. VAN TWISK, W. C. BAKKER, J. RUITER, C. STEENHUIS, C. OTTEN, J. VISSER, *en* R. F. FOLKERS.

Te vergeefs wordt in dit Voorſtel een rechthoekige Driehoek op twee onbekende getallen toegepast, vermits de eigenſchap van zodanigen Driehoek daar by

by in 't geheel niet te pas komt, en dus de Figuur, waar van men hier zou moeten gebruik maaken, niet hooger te achten zou zyn dan een Printje, om Kinderen en Onkundigen te diverteeren.

Wy zullen dus AC en AB als twee gezochte getallen aanmerken, en het kleinſte derzelven $= x$ ſtellen; dan is het grootſte $= 2x$.

Dan is door de tweede conditie van het Voorſtel

$$2xx - 3968 = 480x$$

$$\text{of } 2xx - 480x = 3968$$

$$2$$

$$xx - 240x = 1984$$

$$\overline{120|^2} = 14400$$

$$xx - 240x + \overline{120|^2} = 16384$$

$$\sqrt{\phantom{xx - 240x + \overline{120|^2} = 16384}}$$

$$x - 120 = 128$$

$$\text{Dus } x = 248$$

$$\text{en } 2x = 496.$$

By gevolg het halve-*Product* der getallen $= 61504$.

CCXXVII. VOORSTEL.

Door den OPGEEVER, J. VAN TWISK, L. KOOPS, *en* A. B. STRABBE, *naar het denkbeeld van wylen den Heer* C. KROEZE.

Stel den *Quadraat-Quadraats*-Wortel $= x^2 + y$; dan is de ſom van de *Quadraaten* der Getallen

$x^4 + 4x^3y + 6xxyy + 4xy^3 + y^4$, en ſtellende

$x^4 -$

$x^4-4x^3y+6xxyy-4xy^3+y^4=\overline{x-y}|^4$ het □ van 't eene Getal.

$8x^3y\ldots\ldots+8xy^3=\overline{xx+yy}\times 8xy$, de ſom der *Quadraaten* van de beide overige Getallen.

Wanneer nu $8xy=\square$ is; dan zyn deeze Grootheden de ſom van twee *Quadraaten*. Stel daarom $x=2vy$, dan is:

$\overline{x^2+y^2}\times 8xy=4v^4y^2+y^4\times 16v^2y^2=64v^6y^4+16v^2y^4$ de ſom van twee *Quadraaten*, weshalve

het eene *Quadraat* $=64v^6y^4$, en het andere $=16v^2y^4$; en dus zyn $8v^3y^2$ en $4vy^2$ twee van de begeerde Getallen.

Maar $\overline{x-y}|^2$ was het *Quadraat* van het andere Getal; dus is het Get. zelf $=\overline{x-y}|^2=\overline{2v^2-1}|^2\times y^2=$

$\overline{4v^4-4v^2+1}\times y^2$

hier by vergaard.... $8v^3$ .... $\times y^2$

en $4v\times y^2$

Som $\overline{4v^4+8v^3-4v^2+4v+1}\times y^2=\square$.

Stel den Wortel $=2v^2+2v-2$;

Dan is $4v^4+8v^3-4v^2+4v+1=$

$4v^4+8v^3-4v^2-8v+4$

Dus is $v=3$

12

$y=\frac{1}{4}$

En

En $\overline{2y^2-1}|^2 \times y^2 = \frac{49}{64} y^2$ |

$8y^2 \times y^2 = \frac{1}{8} y^2$

$4y \times y^2 = y^2$

Neem nu $y = 8$; dan zyn de Getallen 49, 8, en 64.

CCXXVIII. VOORSTEL.

Door den OPGEEVER, J. VAN TWISK, *en* L. KOOPS.

Neemende het antwoord des voorgaanden Voorſtels als bekend aan, zo laat voor de vier begeerde Getallen geſteld worden

x
$8+x$
$49+3x$
$64+x$

dan is hun ſom (121) een *rationaal-Quadraat*; derhalven blyft 'er nog overig, dat de ſom hunner *Quadraaten* een *rationaal Quadraats-Quaadraat* = 6561 zy.

Nu is $\overline{x}|^2 = \ldots\ldots\ldots x^2$

$\overline{8+x}|^2 = 64 + 16x + x^2$

$\overline{49-3x}|^2 = 2401 - 294x + 9x^2$

$\overline{64+x}|^2 = 4096 + 128x + x^2$

verg.

$6561 - 150x + 12x^2 = 6561.$

$12x^2 = 150x$

$12x$

$x = 12\frac{1}{2}.$

Dus

Dus zyn de Getallen

$x = \frac{25}{2}$
$8+x = \frac{41}{2}$
$49-3x = \frac{25}{2}$
$94+x = \frac{213}{2}$

} deeze met 4, een *Quadraat*, vermeenigvuldigd, dan heeft men geheele Getallen, te weeten: 50, 82, 46 en 306.

CCXXIX. VOORSTEL.

Door A. B. STRAEBE, *waar mede de* OPGEVER, L. KOOPS, J. RUITER, *en* J. VAN TWISK *overëenkomen.*

Stel voor de Getallen x, y en z.

Dan is $\overline{x+y} \times zz = xzz + yzz = 80$,

$\overline{y+z} \times xx = xxy + xxz = 28$,

en $\overline{x+z} \times yy = xyy + yyz = 54$.

Stel $y = nx$, en $z = mx$; dan is

$m^2x^3 + m^2nx^3 = 80$,

$nx^3 + mx^3 = 28$,

$n^2x^3 + mn^2x^3 = 54$.

Waar door $x^3 = \frac{80}{m^2+m^2n}$

=

$$= \frac{2^3}{n + m}$$

$$= \frac{54}{n^2 + m n^2}$$

Derhalven $\frac{80}{m^2 + m^2 n} = \frac{54}{n^2 + m n^2}$,

en $\frac{28}{n + m} = \frac{54}{n^2 + m n^2}$.

Waar uit wy vinden

$$27 m^2 + 27 m^2 n = 40 n^2 + 40 m n^2,$$

$$m = \frac{27 n - 14 n^2}{14 n^2 - 27}, \text{ en by gevolg}$$

$$m^2 = \frac{729 n^2 - 756 n^3 + 196 n^4}{196 n^4 - 756 n^3 + 729}.$$

Derhalven $27 m^2 n + 27 m^2 = \frac{19683 n^2 - 729 n^3 - 196 n^4 - \left(\frac{15120 n^4 + 5292 n^5}{756 n^2 + 729}\right.}{}$;

en $40 m n^2 + 40 n^2 = \frac{1080 n^3 - 1080 n^2}{14 n^2 - 27}$.

Dus

Dus hebben wy deeze Vergelykinge

$$\frac{19683n^4-729n^3-15120n^2+5292n}{196n^2-756n+729} = \frac{1080n^3-1080n^2}{14n^2-27}$$

$$19683n^4-729n^3-15120n^2+5292n = 15120n^3-(15120n^2-29160n^3+29160n^2$$

$$351n^2 \text{ of } 9828n^3-28431n^2+9477n = 0$$

$$28n^2-81n+27 = 0$$

Waar uit wy vinden $n = 1\frac{1}{2}$

$$m = \frac{27n-14n^2}{14n^2-27} = 2$$

Dus $x = \frac{28}{n+m} = 8$

$$x \ldots\ldots = 2$$
$$y = nx = 3$$
$$z = mx = 4$$

} de begeerde Getallen.

CCXXX. VOORSTEL.

Door den OPGEEVER, W. C. BAKKER, B. VAN HEYNINGEN, J. VAN TWISK, *en* A. ROOS.

Stel de *Arithmetiſche* $x-2y$; de *Geometriſche* z

$$\frac{x-y}{z} \quad , \quad \frac{2y}{zy^2}$$

Dan voldoen dezelve reeds aan één der voorwaarden van de vraag.

Deelende nu de *Termen* van de *Arithmetiſche Progreſſie* door de overeenkomſtige van de *Geometriſche*, zyn de *Quotienten* $\frac{x}{zy^2}$; $\frac{x-y}{zy}$, $\frac{x-2y}{z}$ in eene *Arithmetiſche Progreſſie*.

derhalven $\frac{x}{zy^2} + \frac{x-2y}{z} = \frac{2x-2y}{zy}$

met z vermenigvuldigd

$$\frac{x}{y^2} + x - 2y = \frac{2x-2y}{y}$$

of $x + y^2(x-2y) = 2y \times x-y$

$$x + xy^2 - 2y^3 = 2xy - 2y^2$$

Hier door $x(1-2y+y^2) = 2y^2(y-1)$

$$x = \frac{2y^2(y-1)}{(y-1)^2} = \frac{2yy}{y-1}$$

Voorts is $\frac{1}{x} = zy^2 = \frac{2yy}{y-1}$

$$z = \frac{2}{y-1}$$

Eindelyk is $3(x-y) + x(1+y+y^2) = a$

Hier in de waarden van x en z, boven bepaald, *ſubſtituerende*, heeft men

$$\frac{3y^2+3y}{y-1} + \frac{2}{y-1} \times (1+y+y^2) = a$$

$$3y^2+3y+2(1+y+y^2) = ay-a.$$

of $5y^2+5y+2 = ay-a$

$$5y^2+5-a.y = -a+2$$

$$25y^2+25-5a.y = -5a+10 = \frac{-20a-40}{4}$$

$$\frac{5-a|^2}{2\times 2} = \frac{25-10a+aa}{4}$$

$$25y^2+25-5a.y+\frac{(5-a)^2}{4} = \frac{-15-30a+aa}{4}$$

$$5y+\frac{5-a}{2} = \pm\frac{\sqrt{(aa-30a-15)}}{2}$$

$y =$

$$y = \frac{5-a \pm \sqrt{(aa-30a-15)}}{10} =$$

$$\frac{5-31 \pm \sqrt{(31\times31-30\times31-15)}}{10} = 3 \text{ of } 2\tfrac{1}{2}$$

($a=31$ in getallen gegeeven zynde.)

Hier uit $x = \frac{*}{y-1} = 1$ of $1\frac{1}{2}$, overeenkomstig met y en $2\frac{1}{2}$;

$$x = \frac{2yy}{y-1} = 9 \text{ of } 8\tfrac{1}{12}.$$

Neemende dus de eerste waarde voor y, zyn de *Progressien*

x ... 3, 6, 9 de *Arithmetische*,

1, 3, 9 de *Geometrische*; deelende nu de Termen van de eerste door de laatste, komt $\frac{1}{9}$, $\frac{2}{9}$, $\frac{3}{9}$ gelyk 3, 2, 1 in een *Arithmetische*;

of neemende de tweede waarde voor y: naamlyk $2\frac{1}{2}$, zyn de *Progressien*

$3\frac{1}{12}$, $5\frac{1}{2}$, $8\frac{1}{12}$ de *Arithmetische*,

$1\frac{1}{12}$, $3\frac{1}{12}$, $8\frac{1}{12}$ de *Geometrische*; deelende nu van deeze *Progressien* de eerste door de laatste, komen

$2\frac{1}{2}$, $1\frac{1}{2}$, 1 in een *Arithmetische Progressie*.

Dat te vinden was.

CCXXXI. VOORSTEL.

Door de OPGEVERS, J. VAN TWISK, W. C. BAKKER, *en* R. F. FOLKERS.

Stel het Cap. $= x$ Rd.
het pCt. $= y$
de Jaaren $= z$.

6z, 't zesv. der Jaaren x Cap.

$6xz = 4500$, en

$xz = 750$

$x = \frac{750}{z}$ Cap.

3y drievoud der pCt. x Cap.

$3xy = 4800$

$xy = 1600$

$\frac{750y}{z} = 1600$

$15y = 32z$

$y = \frac{32z}{15}$ pCt.

100 Rd. Cap. 1 Jaar 7 $\frac{32z}{15}$ Inter. 2 Jaaren

Interest $\frac{750}{z}$ Rd.

Komt

Komt 16z Rd. Inter.

à $\frac{750}{z}$ Rd. Cap.

$\frac{16zz+750}{z}$ Rd. Capt. en Inter.

Dit is voldaan met Ducaten, als volgt:

127 Ducaten

à $\frac{16z}{15}$ Rd.

$\frac{2032z}{15} + 1\frac{1}{2}$ Rd. $=$ $\frac{16zz+750}{z}$ Rd.

$15z$

$2032zz+20z = 240zz+11250$

$1792zz+20z = 11250$

2

$896zz+10z = 5625$

$z\frac{1}{36}$ 1 896

$zz+10z = 10080000$

2

$5\square \ldots\ldots 25$

$\sqrt{10080025}$

2245

Sub. 5

$896z = 2240$

896

$z = 2\frac{1}{2}$ Jaaren.

$$\text{Zo is } \frac{750}{z} = x = 300 \text{ Rd. Cap.}$$

$$\frac{32z}{15} = y = 5\tfrac{1}{4} \text{ pCt.}$$

$$\text{en } \frac{16z}{15} = 2 \text{ Rd. } 48 \text{ Gr. de Duc.}$$

CCXXXII. VOORSTEL.

Door J. VISSER, L. KOOPS, C. STEENHUIS, J. RUITER, C. OTTEN, W. C. BAKKER, J. VAN TWISK, *en den* OPGEEVER.

		£VI.		
100 — 110 —	600			
100 — 110 —	660	't 1ste Jaar.		
100 — 110 —	726	't 2de Jaar.		
100 — 110 —	$798\frac{2}{5}$	't 3de Jaar.		
	$878\frac{22}{50}$	't 4de Jaar.	£VI. 800	
	$798\frac{2}{5}$	't 3de Jaar.	$798\frac{2}{5}$	
verschil	$79\frac{43}{50}$	Maand. 12	$1\frac{2}{5}$	verschil?

Komt $0\frac{280}{1331}$ Maand
hier by 3 Jaaren 0 Maanden.

Komt 3 Jaaren $0\frac{280}{1331}$ Maand.

CCXXXIII.

CCXXXIII. VOORSTEL.

Door de LAATSTGEMELDEN.

Maand. Inter. M.
12 — 8 — 3 } 2
12 — 10 — 9 } 7½

9½
100

Capit. Cap. en Inter.

109½ — 100 — 355⅞

Komt 325 Guld. Capitaal.

CCXXXIV. VOORSTEL.

Door J. VAN TWISK, J. RUITER, A. ROOS, C. STEENHUIS, L. KOOPS, W. C. BAKKER, C. OTTEN, J. VISSER, *en den* OPGEEVER.

Voet Boom Roed. Voet
5 — 1 — 7 : 18

Komt 17 Boomen,
1 Boom op den wal of kant.

18

324 Boomen in 't geheel.

1 Kruisbesſen.
3 roode Aalbesſeboomen.
2 witte Aalbesſeboomen.

verg.
6 —— 324 — 1 | 54 Kruisbesſen
3 | 162 roode Aalb.
2 | 108 witte Aalb. } boomen

I. RUITER voegt hier by de volgende

AANMERKING.

Zo men dit Voorſtel wil oplosſen op die manier, als het 143ſte Voorſtel deezes Deels is opgelost, zal men maar 289 Boomen op het ſtuk Lands kunnen plaatſen, naamlyk 17 in de Lengte, en even zo veel in de Breedte; dan zo doende kan ik, wegens de onderſcheidene ſoorten, aan den eisch van den Opgeever niet voldoen, wyl men geen gedeeltens maar geheele Boomen plant. Ook vind ik het niet tegenſtrydig, om 18 Boomen in de Lengte en Breedte te plaatſen; want aan den eenen kant beginnende, en aan den anderen kant eindigende, kan men zulks gevoeglyk doen, en evenwel aan de voorwaarde van 5 voeten van elkander voldoen.

CCXXXV. VOORSTEL.

Door L. KOOPS, C. STEENHUIS, *en den* OPGEEVER.

Roed. Voet.
6 —— 4 ieder zyde
12
76
Voet 4 ——

19 Boomen
1 aan 't einde,

20 in de eerſte } Rey.
1 in de laatſte }

21
10 de ½ ſom der Reyen.

210 Boomen in 't geheel.

Stel nu x Kruisbesſen-Boomen
2 x zwarte Aalbesſen
3 x witte ——
en 4 x roode ——

10 x —— 210 —

	Boomen
x	21 Kruisbesſen
2x	42 zwarte Aalbesſen
3x	63 witte dito
4x	84 roode dito.

CCXXXVI. VOORSTEL.

Door J. VAN TWISK.

Vermits in een Kloot de *Diameter* en de hoogte gelyk zyn, zo is, als men den *Diameter* = *a* ſtelt, de Inhoud van de *Piramide*, volgens de *proportie* van

Archimedes . . . . . $\frac{11}{42} a^3$
van den Kloot . . . . . $\frac{22}{42} a^3$
en van den *Cylinder* . . . . . $\frac{33}{42} a^3$

Derhalven is de begeerde *Proportie*
als $\frac{11}{42}$, $\frac{22}{42}$, $\frac{33}{42}$, of als 1, 2, 3.

Dit zelfde Voorſtel (*Theorema*) vindt men beweezen in de GRONDEN DER MEETKUNST, XI *Theor.* 8 *Boek.*

CCXXXVII. VOORSTEL. *Fig.* 74.

Door den OPGEEVER, *waar mede* J. VAN TWISK *overëenkomt.*

Laat AB de doelwits-lyn zyn, AC de lyn van werping, en CB de lyn van den val. Dan is DE de As van den *Paraboel*, zo dat, met eene vertraagende beweeging, de Bombe ter hoogte van DE opklimt, en met eene verſnelde beweeging DE weder nederdaalt. In 't eerſte geval is de hoek EAF = 15°, in 't tweede = 75°, in 't derde = 25° 31′, en in 't laatſte geval = 64° 29′.

In 't eerſte geval.

Voeten

$$Sin.\ 75^\circ : \frac{2160}{2} :: Sin.\ 15^\circ : EF.$$

2 . 0334237
9 . 4129962

12 . 4464199
9 . 9849438

3 . 4614761 = 289 Voeten.

In 't tweede geval.

Voeten

$$Sin.\ 15^\circ : 1080 :: Sin.\ 75^\circ : EF.$$

3 . 0334239
9 . 9849438

13 . 0183675
9 . 4129628
3 . 6053713 = 4930 Voeten.

In 't derde geval.

Voeten
Sin. 64° 29' : 1680 :: Sin. 25° 31' : EF.

3 . 2253093
9 . 6342491
12 . 8595584
9 . 9554280
2 . 9041304 = 802 Voeten.

In 't laatste geval.

Voeten
Sin. 25° 31' : 1680 :: Sin. 64° 29' : EF.

3 . 2253093
9 . 9554280
13 . 1807373
9 . 6342491
3 . 5464882 = 3519 Voeten.

Maar om dat DE, de hoogte tot welke de Bom opklimt, is gelyk $\frac{FC}{2}$, daarom moet ik 289, 4030, 802, en 3519 Voeten ieder byzonder door 2 deelen; zynde dan 144½, 2015, 401, en 1759½ Voeten.

Ook is, om dat de doorgeloopene ruimtens tot elkander als de *Quadraaten* der tyden zyn,

$$15 : 1^4 :: 144\tfrac{1}{2} \left.\begin{matrix} \\ \\ \\ \end{matrix}\right\} : x^4.$$
$$:: 2015$$
$$:: 401$$
$$:: 1759\tfrac{1}{2}$$

Dat is $x^4 = 9,63$, of $= 134,33$, of $= 26,73$, of $= 117,3$.

Dus $x = 3,1$, of $= 11,6$, of $= 5,1$, of $= 10,8$.

De Bombe heeft ook weder zo veel tyd noodig om te daalen, als te klimmen; derhalven is de tyd in 't eerſte geval 6, 2, in 't tweede 23, 2, in 't derde 10, 2, en in 't laatſte geval 21, 6 Secunden, welke de Bombe noodig heeft, om die vier *Parabolen* te beſchryven.

CCXXXVIII. VOORSTEL. *Fig.* 75.

Door den OPGEEVER, W. C. BAKKER, *en* J. VAN TWISK.

Lees in de *Beſchryving der Figuur*, 1ſte Regel, in plaats van AB, AD.

Stel $AB = AD = x$;

dan is $BC = EC = 112\frac{9}{71} - x$.

Nu is $\frac{AB \times AD}{2} + \frac{BC \times EC}{2} = Fig.\ ABCDA$

of $\frac{xx}{2} + \frac{\overline{112\frac{9}{71} - x}|^2}{2} = 3822\frac{1348}{5041}$

of

of $66994225 - 1195810x + 10658xx = 40736125$

of $10658xx - 1195010x = -26258100$ 2

$21316xx - 2390020x = -52516200$

$8185|^2 = 66994225$

$21316xx - 2390020x + 8185|^2 = 14478025$

$146x - 8185 = +3805$

$146x = 11990$ of $= 4380$

146

$x = 82\frac{7}{8}$ of $= 30$

dus is $BC = (112\frac{7}{8} - 82\frac{7}{8} =) 30$,

en $54\frac{4}{7}$, $BC = 1642\frac{4}{7}$,

20 $AB = 1642\frac{4}{7}$.

Derhalven is het fondament gelegd den 11 Maart, en het was voltooid den 19 Juny A°. 1643.

CCXXXIX. VOORSTEL. *Fig.* 76.

Door den OPGEEVER *en* J. VAN TWISK.

Beschryving der Figuur.

1. Beschryf op CD het *Segment* van een Cirkel, in 't welke een hoek van 22° 30′ kan beschreeven worden (Zie MEETK. 15. V. B.)

2.

2. Neem in DC, DF = 20, stel FB *perpendiculair* op dezelve, welke den omtrek des Cirkels in B ontmoet; voeg BD en BC te saamen.

3. Trek tot het *Centrum* des Cirkels O de *Radien* BO, DO, CO; en op BF en CD de *Perpendiculairs* OG en OH.

4. Nu met een hoek DBE = 4° 16′ de Lyn BE getrokken, welke de verlengde CD in E ontmoet, dan is het begeerde verricht.

OPLOSSING.

Door het voorgaande is ∠ DOH = ∠ DBC (MEETK. 5. III.)

Gevolglyk ∠ DOH = 22° 30′,

en DH = CH = $\frac{120}{2}$ = 60.

Derh. *Rad.* : *Cotang.* DOH :: DH : OA

1 : 2.41421 :: 60 : OH

OH = FG = 144.85

Wederom is *Rad.* : *Cosec.* DOH :: DH : OD

1 : 2.61312 :: 60 : OD

Komt OD = OB = 156.8

$\overline{OB}^2$ = 24586.24

$\overline{FH}^2$ = $\overline{OG}^2$ = 1600

$\overline{BG}^2$ = 22986.24

BG = 151.6

FG

FG = 144.85

verg.

Komt AC = BF = 296.5 de begeerde afstand der twee Torens.

Wederom is DE. 1 BF :: *Rad.* : *Cotang.* ∠ BDF.

20 : 296.5 :: 1 : *Cotang.* ∠ BDF.

Komt 1482500 *Cotang.* van ∠ BDF = ∠ DBF = 3° 51′ ½

∠ EBD = 4° 16′

∠ EBF = 8° 7½′

Eindelyk *Rad.* : *Tang.* ∠ EBF :: BF : EF

1 : 0.14276 :: 296.5 : EF

Komt EF = 42.3

DF = 20

afg.

DE = 22.3 de grootte des Beelds.

CCXL. VOORSTEL. *Fig.* 77.

Door de LAATSTGEMELDEN.

In den Driehoek DBE is DE = ½ AB, om dat ∠ DEB 45 Gr. is; dus DE 4 Gr. 38 Min.

Om BE *te vinden.*

Rad. D : DE :: *Secans* ∠ E : BE.

100000 — 248.0 Min. = 141421

Komt 350.7 Min. BE = EC.

42 Gr. afgev. Br. 2781.7 vergr. Br.

46 Gr. bekomen Br. 3115.6

Verf. der vergr. Br. CG 333.9

DE = GF 248.0

In den △ CFE { CF 85.9 zyn □ is 7378.81
EC 350.7 zyn □ is 122990.49

115611,68

EF = 340.0

BD = 248.0

afg.

BG = 92.0

60

1 Gr. 32 Min.

AB = 8 Gr. 16 Min.

Verſch. der Lengte AG = 9 Gr. 48 Min.

Afgevaaren Lengte .... 362 Gr. 0 Min.

Dus de bekomen Lengte A 352 Gr. 12 Min.

en de bekomen Lengte B 0 Gr. 28 Min.

Om de Koersen te vinden.

GC : *Rad.* G :: BG : *Tang.* ∠BCG

333.9 — 100000 — 92.0

Komt 27553 *Tang.* van 15 Gr. 25 Min. de Koers van B bewesten 't Zuiden.

Dus is de Koers van A bewesten 't Zuiden 60 Gr. 25 Min.

Om de Verheden BC *en* AC *te vinden.*

Rad. G : GC :: *Sec.* ∠BCG : BC.

100000 — 240 Min. — 103732

Komt BC = 62.23 Mylen de gezeilde Verheid van B.

Rad. G : GC :: *Sec.* ∠ACG : AG.

100000 — 240 Min. — 202557

Komt AC = 121,53 Mylen de gezeilde Verheid van A.

CCXLI. VOORSTEL.

Door den OPGEEVER, L. KOOPS, J. VAN TWISK, A. ROOS, C. STEENHUIS, *en* W. C. BAKKER.

Stel voor de getallen x en $5x$.

Dan is $x^3 - xx = \left(\frac{\overline{5x+10}}{2}\right)^2 = \frac{25x^2+100x+100}{4}$

Dus $4x^3 - 4xx = 25xx + 100x + 100$

of $4x^3 - 29xx - 100x - 100 = 0$

$4xx + 11x + 10$

$x - 10 = 0$

$x = 10$

en $5x = 50$ } de getallen.

CCXLII. VOORSTEL. *Fig.* 78.

Door J. VAN TWISK, W. C. BAKKER, C. STEENHUIS, *en den* OPGEEVER.

Beschryf om den gegeevene Driehoek ABC een Cirkel (zie MEETK. 16. V. B.), en trek uit B op AC den *Perpendiculair* BD, en *Diameter* BE.

Nu is AC : AB + BC :: AB − BC : AD − DC

of 28 : 30 + 26(56) :: 30 − 26(4) : AD − DC

$AD - DC = 8$

$AD + DC = 28$

$2\,AD = 36$

2

AD

$$AD = 18$$

$$\overline{AD}^2 = 324 \quad \text{afg.}$$

$$\overline{AB}^2 = 900$$

$$\overline{BD}^2 = 576$$

$$\sqrt{BD} = 24.$$

Wederom is BD : AB :: BC : BE

of 24 : 30 :: 26 : BE

$$BE = 32\tfrac{1}{2}$$

$$2\,BO = 16\tfrac{1}{4}$$ Mylen de begeerde Verheid.

CCXLIII. VOORSTEL. *Fig.* 79.

Door J. VAN TWISK, C. STEENHUIS, *en den* OPGEEVER.

In de Figuur verbeeldt A de afgevaaren plaats, AB de koers en verheid van het Schip ZW 36 Mylen; dus is de $\angle ZAB = ABn = 4$ streeken of 45° 0′, en BC de koers en verheid van den stroom N. N. W. 26 Mylen; en dus $\angle CBn = 2$ streeken, of 22° 30′. Nu uit A recht Zuiden AM getrokken, en uit C op AM den *Perpendiculair* CM.

1. *Om den Koers te vinden.*

$$\angle ABn = 45^\circ 0'$$

$$\frac{\angle CBa = 22^\circ 30'}{\angle ABC = 67^\circ 30'} \text{ verg.}$$

$$\angle C+\angle BAC+\angle ABC = 180^\circ 0'$$

$$2\,\frac{\angle C+\angle BAC = 112^\circ 30'}{\frac{\angle C+\angle BAC}{2} = 56^\circ 15'}$$

Nu is $AB+BC : AB-BC :: Tang. \frac{\angle C+\angle BAC}{2} \left(Tang. \frac{\angle C-\angle BAC}{2} :$

$36+26\,(62) : 36-26\,(10) :: 1.49661 : \left(Tang. \frac{\angle C-\angle BAC}{2}$

Komt $Tang. \frac{\angle C-\angle BAC}{2} = 0.24139$

Tang. van $13^\circ 34'$,

en $\frac{\angle C+\angle BAC}{2} = 56^\circ 15'$

$\angle BAC = 42^\circ 41'$

$\angle BAZ = 45^\circ 0'$

$\angle CAZ$

$\angle CAZ = 87^\circ 41'$ de Koers bewesten 't Zuiden, of $2^\circ 19'$ bezuiden 't West.

2. *Om de verheid* AC *te vinden.*

Sin. $\angle BAC$: *Sin.* $\angle CBA$ :: BC : AC

0.67794 : 0.92388 :: 26 : AC

Komt AC = 35.45 Mylen.

3. *Om de veranderde Lengte te vinden.*

Rad. : *Sin.* $\angle CAM$ :: AC : CM.

1 : 0.99918 :: 35.45 : CM.

CM = 35.29 = $2^\circ 21'$ na genoeg de veranderde Lengte.

4. *Om de veranderde Breedte te vinden.*

Rad. : *Cosin.* $\angle CAM$ :: AC : AM.

1 : 0.04042 :: 35.45 : AM.

Komt AM = 1.43 Myl of $0^\circ 5\frac{1}{4}'$ veranderde Breedte.

CCXLIV. VOORSTEL. *Fig.* 80.

Door J. VAN TWISK, *en den* OPGEVER.

Trek (in de *Figuur*) op BC den *Perpendiculair* AD, en volgens de grondbeginſelen der Meetkunde vindt men AD = 12, en gevolglyk den Inhoud ABC = 84.

Indien men nu EF = x ſtelt; dan is EG = $2x$, of = $4x$, en EH = $4x$, of = $2x$.

Maar als men EF = $2x$ ſtelt, dan is EG = x, of = $4x$, en EH = $4x$, of = x.

Dus is hier uit ligt te zien, dat in het Voorſtel zes onderſcheiden Gevallen zich opdoen, zynde het begeerde getal Antwoorden.

I. GEVAL.

$$AB \times EF + BC \times EG + AC \times EH = 2 \triangle ABC$$

of $13x + 14 \times 2x + 15 \times 4x = 168$

$$161x = 168$$

$$x = 1\frac{7}{161}$$

$$2x = 3\frac{14}{161}$$

$$4x = 6\frac{66}{161}$$

II. GEVAL.

$$13x + 14 \times 4x + 15 \times 2x = 168$$

$$99x = 168$$

$$x =$$

$$x = 1\frac{68}{155} = 1\frac{13}{31}$$

$$2x = 3\frac{11}{31}$$

$$4x = 6\frac{22}{31}$$

III. GEVAL.

$$13\times 2x + 14x + 15\times 4x = 168$$

$$100x = 168$$

$$x = 1\frac{17}{25}$$

$$2x = 2\frac{9}{25}$$

$$4x = 6\frac{18}{25}$$

IV. GEVAL.

$$13\times 2x + 14\times 4x + 15\times 2x = 168$$

$$97x = 168$$

$$x = 1\frac{71}{97}$$

$$2x = 3\frac{45}{97}$$

$$4x = 6\frac{90}{97}$$

V. GEVAL.

$$13\times 4x + 14\times x + 15\times 2x = 168$$

$$96x = 168$$

$$x = 1\frac{3}{4}$$

$$2x = 3\frac{1}{2}$$

$$4x = 7$$

VI. GEVAL.

$$13 \times 4x + 14 \times 2x + 15 \times x = 168$$

$$95x = 168$$

$$95$$

$$x = 1\tfrac{73}{95}$$

$$2x = 3\tfrac{51}{95}$$

$$4x = 7\tfrac{7}{95}$$

CCXLV. VOORSTEL.

Door J. VAN TWISK, L. KOOPS, W. C. BAKKER, *en den* OPGEEVER.

Stel den *Cathetus* $= x$;

dan is de *Hypothenusa* $= \sqrt{49 + xx}$.

Stel nu $\sqrt{49 + xx} = a - x$

$$\sqrt{}$$

$$49 + xx = aa - 2ax + xx$$

$$2ax = aa - 49$$

$$2a$$

$$x = \frac{aa - 49}{2a}$$

Nu kan men a neemen na believen, alleen met deeze bepaaling, dat aa grooter is als 49; dus ook a grooter als 7.

Neemt

Neemt men $a = 8$; dan is $x = \frac{15}{16}$,

en $\sqrt{49 + xx} = 7\frac{1}{16}$.

Neemt men $a = 21$; dan is $x = 9\frac{1}{7}$,

en $\sqrt{49 + xx} = 11\frac{2}{7}$. enz.

CCXLVI. VOORSTEL.

Door A. B. STRABBE.

Met recht zegt de kundige MEISZNER (in zyne *Kunst-Kette* pag. 100), dat de Oplosſing van dit Voorſtel eene ſlegte, dat is niets beduidende, zaak is; want volgens EUCL. Prop. 31. III. BOEK zyn de Rechthoeken der deelen van twee Lynen, die malkander in een Cirkel doorſnyden, aan elkander gelyk; dat is, als de deelen van de eene Lyn zyn A en B, en van de andere C en D; dan is $A \times B = C \times D$, of $A : C :: B : D$.

Naardien nu, volgens de bepaaling van het Voorſtel, de deelen niet alleen *rationaal*, maar ook *rationaale Quadraat*-getallen moeten zyn, hebben wy voor A, B, C ſlegts drie *Quadraaten* te neemen, waar door dan het deel $D = \frac{BC}{A}$ insgelyks een *Quadraat* zal zyn.

Neem $A = 1$, $B = 9$, $C = 4$; dan is $D = 36$.

Dus is de eene Lyn $= A + B = 10$,

en de andere $= C + D = 40$.

CCXLVII. VOORSTEL. *Fig.* 81.

Door den OPGEEVER, A. VRYER, L. KOOPS, W. C. BAKKER, *en* J. VAN TWISK.

Laat AB de hoogte van de Martini-Toren met de hoogte van het gezicht daar boven 365 Voeten zyn, en CD=BE 265 Voeten; zoo zal AE 100 Voeten zyn; BD = CE de afstand zynde; zo is

$$\overline{CE}^2 + \overline{AE}^2 = 585600 = \overline{AC}^2$$

$$\sqrt{\qquad\qquad}$$

Komt 766$\frac{1}{2}$ Voeten meer of min voor AC de begeerde afstand.

* CCXLVII. VOORSTEL.

Door den OPGEEVER, A. VRYER, *en* W. C. BAKKER.

f 6000 — $\frac{5}{8}$ — f 1500 ? Kt. $\frac{5}{8}$ aandeel van B in de Winst, naar reden van zyn Inleg.

$\frac{1}{8}$ het aan B beloofd aandeel in de Winst.

af $\frac{5}{8}$ het aandeel, dat B naar reden van zyn Inleg toekomt.

Rest $\frac{3}{8}$ in de Winst, dat B voor zyn dienst geniet.

$\frac{3}{8}$ geniet B van de Winst; dus bekomt A $\frac{20}{25}$.

$\frac{5}{8}$ ge-

$\frac{1}{8}$ geniet hy voor zyn dienst.

—— afgetr.

$\frac{25}{174}$ —— f 1000 —— $\frac{20}{29}$?

Antw. f 4800 heeft de Koopman Aingelegd.

CCXLVIII. VOORSTEL.

Dit Voorstel, ons twee maal gezonden zynde, is het zelfde als VOORSTEL LXXIII. van dit Deel; zynde de Ontbinding van hetzelve te vinden op pag. 73, waar aan wy ons refereeren.

CCXLIX. VOORSTEL.

Door A. VRYER, C. HOKKE, J. VAN TWISK, *en den* OPGEEVER.

Stelt, dat de dienst des Knegts ieder Jaar verbeterd h £VI., en dat zyn winning, in elk der 7 Jaaren, door de volgende *Arithm. Prog.* word uitgedrukt, namelyk door:

1,	2,	3,	4,	5,	6,	7 Jaar.
$a-3b$,	$a-2b$,	$a-b$,	a,	$a+b$,	$a+2b$,	$a+3b$

som der *Progres.*

De som der 3 eerste leden is $3a-6b=-40$, en $7a=60$

$$25\tfrac{5}{7}-6b=-40 \qquad 7 \qquad a=8\tfrac{4}{7}$$

$$6b=65\tfrac{5}{7} \qquad 3a=25\tfrac{5}{7}$$

$$6 \qquad b=10\tfrac{20}{21}.$$

Nu

Nu moeten n voorſte leden der *Progres* in ſom $=$ o zyn, en dan is de waarde van n 't getal der Jaaren, 't welk de Knegt in dienſt blyft.

$a-3b$ eerſte lid

$n-1.b+a-3b$ 't laatſte van n leden

add.

$bn+2n-7b$

$\frac{1}{2}n$

ſom $\frac{1}{2}bn^2+an-3\frac{1}{2}bn=0$

$\frac{1}{2}bn=3\frac{1}{2}b-a$

$$n=7-\frac{2a}{b}=7-\frac{17\frac{1}{7}}{10\frac{40}{77}}=5\frac{40}{77}\text{ Jaaren.}$$

AANMERKING.

't Voorſtel, zegt de Eerw. Heer VRYER, levert myns bedunkens geen ander denkbeeld op, als dat de dienst van den Knegt gedurig gelykelyk verbeterd, en dat van hier zyn loon, ieder Jaar, elke Maand, ja elke even lange kleine tyd, even veel of *Arithmetisch* verhoogd, „ vermits zyn dienst „ verbetert in eene *Arithmetiſche Progreſſie.*" Op dit denkbeeld is de voorſtaande Oplosſing gegrond, volgens welke de Knegt van zyn Baas met geſloten beurſen ſcheid, na $5\frac{40}{77}$ Jaaren, dat is, na 5 Jaaren en niet wel 29 weken.

CCL. VOORSTEL.

Door M. J. ZUIDHOF, L. KOOPS, J. VISSER, A. ROOS, C. HOKKE, H. GREEL, *en den* OPGEEVER.

Stel hunne Jaaren $= x+y$
, en $x-y$

dan zyn de *Quadr.* $= xx+2xy+yy$
en $xx-2xy+yy$

en de Vergelykingen aldus:

$\sqrt{\ 2x = 2y}$ en $2xx+2yy = 1225$

$\sqrt{\ }$

$2x = 4yy$

2

$x = 2yy$

maal $2x = 4yy$

$2xx = 8y^4+2yy = 1225$

$\frac{1}{8} \ldots . 1 \ldots . 8$

$y^4+2yy = 9800$

verg. $1 \ldots . 1$

$y^4+2y^2+1 = 9801$

$\sqrt{\ }$

$y^2+1 = 99$

$8y^2$

$$8y^2 = 98$$
$$8 \quad\quad\quad\quad$$
$$y^2 = 12\tfrac{1}{4}$$
$$\surd \quad\quad\quad\quad$$
$$y = 3\tfrac{1}{2}$$
$$2y\,y = 24\tfrac{1}{2}$$
$$x+y = 28$$
$$x-y = 21 \text{ Jaaren.}$$

Dit Voorſtel is ons ook tweemaal gezonden, zynde VOORSTEL V. van dit DEEL, waar van de Ontbinding gevonden wordt op pag. 57.

SLOT-QUESTIE.

Door den OPGEEVER, J. VAN TWISK, *en* C. HOEKE BARENDSZ.

Om de bedoeling van den Opgeever wel te vatten, moet men de beide Leden van dit Voorſtel als onafhanglyk van elkander beſchouwen; dat is, ſchoon in het eerſte Lid onderſteld wordt, dat de ſommen, welke de Perſoonen de eerſte maal na zich neemen, van den eerſten tot den laatſten, in eene *Arithmetiſche Progreſſie* ſtaan, zulks echter geen den minſten invloed op het tweede Lid kan noch mag hebben. Het tweede Lid is dus eenig en alleen geſchikt om te toonen, dat men in het eerſte Lid de bewuste ſommen niet zonder reden in eene *Arithmetiſche Progreſſie* geſteld heeft, en dat, in gevalle men die ſommen willekeurig wilde neemen, het Voorſtel onöplosbaar zou zyn.

OP-

OPLOSSING *van het* I. LID.

Stel het getal der Persoonen $= x$, en ieders deel $= y$; dan is de geheele som $= xy$.

$$xy$$

De 1ste neemt a

$$\text{rest } xy - a$$

$$\frac{1}{p}$$

$$\frac{xy - a}{p}$$

a by

$$\frac{xy + \overline{p-1} \cdot a}{p}$$ het deel des 1sten.

van xy afgetr.

$$\text{rest } \frac{\overline{p-1} \cdot xy - \overline{p-1} \cdot a}{p}$$

De 2de neemt $a+b$

$$\text{rest } \frac{\overline{p-1} \cdot xy - \overline{2p-1} \cdot a - bp}{p}$$

$$\frac{1}{p}$$

$$\frac{\overline{p-1} \cdot xy - 2\overline{p-1} \cdot a - bp}{p^2}$$

$$\frac{xy + \overline{p-1} \cdot a}{p} = y$$

$$xy + \overline{p-1} \cdot a = py$$

$$xy = py - \overline{p-1} \cdot a$$

$$\text{afg.}\begin{cases} \dfrac{a+b \text{ by}}{\overline{p-1}\,.\,xy+\overline{p-1}\,|^{2}\,.\,a+\overline{p-1}\,.\,bp} \text{ het deel der 2den.} \\ \dfrac{}{p^{2}} \\ = \dfrac{pxy+\overline{p^{2}-p}\,.\,a}{p^{2}} = \dfrac{xy+\overline{p-1}\,.\,a}{p} \end{cases}$$

$$\frac{xy+\overline{p-1}\,.\,a-\overline{p-1}\,.\,bp}{p^{2}}=0$$

Dus $xy=\overline{p-1}\,.\,bp-\overline{p-1}\,.\,a$

Maar $xy=py-\overline{p-1}\,.\,a.$

Derhalven $py=\overline{p-1}\,.bp$ — $xy=\overline{p-1}.bp-\overline{p-1}\,.\,a$

p — $y=p-1.b$

$y=\overline{p-1}\,.\,b$ — $x=p-\frac{a}{b}$ het getal der perſoonen.

Neem $a=39$, $b=13$, $p=7$.

Dan is $x=4$ het getal der perſoonen.

$y=78$ ieders deel.

$xy=312$ de geheele ſom.

By gevolg moeten a en b alteos zodanig gegeeven worden, dat a door b deelbaar zy; ook moet p grooter dan $\frac{a}{b}$ zyn.

OPLOSSING van het II. LID.

Om te bewyzen, dat de ſommen welke de Perſoonen het eerst na zich neemen, van den eerſten tot den laatſten, in eene *Arithmetiſche Progreſſie* moeten opklimmen, zo laat geſteld worden, dat a, b, c, &c. die ſommen uitdrukken; dan hebben wy, door de voorgaande bewerking, $\frac{\overline{p-1}\,.\,xy-\overline{p-1}\,.\,a}{p}$, $\frac{\overline{p-1}\,.\,xy-\overline{p-1}\,.\,a}{p}$, voor de reſt, na dat de 1ſte zyn aandeel ontfangen heeft.

Hier af neemt de 2de ... b

reſt $\frac{\overline{p-1}\,.\,xy-\overline{p-1}\,.\,a-bp}{p}$

$\frac{1}{p}$ $\frac{\overline{p-1}\,.\,xy-\overline{p-1}\,.\,a-bp}{p^2}$

b by

$\frac{\overline{p-1}\,.\,xy-\overline{p-1}\,.\,a+bp\,.\,\overline{p-1}}{p^2}$ het deel des tweeden.

$= \frac{pxy + x^2 - p \cdot y}{p^2}$; als in de voorige bewerking.

Derhalven $xy = bp \cdot p - 1 - a \cdot p^2 - 1$.

Maar $xy = py - p - 1 \cdot a$, als in de voorige bewerking.

Dygevolg $py = bp \cdot p - 1 - a \cdot p^2 - p$

p

$y = b \cdot p - 1 - a \cdot p - 1 = p - 1 \cdot b - a.$

Derhalven is ieders deel $= p - 1$, vermeenigvuldigd met het verſchil van twee elkander volgende ſommen, die zy voor af genieten.

Maar $p - 1$ is ſtandvastig, en ieders deel altoos even groot, derhalven moet ook $b - a$ eene ſtandvastige grootheid zyn.

By gevolg zyn de verſchillen in alle gevallen de zelfde, en dus ſtaan a, b, c &c. in eene *Arithmetiſche Progreſſie*. *Het geen wy bewyzen moesten.*

Verders vloeit ook uit deeze bewerking het geen in de voorgaande getoond is, naamlyk, dat de *Termen* der *Progreſſie* allen door het gemeen verſchil moeten deelbaar zyn.

1 — want $x - 1 = bp \cdot p - 1 - a \cdot p^2 - 1$

$p - 1 \cdot b - a$

$$x = \frac{bp-a.\overline{p+1}}{b-a} = p - \frac{a}{b-a}$$

Maar $\frac{a}{b-a}$ moet een heel getal, en derhalven a door $b-a$ deelbaar zyn, zal x als een heel getal bepaald worden; en dus is het geſtelde openbaar.

EINDE DER ONTBINDINGEN VAN HET TWEEDE DEEL.